ಗಣಿತ

MATHEMATICS

ತರಗತಿ VII

ಭಾಗ 2
Part - II

ಕೇರಳ ಸರಕಾರ

ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ

ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿ ಸಮಿತಿ (SCERT), ಕೇರಳ
2016

KT 625-1/Maths 7(K)Vol-2

ರಾಷ್ಟ್ರಗೀತೆ

ಜನಗಣಮನ ಅಧಿನಾಯಕ ಜಯಹೇ
ಭಾರತ ಭಾಗ್ಯವಿಧಾತಾ,
ಪಂಜಾಬಸಿಂಧು ಗುಜರಾತ ಮರಾಠಾ
ದ್ರಾವಿಡ ಉತ್ಕಲ ವಂಗಾ,
ವಿಂಧ್ಯಹಿಮಾಚಲ ಯಮುನಾ ಗಂಗಾ,
ಉಚ್ಛಲ ಜಲಧಿತರಂಗಾ,
ತವಶುಭನಾಮೇ ಜಾಗೇ,
ತವಶುಭ ಆಶಿಷ ಮಾಗೇ,
ಗಾಹೇ ತವ ಜಯ ಗಾಥಾ
ಜನಗಣಮಂಗಲದಾಯಕ ಜಯಹೇ
ಭಾರತ ಭಾಗ್ಯವಿಧಾತಾ
ಜಯಹೇ, ಜಯಹೇ, ಜಯಹೇ,
ಜಯ ಜಯ ಜಯ ಜಯಹೇ.

ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ

ಭಾರತವು ನನ್ನ ದೇಶ. ಭಾರತೀಯರೆಲ್ಲರೂ ನನ್ನ ಸಹೋದರ, ಸಹೋದರಿಯರು.

ನಾನು ನನ್ನ ದೇಶವನ್ನು ಪ್ರೀತಿಸುತ್ತೇನೆ. ಅದರ ಸಂಪನ್ನ ಹಾಗೂ ವೈವಿಧ್ಯಪೂರ್ಣವಾದ ಪರಂಪರೆಗೆ ನಾನು ಹೆಮ್ಮೆಪಡುತ್ತೇನೆ.

ನಾನು ನನ್ನ ತಂದೆ, ತಾಯಿ ಮತ್ತು ಗುರುಹಿರಿಯರನ್ನು ಗೌರವಿಸುತ್ತೇನೆ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲರೊಡನೆ ಸೌಜನ್ಯದಿಂದ ವರ್ತಿಸುತ್ತೇನೆ.

ನಾನು ನನ್ನ ದೇಶದ ಮತ್ತು ಜನತೆಯ ಕ್ಷೇಮ ಮತ್ತು ಸಮೃದ್ಧಿಗಾಗಿ ಸದಾ ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತೇನೆ.

Prepared by :
State Council of Educational Research and Training (SCERT)
Poojappura, Thiruvananthapuram 695 012, Kerala

Website : www.scertkerala.gov.in
E-mail : scertkerala@gmail.com
Phone : 0471-2341883, Fax : 0471-2341869
Typesetting and Layout : SCERT
First Edition : 2014, Reprint : 2016
Printed at : KBPS, Kakkanad, Kochi - 30
© Department of Education, Government of Kerala

ಪ್ರೀತಿಯ ಮಕ್ಕಳೇ,

ಗಣಿತದ ಅನೇಕ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ನಾವು ತಿಳಿದುಕೊಂಡೆವು.

ಇನ್ನು ಅದರ ಉನ್ನತ ತಲಗಳಿಗೆ ನಾವು ಪ್ರವೇಶಿಸುತ್ತೇವೆ,

ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳು ತುಂಬಿದ ಅಂಕಗಣಿತದ ಲೋಕಕ್ಕೆ,

ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಹಾಗೂ ಬೀಜಗಣಿತದ ಹೊಸ ತಲಗಳಿಗೆ,

ಗಣಿತದ ಯುಕ್ತಿಯನ್ನು ತಿಳಿಯಲೂ ಹೊಸ ನಿಗಮನಗಳಿಗೆ

ತಲುಪಲೂ ಆತ್ಮ ವಿಶ್ವಾಸದೊಂದಿಗೆ ಮುಂದೆ ಸಾಗೋಣ.

ಸ್ನೇಹಪೂರ್ವಕ ಹಾರ್ದಿಕೆಗಳೊಂದಿಗೆ,

ಡಾ.ಜೆ.ಪ್ರಸಾದ್

ನಿರ್ದೇಶಕರು

ಎಸ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ.

TEXT BOOK DEVELOPMENT COMMITTEE

PARTICIPANTS

Anil Kumar M.K.
HSA, S.K.M.J.H.S.S., Wayanad

Arunlal M.J.
UPSA, A.U.P.S. Eramangalam, Kozhikode.

Kunhabdulla M.
UPSA, Muyippoth, M.U.P.S., Kozhikode

Thulaseedharan Pilla K.G.
P.D. Teacher, G.H.S.S. Karukon, Kollam.

Balagangadaran V.K.
GMHSS, Calicut University Campus, Malappuram.

Manikantan K.O.V.
UPSA, Pattiyamma AUPS, Kannur

Rajesh K.V.
Lecturer, DIET, Kannur

Ramanujam R.
HSST, M.N.K.M.G.H.S.S., Pulapatta, Palakkad.

Sunil Kumar V.P.
HSA, Janata HSS Thembamood, Thiruvananthapuram.

Experts

Dr. Krishnan E.
Prof. (Rtd.), University College, Thiruvananthapuram

Dr. Vijaya Kumar A.
Prof., Kochi University College, Kochi.

Artists

Daneshan M.V.
A.V.S.G.H.S.S. Karivellur, Kannur.

TRANSLATION COMMITTEE

Participants

Aravinda. K, HSA Maths, GFHSS Bekal

Bhaskaran. B, UPSA, GUPS Kadambar

Raghava. A, HSA Maths, GHSS Belluru

Rajesh Chandra K.P., HSA Maths, BEMHS Kasaragod

Sreedhara Bhat, UPSA, SDPAUPS Sajankila

Language Expert

Shridhara N., Asst. Prof., Dept. of Kannada, Govt. College, Kasaragod

Subject Expert

Nandikeshan N., Headmaster, GHS Udyawara.

Academic Co-ordinator

Sujith Kumar G., Research Officer, SCERT, Thiruvananthapuram

Dr. Lidsonraj J., Research Officer, SCERT, Thiruvananthapuram

State Council of Educational Research and Training (SCERT)
Vidyabhavan, Poojappura, Thiruvananthapuram-695012

ಅನುಕ್ರಮಣಿಕೆ

8. ತ್ರಿಕೋನದ ರಚನೆ 103

9. ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 115

10. ಹಣದ ವ್ಯವಹಾರ 129

11. ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಬೀಜಗಣಿತವೂ 145

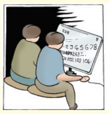
12. ಚೌಕಗಳೂ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳೂ 157

13. ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 177

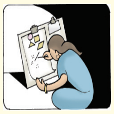
14. ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳು 187

ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಅನುಕೂಲಕ್ಕಾಗಿ ಕೆಲವು ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗಿದೆ.

ICT ಸಾಧ್ಯತೆ



ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಿನೋಡುವ

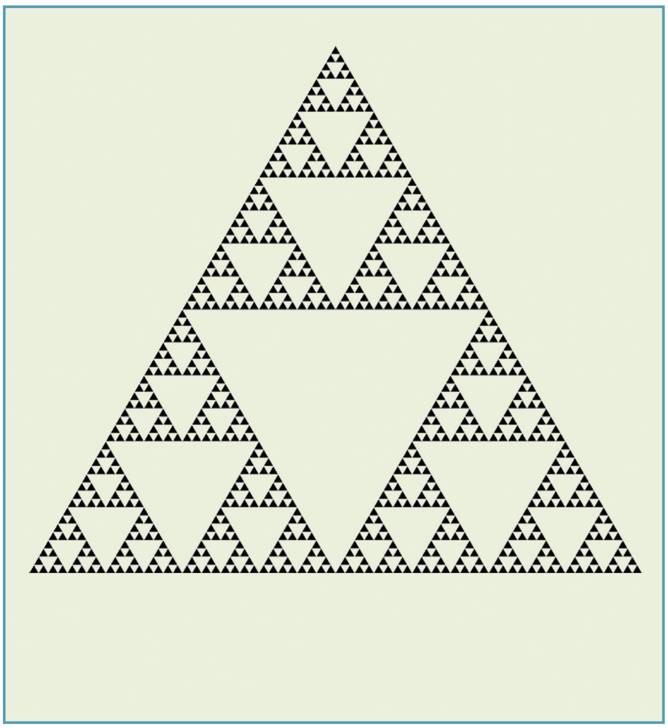


ಪ್ರೋಜೆಕ್ಟ್

ಪುನರವಲೋಕನ

8

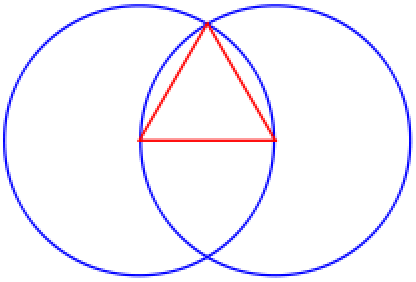
ತ್ರಿಕೋನದ ರಚನೆ



ವೃತ್ತವೂ ತ್ರಿಕೋನವೂ

ಕ್ರಿ.ಪೂ 3ನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಗ್ರೀಸಿನಲ್ಲಿ ಜೀವಿಸಿದ್ದ ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಪಿತಾಮಹ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲಾಗಿದೆ. ಅವನು ಬರೆದ 'ಎಲಿಮೆಂಟ್ಸ್' ಎಂಬುದು ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಮೊದಲ ಅಧಿಕೃತ ಗ್ರಂಥವಾಗಿದೆ.

ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಉದ್ದದ ಭುಜಗಳಿರುವ ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಲಿರುವ ಯೂಕ್ಲಿಡನ ವಿಧಾನವು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿದೆ.



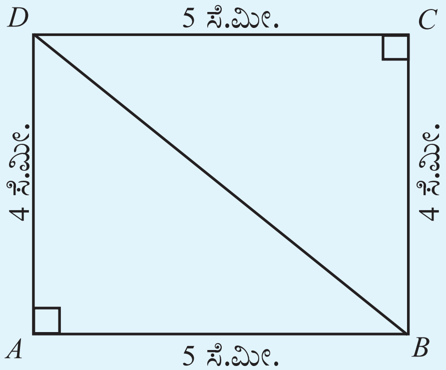
ಮಧ್ಯಕಾಲೀನ ಯುರೋಪಿನ ಇಗರ್ಜಿಗಳಲ್ಲೂ ಇತರ ಕಟ್ಟಡಗಳಲ್ಲೂ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಖಂಡಿಸುವ ಇಂತಹ ರೂಪಗಳನ್ನು ಧಾರಾಳ ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಆಯತದಲ್ಲಿನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು

ಮಟ್ಟವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದು ನೆನಪಿದೆಯಲ್ಲವೆ?

$AB = 5$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $BC = 4$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಆಗುವಂತೆ $ABCD$ ಎಂಬ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಈ ಆಯತದ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿರುದ್ಧ ಶಿರಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೋ?

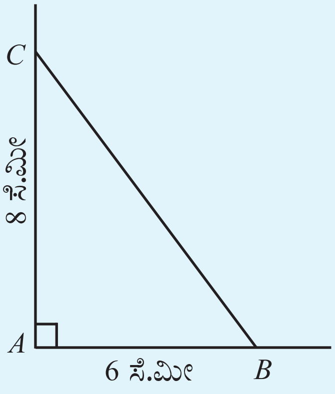


ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸಿಕ್ಕಿತಲ್ಲವೇ? ಅವುಗಳು ಯಾವುವು? ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

ಇನ್ನು ಲಂಬ ಭುಜಗಳು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಮತ್ತು 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಆಗುವಂತೆ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸುವ.

ಆರಂಭದಲ್ಲಿ, ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು. ಅವುಗಳು ಸೇರುವ ಬಿಂದುವನ್ನು A ಎಂದು ಹೆಸರಿಸುವ. A ಯಿಂದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ದೂರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ B ಯನ್ನೂ ಇನ್ನೊಂದು ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ದೂರದಲ್ಲಿ C ಯನ್ನೂ ಗುರುತಿಸಿರಿ.

B,C ಎಂಬೀ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ ನಮಗೆ ಬೇಕಾಗಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಸಿಗುವುದು.



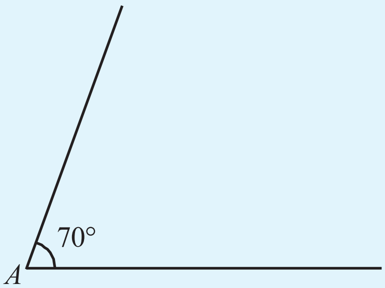
BC ಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ. ಇದರಂತೆ ಲಂಬ ಭುಜಗಳು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಮತ್ತು 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಕೋನ

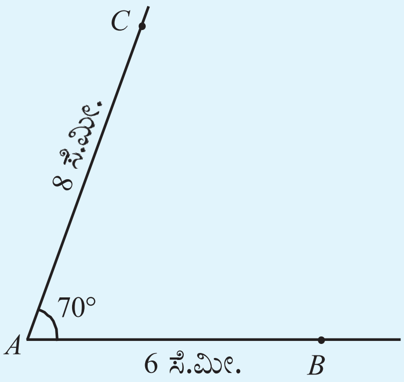
ಈಗ ರಚಿಸಿದ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲೂ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿತ್ತು. ಅವುಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನವು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ. ಕೋನವು ಲಂಬಕೋನವಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಹೇಗೆ ರಚಿಸಬಹುದು? ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

$AB = 6$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $AC = 8$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಮತ್ತು $\angle A = 70°$ ಆಗಿರುವಂತೆ ABC ಎಂಬ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವ.

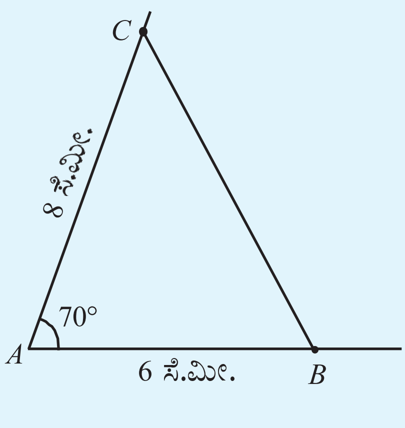
ಆರಂಭದಲ್ಲಿ 70^0 ಅಳತೆಯಿರುವ ಒಂದು ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.



ಇನ್ನು ಒಂದು ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ A ಯಿಂದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ದೂರದಲ್ಲಿ B ಎಂಬ ಬಿಂದುವನ್ನೂ ಇನ್ನೊಂದು ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ದೂರದಲ್ಲಿ C ಎಂಬ ಬಿಂದುವನ್ನೂ ಗುರುತಿಸಬೇಕು.

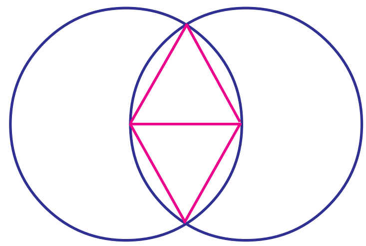


ಇನ್ನು B,C ಎಂಬೀ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಕೋನವಾಗುವುದು.

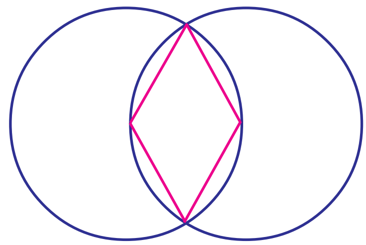


ಹೊಸ ಆಕೃತಿಗಳು

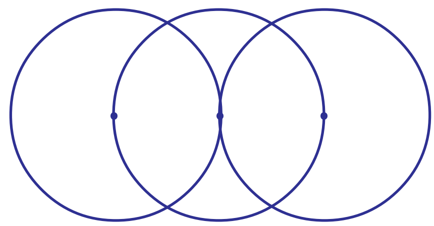
ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಉಪಯೋಗಿಸಲಾದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಮೇಲ್ಭಾಗದಲ್ಲೂ ಕೆಳಭಾಗದಲ್ಲೂ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.



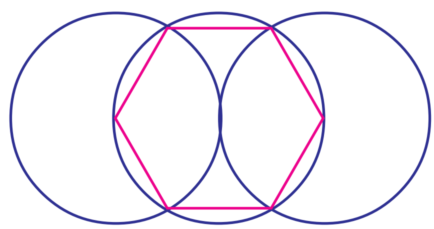
ಇದರಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಅಳಿಸಿದರೋ?



ಈ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಶೇಷತೆಗಳು ಯಾವುವು?
ಇದರಂತೆ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಬದಲಾಗಿ ಮೂರು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದರೋ?



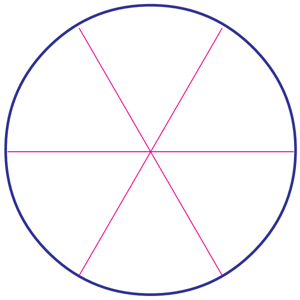
ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅವುಗಳು ಖಂಡಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ.



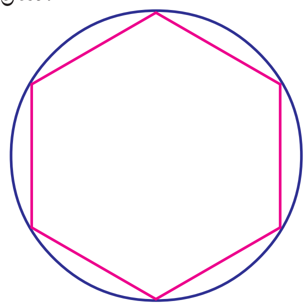
ಈ ಆಕೃತಿಯ ಹೆಸರೇನು?
ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಯಾವ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯಿರುವುದು?

ವೃತ್ತದೊಳಗೆ

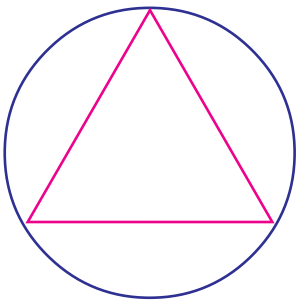
ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಒಂದು ಮಟ್ಟದ ಮೂಲೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಆರು ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ತಿಳಿದಿದೆಯಲ್ಲವೇ?



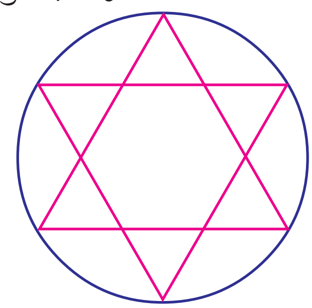
ಈ ಗೆರೆಗಳ ಅಗ್ರ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರ ಲಭಿಸುವುದು.



ಒಂದು ಎಡೆಬಿಟ್ಟು ಒಂದರಂತೆ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೋ?



ಉಳಿದ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ನಕ್ಷತ್ರ ಲಭಿಸುವುದು.



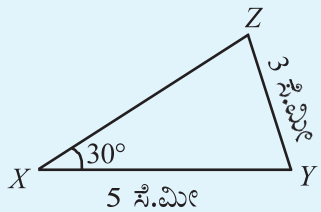
ಇದರಂತೆ ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

- $MN = 6$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $\angle M = 70°$, $ML = 5$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು
- $PQ = 7$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $QR = 7$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $\angle Q = 50°$.
- $XY = 6.5$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $\angle Y = 110°$, $YZ = 7.5$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು
- $CD = 5$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $DE = 5$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು $\angle D = 60°$.

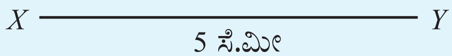
ಮತ್ತೊಂದು ಕೋನ

ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ನಾವು ಇದುವರೆಗೆ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿರುವುದಾಗಿದೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ಇನ್ನೊಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ ತಿಳಿದರೂ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

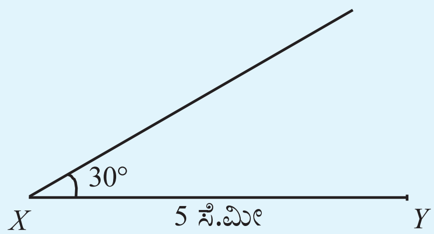
ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ, $XY = 5$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $\angle X = 30^0$, $YZ = 3$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಆಗಿರುವಂತೆ XYZ ಎಂಬ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು. ಮೊದಲು ಒಂದು ಕರಡು ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅಳೆತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯೋಣ.



ನಿಖರವಾದ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಮೊದಲು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಅಳತೆಯ XY ಯನ್ನು ಎಳೆದು ಆರಂಭಿಸುವ.

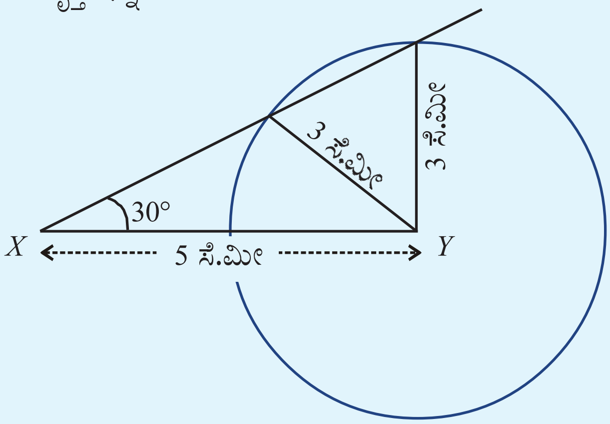


ಇನ್ನು X ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 30^0 ಅಳತೆಯ ಒಂದು ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.

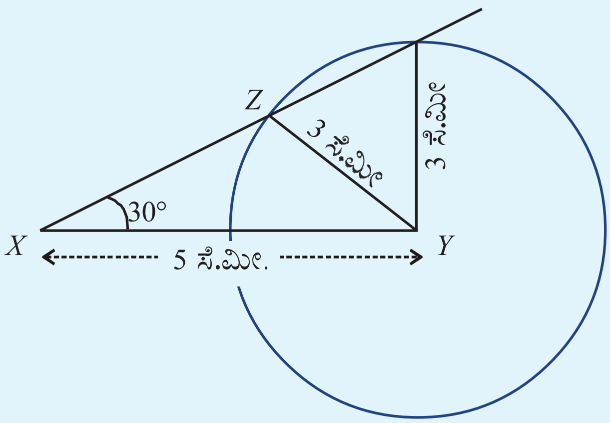


ಆನಂತರ Z ನ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. Y ಯಿಂದ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ Z, ಅದು ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಗೆರೆಯಲ್ಲೂ ಆಗಿರಬೇಕು.

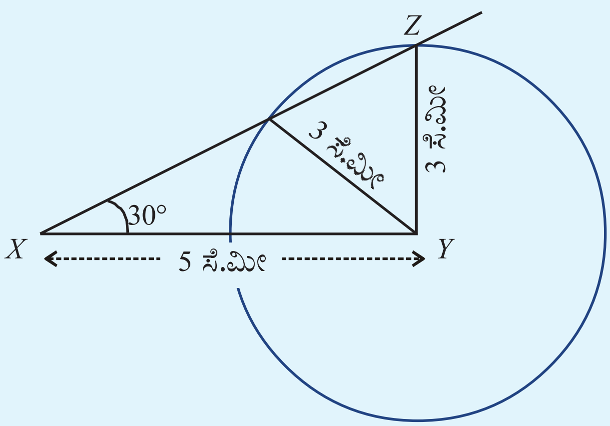
Y ಯಿಂದ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳು, Y ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿರುವುದಲ್ಲವೇ? ಈ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸೋಣ.



ಮೇಲಿನ ಗೆರೆಯನ್ನು ಈ ವೃತ್ತವು ಎಷ್ಟು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುತ್ತದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು Z ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಉದ್ದೇಶಿಸಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವು ಸಿಗುವುದು.



ಎರಡನೇ ಬಿಂದುವನ್ನು Z ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೋ?



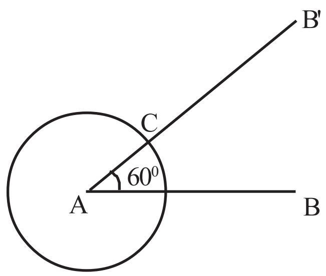
ಭುಜಗಳೂ ಕೋನಗಳೂ

ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಮತ್ತು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, ಅವುಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನವು 60^0 ಆಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಇದರ ಉಳಿದ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಇನ್ನು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಮತ್ತು 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಆಗಿರುವಂತೆ (ಕೋನ 60^0) ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಕೋನಗಳು ಬದಲಾಗುವುದೇ?

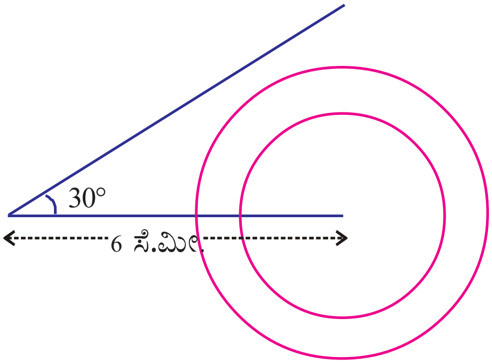
ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿಯೂ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು? ಇಂತಹ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿ ನೋಡೋಣ. Min = 0, Max = 10 ಆಗುವಂತೆ ಒಂದು ಸ್ಲೈಡರ್ a ಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿರಿ. ಉದ್ದ '2a' ಬರುವಂತೆ ಒಂದು ಗೆರೆ AB ಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. (Segment with given length ಟೂಲನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು) Angle with given size ಟೂಲನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ AB ಯೊಂದಿಗೆ 60^0 ಭಾಗುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಗೆರೆ AB' ನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. Circle with Centre & Radius ಟೂಲನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ A ಯಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡುವಾಗ ಬರುವ ವಿಂಡೋದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು 'a' ಎಂದು ನೀಡಿರಿ. ವೃತ್ತವು ಬಾಗಿರುವ ಗೆರೆಯೊಂದಿಗೆ ಸಂಗಮಿಸುವ ಬಿಂದು C ಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ.



ಇನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಗೆರೆಗಳನ್ನು, ಕೋನವನ್ನು ಮತ್ತು ವೃತ್ತವನ್ನು ಮರೆಮಾಡಿ ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿರಿ. Polygon ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನ ABC ಯನ್ನು ಪೂರ್ತಿ ಮಾಡಿರಿ. Distance or Length ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳಲ್ಲೂ Angle ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನದೊಳಗೂ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದರೆ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ಇನ್ನು ಸ್ಲೈಡರನ್ನು ಚಲಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಿ ಭುಜಗಳು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಗುವುದು? ಕೋನಗಳೋ?

ಕೋನವೂ ಭುಜವೂ

6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಉದ್ದದ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಒಂದು ಅಗ್ರಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 30^0 ಬಾಗುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು. ಇನ್ನೊಂದು ಅಗ್ರಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ, ಹಲವು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅನೇಕ ಸಣ್ಣ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.



ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕನಿಷ್ಟ ಎಷ್ಟು ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ತೆಗೆದು ಕೊಂಡರೆ, ವೃತ್ತವು ಮೇಲಿನ ಗೆರೆಯನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವುದು?

ತ್ರಿಜ್ಯವು ಯಾವೆಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗುವಾಗ ವೃತ್ತವು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎರಡು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಖಂಡಿಸುವುದು?

AB =6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $\angle B = 30^0$ ಆಗಿರುವಂತೆ ABC ಎಂಬ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಬೇಕು. AC ಯ ಉದ್ದವು ಕನಿಷ್ಟ ಎಷ್ಟು ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಆಗಿರಬೇಕು? AC ಯ ಉದ್ದವು ಯಾವೆಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ ಆಗುವಾಗ ಈ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಲಭಿಸುವುದು?

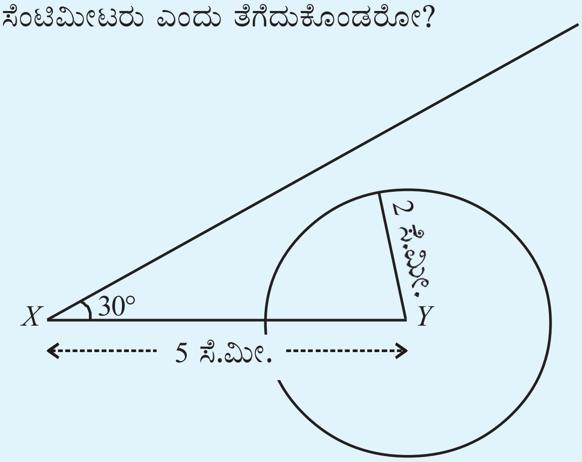
ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದ ಸಹಾಯದೊಂದಿಗೆ ಈ ಚಟುವಟಿಕೆ ಯನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡೋಣ. 6 ಯೂನಿಟ್ ಉದ್ದದಲ್ಲಿ AB ಎಂಬ ಗೆರೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ∠BAB' = 30° ಆಗುವಂತೆ AB' ಎಂಬ ಗೆರೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಒಂದು ಸ್ಲೈಡರ್ 'a' ಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿರಿ. Circle with centre and Radius ಟೂಲನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ B ಯಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡುವಾಗ ಬರುವ ವಿಂಡೋದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿ 'a' ಎಂದು ನೀಡಿರಿ. ಸ್ಲೈಡರಿನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಯಾವ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು AB' ಎಂಬ ಗೆರೆಯೊಂದಿಗೆ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವುದು?

ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ YZ ನ ಉದ್ದ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಎಂದು ತೆಗೆದು ಕೊಂಡಾಗಲೋ?

ಈಗ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆಯೋ?

YZ ನ ಉದ್ದ 2.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಎಷ್ಟು ತ್ರಿಕೋನ ಲಭಿಸುವುದು?

2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೋ?



ಈಗ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

YZ ನ ಉದ್ದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೋ? ಎಷ್ಟು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಲಭಿಸುವುವು?

ಇನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

- AB = 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, BC = 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, ∠A = 40°
- PQ = 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, PR = 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, ∠Q = 50°
- XY = 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, YZ = 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, ∠X = 70°

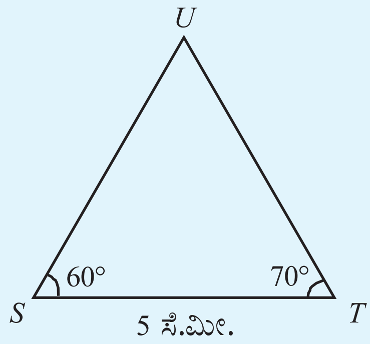
ಎರಡು ಕೋನಗಳು

ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೆ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

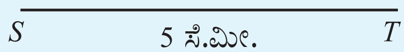
ST = 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $\angle S = 60^0$, $\angle T = 70^0$ ಎಂಬೀ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ STU ಎಂಬ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.

ಮೊದಲು ಒಂದು ಕರಡು ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯೋಣ.

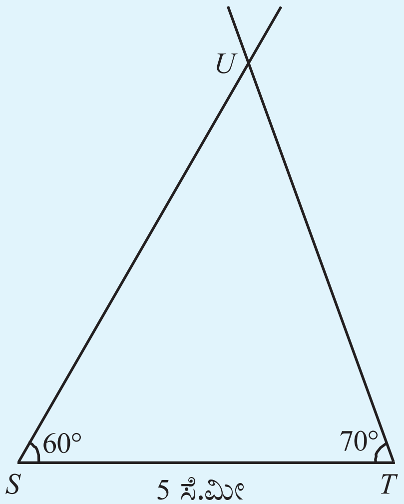
5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಉದ್ದದ ST ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ಇನ್ನು U ವಿನ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. S ನಿಂದ 60^0



ಬಾಗುವಿಕೆಯಿರುವ ಮತ್ತು Tಯಿಂದ 70^0 ಬಾಗುವಿಕೆಯಿರುವ ಗೆರೆಗಳು ಸಂಗಮಿಸುವ ಬಿಂದು U ಆಗಿದೆ.

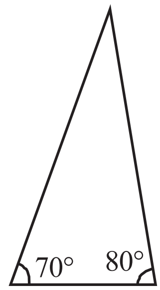


ಇನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

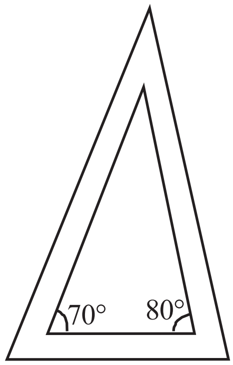
- YZ = 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $\angle Y = 45°, \angle Z = 65°$
- MN = 6.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $\angle M = 60°$, $\angle N = 55°$
- AB = 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $\angle A = 60°$, $\angle B = 60°$, ΔABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಕೋನ C ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು? BC, CA ಇವುಗಳನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಿ ಬರೆಯಿರಿ.
- PQ = 4.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $\angle P = 70°$, $\angle Q = 70°$ಎಂಬೀ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ΔPQR ನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. $\angle R$ ನ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು? PR, RQ ಇವುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.

ಸಮಾನಾಂತರ ತ್ರಿಕೋನಗಳು

ಒಂದು ಗೆರೆಯ ಎರಡು ಅಗ್ರಬಿಂದುಗಳಿಂದ 70^0, 80^0 ಎಂಬ ಬಾಗುವಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆದು ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.



ಇದರ ಮೂರನೇ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು? ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಮೂರು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆದು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.



ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ. ಇದರಂತೆ ಇತರ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಕೋನಗಳು ಬದಲಾಗುತ್ತವೆಯೇ?

ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ. Min = 0, Max =2 ಬರುವಂತೆ ಒಂದು ಸ್ಲೈಡರ್ 'a' ತಯಾರಿಸಿ Polygon ಟೂಲನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಇದರ ಒಳಗೆ ಒಂದು ಬಿಂದು D ಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. Dilate object from point by Factor ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನದೊಳಗೂ ಹಾಗೂ Dಯಲ್ಲೂ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿ ಬರುವ ವಿಂಡೋದಲ್ಲಿ Factor ಎಂಬುದಕ್ಕೆ 'a' ಎಂದು ನೀಡಿ OK ಕೊಡಿರಿ. ಸ್ಲೈಡರಿನ ಬೆಲೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

Angle ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನಗಳೊಳಗೆ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದರೆ ಅವುಗಳ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಎಷ್ಟೆಂದು ತಿಳಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು. D ಯ ಸ್ಥಾನವು ತ್ರಿಕೋನದ ಶಿರಗಳೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿ ನಿಲ್ಲುವಂತೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಬದಲಾಗದ ಸಂಬಂಧ

AB = 6 ಯೂನಿಟ್, AC = 2 BC ಆಗುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ? ಇಂತಹ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆಂದು ನೋಡೋಣ.

6 ಯೂನಿಟ್ ಉದ್ದದ ಒಂದು ರೇಖೆ ABಯನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು. ಯೋಗ್ಯವಾದ ಒಂದು minimum ಬೆಲೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ಒಂದು maximum ಬೆಲೆಯನ್ನು ನೀಡಿ ಒಂದು ಸ್ಲೈಡರ್ 'a' ನಿರ್ಮಿಸಿರಿ. B ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ 'a' ಯೂನಿಟ್ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಮತ್ತು A ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ '2a' ಯೂನಿಟ್ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಈ ವೃತ್ತಗಳು ಖಂಡಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳು C,D ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. AC,BC ಎಂಬೀ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇನ್ನು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಮರೆಮಾಡಿರಿ. ಸ್ಲೈಡರಿನ ಬೆಲೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಸ್ಲೈಡರಿನಲ್ಲಿ right click ಮಾಡಿ Animation ನೀಡಿದರೂ ಸಾಕು. C ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ right click ಮಾಡುವಾಗ ಬರುವ ವಿಂಡೋದಲ್ಲಿ Trace on ಎಂಬುವುದರಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿ 'ಟಿಕ್' ಮಾರ್ಕ್ ನೀಡಿರಿ. ಈ ಬಿಂದು ಸಂಚರಿಸುವ ಪಥದ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆ ಏನು? AD, BD ಎಂಬೀ ಗೆರೆಗಳ ಮೂಲಕ ಎಳೆದ D ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ Trace on ಕೂಡ ನೀಡಿರಿ. ಸ್ಲೈಡರಿನ increment ನ್ನು ಕಡಿಮೆಮಾಡಿದರೆ ಈ ಬಿಂದುಗಳ ಪಥ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ. (ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಸ್ಲೈಡರಿನಲ್ಲಿ right click ಮಾಡಿರಿ. Object Properties → Slider → increment)

AC = 2BC ಎಂಬುದರ ಬದಲು AC = 3BC, 2AC=3BC ಹೀಗಿರುವ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೊಂಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಇವುಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ C,D ಎಂಬೀ ಬಿಂದುಗಳು ಸಂಚರಿಸುವ ಪಥದ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆ ಏನು? AC = BC ಆಗುವಾಗಲೋ?

ಕೊನೆಯದಾಗಿ ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ $\angle Q$ ವಿನ ಅಳತೆಯ ಬದಲಾಗಿ $\angle R$ ನ ಅಳತೆ 70^0 ಎಂದು ಬದಲಾಯಿಸಿದರೋ?

ನಾವು ಇದುವರೆಗೆ ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಆ ಭುಜದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿರುವುದು. $\angle P$, $\angle R$ ಎಂಬಿವುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವುದು $\angle P$, $\angle Q$ ಎಂಬಿವುಗಳ ಅಳತೆಗಳಾಗಿವೆ. $\angle Q$ ವಿನ ಅಳತೆ ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

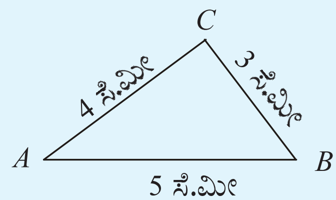
$$\angle Q = 180° - (70° + 70°) = 40°$$

ಇನ್ನು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ?

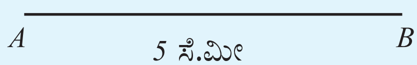
ಮೂರು ಭುಜಗಳು

ಮೂರು ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೂ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. AB = 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, BC = 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, AC = 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.

ಒಂದು ಕರಡು ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯೋಣ.



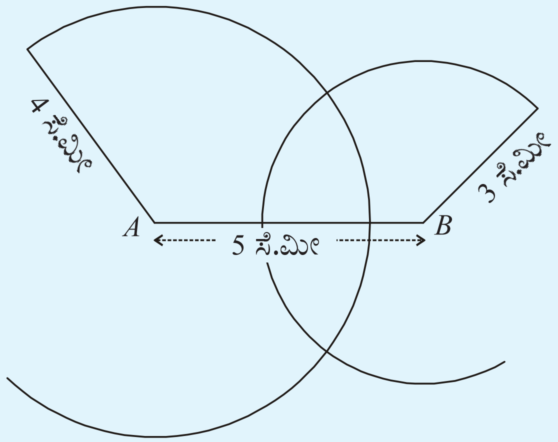
ಮೊದಲು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಉದ್ದದ AB ಯನ್ನು ಎಳೆಯೋಣ.



ಇನ್ನು Cಯ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. A ಯಿಂದ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ದೂರದಲ್ಲೂ B ಯಿಂದ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ದೂರದಲ್ಲೂ ಇರುವ ಬಿಂದು C ಆಗಿದೆ.

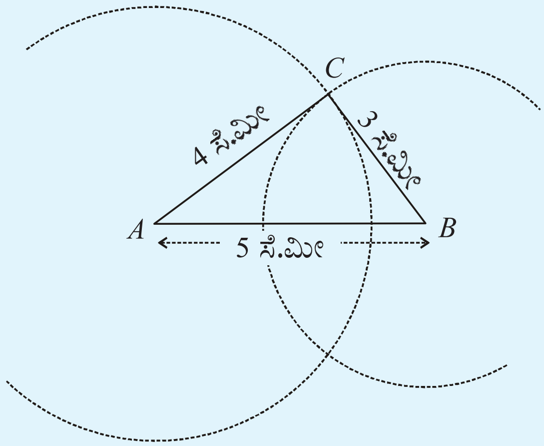
Aಯಿಂದ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳೂ A ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಇರುವುದು.

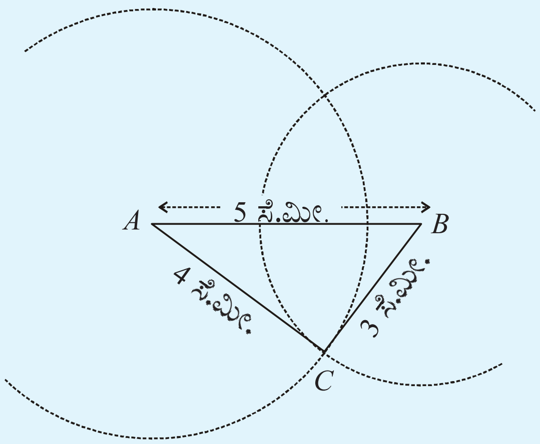
ಇದರಂತೆ B ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ B ಯಿಂದ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳು ಲಭಿಸುವುದು.



ಈ ವೃತ್ತಗಳು ಖಂಡಿಸುವ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು A ಯಿಂದ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಮತ್ತು B ಯಿಂದ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ದೂರದಲ್ಲಿವೆ ಯಲ್ಲವೇ.

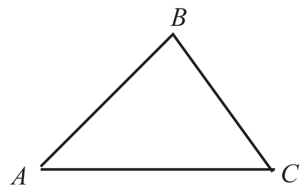
ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿಯೂ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.





ಸರಿಯಾದ ದಾರಿ

ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



A ಯಿಂದ C ಗೆ ತಲುಪಲು, A C ಎಂಬ ಗೆರೆಯ ಮೂಲಕ ನೇರವಾಗಿ ಹೋಗಬಹುದು. ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, AB ಯ ಮೂಲಕ B ಗೆ ತಲುಪಿ, ಅಲ್ಲಿಂದ BC ಯ ಮೂಲಕ C ಗೆ ತಲುಪಬಹುದು. ಹತ್ತಿರದ ದಾರಿ ಯಾವುದು? ಇದರಿಂದ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಿಳಿಯಬಹುದೇ?

ಮಡಲಕಡ್ಡಿ ಲೆಕ್ಕ

ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವ ಎರಡು ಮಡಲಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಅದರಲ್ಲೊಂದನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ಎರಡು ತುಂಡುಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬೇಕು.

ಈ ಮೂರು ಮಡಲಕಡ್ಡಿಗಳಿಂದ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಇನ್ನು ದೊಡ್ಡ ಮಡಲಕಡ್ಡಿಯಿಂದ ಸಣ್ಣ ಒಂದು ತುಂಡನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಈಗ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆಯೇ?

ಬದಲಾಗದ ಸುತ್ತಳತೆ

ಸುತ್ತಳತೆ 15 ಯೂನಿಟ್ ಆಗುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ? ಇಂತಹ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ನಿಯಂತ್ರಿಸಲು ಎರಡು ಸ್ಲೈಡರುಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಬೇಕು. Min=0, Max=7.5 ಆಗುವಂತೆ 'a', 'b' ಎಂಬಂತೆ ಎರಡು ಸ್ಲೈಡರುಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಬೇಕು. Segment with given length ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಉದ್ದ 'a' ಎಂಬ ಸ್ಲೈಡರಿನ ಬೆಲೆಯಾಗುವಂತೆ AB ಎಂಬ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇನ್ನು ಇತರ ಎರಡು ಭುಜಗಳಿಗೂ ಸೇರಿ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟಾಗಬೇಕು? ಸುತ್ತಳತೆ 15 ಯೂನಿಟ್. ಆಗ

$$AC + BC = 15 - AB$$
$$= 15 - a$$

ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ 'b' ಆದರೆ ಅನಂತರದ ಭುಜದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟಾಗಬೇಕು? ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಅನಂತರದ ಎರಡು ಭುಜಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು. 'A' ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟು ತ್ರಿಜ್ಯ 'b' ಆಗುವಂತೆ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನೂ B ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ ತ್ರಿಜ್ಯ 15 - a-b ಆಗುವಂತೆ ಮತ್ತೊಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು. ಈ ವೃತ್ತಗಳು ಖಂಡಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ C, D ಎಂದು ಗುರುತಿಸಬೇಕು. Polygon ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನ ABCಯನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು. Distance or Length ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನದೊಳಗೆ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದರೆ ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದೆಂದು ತಿಳಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು. ಸ್ಲೈಡರುಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ a, b ಎಂಬಿವುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಸಮಾನ ಸುತ್ತಳತೆಯಿರುವ ವಿಭಿನ್ನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸಿಗುವುದಿಲ್ಲವೆ?

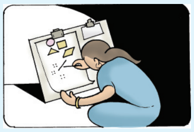
ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಸುಂದರವಾದ ಒಂದು ಚಿತ್ರ ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ. AD, BD ಎಂಬಿ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

AC, BC, AD, BD ಎಂಬೀ ಗೆರೆಗಳಿಗೂ C, D ಎಂಬೀ ಬಿಂದುಗಳಿಗೂ Trace on ನ್ನು ಕೊಡಬೇಕು. a ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ್ಥಿರವಾಗಿರಿಸಿಕೊಂಡು b ಯ ಸ್ಲೈಡರಿಗೆ animation ಕೊಡಬೇಕು. ಹೀಗೆ ಸಿಗುವ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ. C, D ಎಂಬಿವುಗಳು ಸಂಚರಿಸುವ ಪಥದ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆ ಏನು?

ಇನ್ನು ಈ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ

- PQ = 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, QR = 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, PR = 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು.
- XY = 7.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, YZ = 6.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, XZ = 5.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು.
- DE = 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, EF = 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, DF = 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು.

- AB = 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, AC = 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು $\angle A = 85^0$. ಈ ಅಳತೆಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನ ABCಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
- PQ = 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $\angle Q = 60^0$, PR = 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು. ಈ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನ PQRನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಿ ಬರೆಯಿರಿ.
- MN = 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $\angle M = 60^0$, $\angle N = 50^0$. ತ್ರಿಕೋನ MNT ರಚಿಸಿರಿ.
- XY = 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, YZ = 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, XZ = 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, ಈ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನ XYZ ರಚಿಸಿರಿ.



ಪ್ರೋಜೆಕ್ಟ್

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, 10 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಆಗಿರುವಂತೆ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, 9 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಆದರೋ?

ಇನ್ನು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, 8.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಆದರೋ?

ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಉದ್ದವು ಎಷ್ಟು ಸೆಂಟಿಮೀಟರಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಬಹುದು?

ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧ ವೇನು? ಕೆಲವು ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದೇ ಇರುವುದು ಯಾಕೆ?

ಇನ್ನು, ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಅಳತೆ ಗಳಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿರುವವುಗಳು ಯಾವುವು? ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 8 ಸೆ.ಮೀ., 6 ಸೆ.ಮೀ., 13 ಸೆ.ಮೀ.
- 2 ಸೆ.ಮೀ., 5 ಸೆ.ಮೀ., 8 ಸೆ.ಮೀ.
- 5 ಸೆ.ಮೀ., 4 ಸೆ.ಮೀ., 9ಸೆ.ಮೀ
- 4 ಸೆ.ಮೀ., 6 ಸೆ.ಮೀ., 7 ಸೆ.ಮೀ.

ಬದಲಾಗದ ಕೋನ

AB = 5 ಯೂನಿಟ್, $\angle C = 60°$ ಆಗುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ? ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದ ಸಹಾಯದೊಂದಿಗೆ ಇಂತಹ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸವುದು ಹೇಗೆಂದು ನೋಡೋಣ.

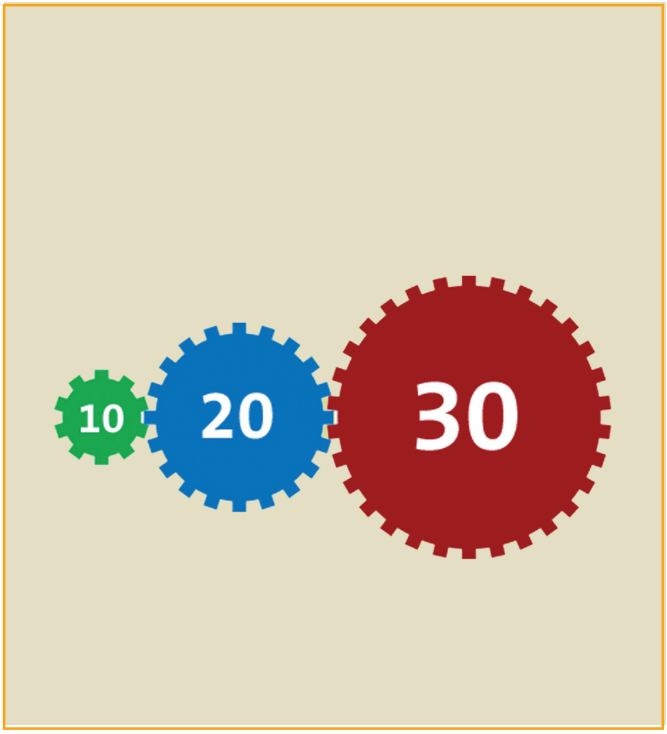
5 ಯೂನಿಟ್ ಉದ್ದದ ABಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಒಂದು Angle Slider 'a' ನಿರ್ಮಿಸಿರಿ. Angle with given size ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಮೊದಲು B ಯಲ್ಲೂ ಅನಂತರ Aಯಲ್ಲೂ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದಾಗ ಬರುವ ವಿಂಡೋದಲ್ಲಿ ಕೋನದ ಅಳತೆಯಾಗಿ 'a' ಎಂದು ನೀಡಿ OK ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿರಿ. ಈಗ $\angle BAB'$ ಎಂಬುದು 'a'ಯ ಬೆಲೆಯಾಗುವಂತೆ ಒಂದು ಬಿಂದು B^1 ಲಭಿಸುವುದು. ಇದೇ ಟೂಲನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮೊದಲು A ಯಲ್ಲೂ ಅನಂತರ B ಯಲ್ಲೂ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡುವಾಗ ಲಭಿಸುವ ವಿಂಡೋದಲ್ಲಿ ಕೋನದ ಅಳತೆಯಾಗಿ 120^0-a ಎಂದು ನೀಡಿ, Clockwise ಎಂಬುದರಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿ OK ಯನ್ನು ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿರಿ. ಈಗ A' ಎಂಬ ಹೊಸ ಬಿಂದು ಲಭಿಸುವುದು. Ray through two points ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ AB', BA' ಎಂಬೀ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ಗೆರೆಗಳು ಸಂಗಮಿಸುವ ಬಿಂದು Cಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. Polygon ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನ ABCಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಇನ್ನು ಅಗತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಮರೆಯಾಗಿಸಿರಿ. Angle ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನದೊಳಗೆ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದರೆ ಅದರ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಕಾಣಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು. a ಎಂಬ ಸ್ಲೈಡರಿನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. AC, BC ಗೆರೆಗಳ ಮತ್ತು C ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿಗೆ Trace on ಕೊಟ್ಟು ಸ್ಲೈಡರಿಗೆ Animation ನೀಡಿರಿ. C ಎಂಬ ಬಿಂದು ಸಂಚರಿಸುವ ಪಥದ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯನ್ನು ಹೇಳಬಹುದೇ? C ಯ ಕೋನದ ಅಳತೆ 60^0 ಎಂಬುದರ ಬದಲು ಇತರ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲೂ ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ. ಈ ಕೋನವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಲು ಒಂದು ಸ್ಲೈಡರನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

ಪುನರವಲೋಕನ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಸಹಾಯದೊಂದಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ
• ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಮತ್ತು ಒಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆಗಳು ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.			
• ಒಂದು ಭುಜದ ಮತ್ತು ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಗಳನ್ನು ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.			
• ಮೂರು ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.			
• ಕೆಲವು ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದಿರುವುದರ ಕಾರಣ ಯುಕ್ತಿಯೊಂದಿಗೆ ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.			
• ನಿಖರವಾಗಿಯೂ ಸೂಕ್ಷ್ಮವಾಗಿಯೂ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು.			
• ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು.			

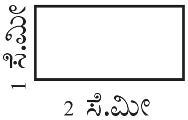
9

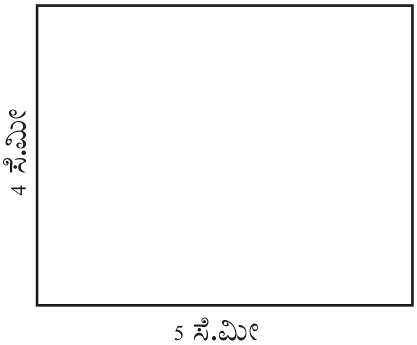
ನಿಷ್ಪತ್ತಿ



ಸಮಾನ ರೂಪ

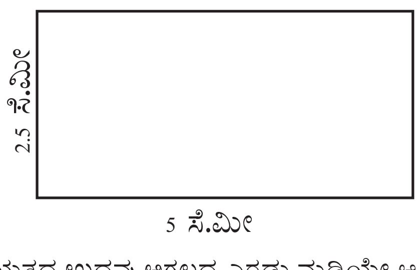
ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎರಡು ಆಯತಗಳಲ್ಲಿ ಉದ್ದವು ಅಗಲಕ್ಕಿಂತ 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ.





ಆದರೆ ಈ ಎರಡು ಆಯತಗಳು ಗಾತ್ರದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರವಲ್ಲ ರೂಪದಲ್ಲೂ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ? ದೊಡ್ಡ ಆಯತದಲ್ಲಿ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಒಂದೇ ನೋಟಕ್ಕೆ ಗೋಚರವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಇನ್ನು, ಉದ್ದ 50 ಸೆ.ಮೀ, ಅಗಲ 49 ಸೆ.ಮೀ ಇರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಆಯತವನ್ನು ದೊಡ್ಡ ಕಾಗದದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿರಿ. ಈಗ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳೊಳಗಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಗೋಚರವಾಗುವುದೇ ಇಲ್ಲ. ಅಂದರೆ ಈ ಆಯತವು ಒಂದು ಚೌಕದಂತೆ ಗೋಚರವಾಗುತ್ತದೆ.

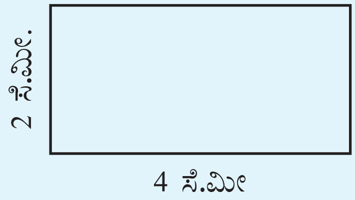
ಮೊದಲು ಪರಿಗಣಿಸಿದ ಸಣ್ಣ ಆಯತದ ಉದ್ದವು ಅಗಲದ ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ. ಇನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆಯತವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

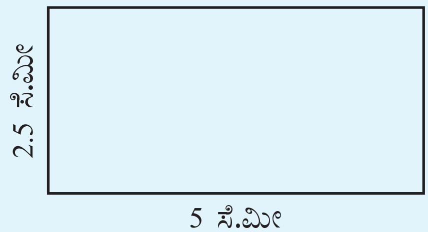


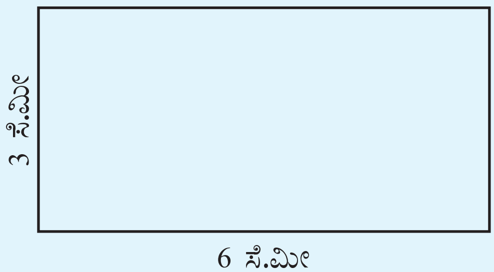
ಈ ಆಯತದ ಉದ್ದವು ಅಗಲದ ಎರಡು ಮಡಿಯೇ ಆಗಿದೆ. ಮೊದಲು ಪರಿಗಣಿಸಿದ ಆಯತಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದ್ದರೂ ಅವುಗಳ ರೂಪಗಳು ಒಂದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲವೇ?

ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲ

ಈ ಆಯತಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.







ಇವುಗಳ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳೊಳಗೆ ಏನಾದರೂ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೇ? ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಯತಗಳಲ್ಲಿ ಉದ್ದವು ಅಗಲದ ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

(ಅಗಲವು ಉದ್ದದ ಅರ್ಧ ಎಂದೂ ಹೇಳಬಹುದು)

ಈ ವಿಚಾರವನ್ನು ಗಣಿತದ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಹೇಳಬಹುದು:

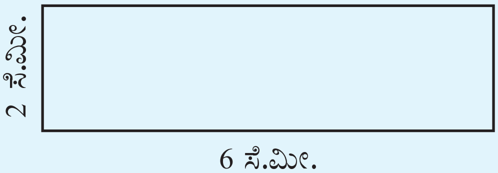
ಈ ಆಯತಗಳಲ್ಲಿ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ಒಂದಕ್ಕೆ ಎರಡು ಆಗಿದೆ. (in the ratio one to two).

"ಒಂದಕ್ಕೆ ಎರಡು" ಎಂಬುದನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ 1:2 ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಅಂದರೆ ಈ ಆಯತಗಳಲ್ಲಿ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದವು 1:2 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿದೆ.

ಅಗಲ 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಇರುವ ಆಯತದಲ್ಲಿ ಉದ್ದವು ಅಗಲದ ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿರುವುದಲ್ಲವೇ? ಅಗಲ 1 ಮೀಟರ್ ಉದ್ದ 2 ಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಆಯತದಲ್ಲೂ ಈ ಸಂಬಂಧವೇ ಇರುವುದು.

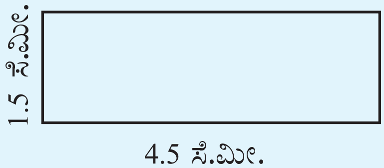
ಆಗ ಈ ಆಯತಗಳಲ್ಲೂ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದವು ಒಂದಕ್ಕೆ ಎರಡು (1:2) ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಾಗಿದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ: ಈ ಆಯತಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವು ಎರಡಕ್ಕೆ ಒಂದು (2:1) ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವುದು.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?



ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಆಯತದಲ್ಲೋ?

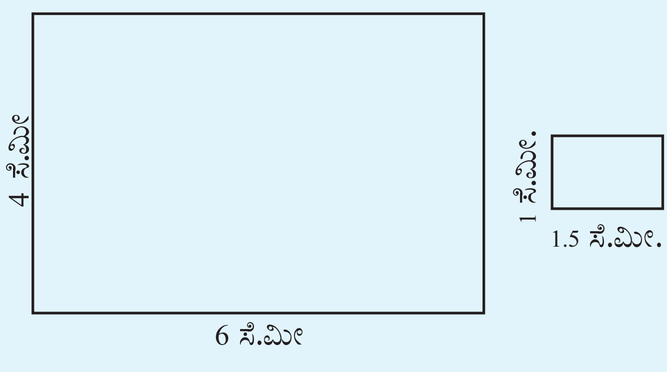
ಈ ಎರಡು ಆಯತಗಳಲ್ಲೂ ಉದ್ದವು ಅಗಲದ ಮೂರು ಮಡಿಯಾಗಿರುವುದಲ್ಲವೇ? ಹಾಗಾದರೆ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?



ಅಗಲ ಎರಡು ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಉದ್ದ 1 ಮೀಟರ್ ಆದರೋ? ಉದ್ದವು ಅಗಲದ ಎಷ್ಟು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ?

1 ಮೀಟರೆಂದರೆ 100 ಸೆಂಟಿಮೀಟರಲ್ಲವೇ? ಆಗ ಈ ಆಯತದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 1:50 ಆಗಿದೆ.

ಇನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎರಡು ಆಯತಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವ.



ಏಕಕ ಬದಲಾಗುವಾಗ

ಈ ಫೋಟೋವನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ.

ಇದರ ಸಣ್ಣ ಅಂಚು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ದೊಡ್ಡ ಅಂಚು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ದೊಡ್ಡ ಅಂಚು ಸಣ್ಣ ಅಂಚಿನ $1\frac{1}{2}$ ಮಡಿಯಾಗಿದೆ. ಸಣ್ಣ ಅಂಚು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹಾಗೂ ದೊಡ್ಡ ಅಂಚು 4.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೋ?

ಈಗ ದೊಡ್ಡ ಅಂಚು ಸಣ್ಣ ಅಂಚಿನ $1\frac{1}{2}$ ಮಡಿಯೇ ಆಗಿದೆ.

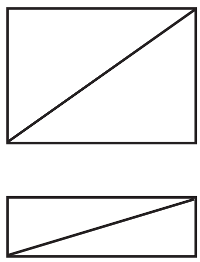
ಇನ್ನು ಸಣ್ಣ ಅಂಚು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗುವಾಗ ದೊಡ್ಡ ಅಂಚು 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಹೆಚ್ಚಿಸಿ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮಾಡಿದರೋ?

ಈ ಚಿತ್ರ ಸರಿಯಾಗಿದೆಯೋ?

ಟೆಲಿವಿಷನ್ ಗಣಿತ

ಟೆಲಿವಿಷನ್ ಸೆಟ್ಟುಗಳ ಗಾತ್ರವನ್ನು 14 ಇಂಚು, 17 ಇಂಚು, 20 ಇಂಚು ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ. ಇದರ ಅರ್ಥವೇನು? ಟೆಲಿವಿಷನ್ ಸ್ಕ್ರೀನ್ ಆಯತಾಕಾರವಲ್ಲವೇ? ಈ ಅಳತೆಗಳೆಲ್ಲಾ ಅವುಗಳ ಕರ್ಣಗಳ ಅಳತೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಇದರಿಂದ ಮಾತ್ರ ಟೆಲಿವಿಷನ್‌ನ ಗಾತ್ರವನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸಬಹುದೇ? ವ್ಯತ್ಯಸ್ತವಾದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳಿರುವ ಆಯತಗಳ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವಾಗ ಬಹುದಲ್ಲವೇ?



ಸ್ಕ್ರೀನಿನ ಗಾತ್ರ ಎಷ್ಟೇ ಆದರೂ ಸ್ಕ್ರೀನಿನ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಈಗಿನ ಟೆಲಿವಿಷನ್‌ಗಳಲ್ಲಿ 16:9 ಆಗಿರುವುದು. ಹಳೆಯ ಟೆಲಿವಿಷನ್‌ಗಳ ಸ್ಕ್ರೀನಿನ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 4:3 ಆಗಿತ್ತು. ಕರ್ಣಗಳ ಅಳತೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಎರಡು ಟೆಲಿವಿಷನ್‌ಗಳ ಸ್ಕ್ರೀನುಗಳಲ್ಲಿ ಈ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

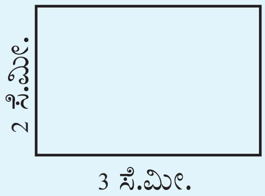
4 : 3

16 : 9

ಎರಡರಲ್ಲೂ ಉದ್ದವು ಅಗಲದ ಒಂದುವರೆ ಮಡಿಯಾಗಿರುವುದಲ್ಲವೇ. ಇದನ್ನು ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದು ಹೇಗೆ? ಒಂದಕ್ಕೆ ಒಂದುವರೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಆದರೆ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಹೇಳುವಾಗ ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

ಅಗಲ 2 ಸೆ.ಮೀ. ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೋ?

2ರ $1\frac{1}{2}$ ಮಡಿಯೆಷ್ಟು?



ಹಾಗಾದರೆ ಇಂತಹ ಆಯತಗಳಲ್ಲಿ ಅಗಲವೂ ಉದ್ದವೂ ಎರಡಕ್ಕೆ ಮೂರು ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಇದನ್ನು 2:3 ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 4:6 ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದಲ್ಲವೇ? ಹೀಗೆ ಹೇಳಿದರೂ ತಪ್ಪಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಆದಷ್ಟು ಸಣ್ಣ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದು.

ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದವು ಅಗಲದ ಎರಡೂವರೆ ಮಡಿಯೆಂದು ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಹೇಳಬಹುದು?

ಅಗಲ 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೆ ಉದ್ದವು $2\frac{1}{2}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

ಅಗಲವು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೋ?

ಉದ್ದವು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗುವುದು.

ಆಗ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದವು 2:5 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಅಗಲದ ಒಂದು ಕಾಲು ಮಡಿ ಉದ್ದವಾದರೋ?

ಅಗಲವು 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೆ, ಉದ್ದವು $1\frac{1}{4}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗುವುದು.

ಅಗಲವು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೆ, ಉದ್ದವು $2\frac{1}{2}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗುವುದು.

ಈಗಲೂ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿದೆ.

ಇನ್ನು ಅಗಲವು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೆ ಉದ್ದವು ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

ಆಗ ಇಂತಹ ಆಯತಗಳಲ್ಲಿ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದವು 4:5 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವುದು.

ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿಚಾರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರೋ?

ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದವನ್ನು ಸಮಾನ ಮಡಿಯಾಗಿ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೂ ಸಮಾನ ಪಾಲಾಗಿ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದರೂ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಅಗಲ	ಉದ್ದ
3 ಸೆ.ಮೀ.	9 ಸೆ.ಮೀ..
6 ಸೆ.ಮೀ.	18 ಸೆ.ಮೀ.
1 ಮೀ.	3 ಮೀ.
$\frac{1}{2}$ ಮೀ.	$1\frac{1}{2}$ ಮೀ.
$1\frac{1}{2}$ ಮೀ.	$4\frac{1}{2}$ ಮೀ..

ಇಲ್ಲಿ, ಅಗಲದ ಮೂರು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ ಉದ್ದ. ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಉದ್ದದ $\frac{1}{3}$ ಭಾಗವು ಅಗಲವಾಗಿರುವುದು.

ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದವು 1:3 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿದೆ; ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವು 3:1 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿದೆ.

- ಈ ಕೆಳಗೆ ಸೂಚಿಸಿದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಯತದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಆದಷ್ಟು ಸಣ್ಣ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಳಿರಿ.
  - ಅಗಲ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ಉದ್ದ 10 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್
  - ಅಗಲ 8 ಮೀಟರ್, ಉದ್ದ 12 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್
  - ಅಗಲ 20 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ಉದ್ದ 1 ಮೀಟರ್
  - ಅಗಲ 40 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ಉದ್ದ 1 ಮೀಟರ್
  - ಅಗಲ 1.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ಉದ್ದ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

ಬಾವುಟಗಳು

ನಮ್ಮ ರಾಷ್ಟ್ರಧ್ವಜದ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸುವಾಗ ಬಣ್ಣ ಮಾತ್ರ ಸರಿಯಾಗಿದ್ದರೆ ಸಾಲದು. ಆಯತದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ಸರಿಯಾಗಿರಬೇಕು. ಇದು 2:3 ಆಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ರಾಷ್ಟ್ರಧ್ವಜವನ್ನು ರಚಿಸುವಾಗ ಉದ್ದವು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, ಅಗಲವು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರಬೇಕು.

ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರಾಷ್ಟ್ರಗಳ ಧ್ವಜಗಳಲ್ಲಿ ಈ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿರುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಆಸ್ಟ್ರೇಲಿಯದ ರಾಷ್ಟ್ರಧ್ವಜದಲ್ಲಿ ಇದು 1:2 ಆಗಿರುವುದು.

ಜರ್ಮನಿಯ ರಾಷ್ಟ್ರಧ್ವಜದಲ್ಲಿ ಈ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು 3:5 ಆಗಿದೆ.

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಲ್ಲದೆ

ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಏಕಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉದ್ದವನ್ನು ಮತ್ತು ಇತರ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಅಳೆಯುವಾಗ ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲೂ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಲಭಿಸಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ ಎಂಬ ಸತ್ಯಾಂಶದಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಎಂಬ ಆಶಯದ ಉದ್ಭವವಾಯಿತು. ಎರಡು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲಿಸುವಾಗ ಅಗತ್ಯವಿರುವಷ್ಟು ಸಣ್ಣ ಏಕಕವನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ ಎರಡನ್ನೂ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದೇ ಎಂಬ ಚಿಂತನೆಯು ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಂಬ ಆಶಯದ ಮೂಲವಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಹಗ್ಗವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಅಳೆಯುವಾಗ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಉದ್ದವು $\frac{2}{5}$ ಎಂದೂ ಇನ್ನೊಂದರ ಉದ್ದವು $\frac{3}{5}$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಹಗ್ಗದ $\frac{1}{5}$ ಭಾಗವನ್ನು ಏಕಕವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಮೊದಲ ವಸ್ತುವಿನ ಉದ್ದವು 2 ಎಂದೂ ಎರಡನೇ ವಸ್ತುವಿನ ಉದ್ದವು 3 ಎಂದೂ ಹೇಳಬಹುದು. ವಸ್ತುಗಳ ಉದ್ದಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2:3 ಎಂದು ಹೇಳುವುದರ ಅರ್ಥವು ಇದುವೇ ಆಗಿದೆ. ಎರಡು ವಸ್ತುಗಳ ಉದ್ದವು ಹಗ್ಗದ $\frac{1}{3}$ ಭಾಗ ಹಾಗೂ $\frac{1}{5}$ ಭಾಗವಾದರೋ? ಎರಡರ ಉದ್ದವು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಬೇಕಾದರೆ ಹಗ್ಗದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವನ್ನು ಏಕಕವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು?

- ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಆಯತಗಳ ಅಗಲ, ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಮೂರನೇ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಿರಿ.

ಅಗಲ (ಸೆ.ಮೀ.)	ಉದ್ದ (ಸೆ.ಮೀ.)	ನಿಷ್ಪತ್ತಿ
6	8	
3		3 : 4
1		3 : 4
	1	3 : 4
6	15	
2		2 : 5
1		2 : 5
	1	2 : 5

- ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲ 1:1 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿದೆ ಎಂದರೆ ಅದರ ಅರ್ಥವೇನು?

ಈ ಆಯತದ ವಿಶೇಷತೆಯೇನು?

ಇತರ ಅಳತೆಗಳು

ಎರಡು ಹಗ್ಗಗಳಲ್ಲಿ ಸಣ್ಣಹಗ್ಗದ ಉದ್ದ $\frac{1}{3}$ ಮೀಟರ್, ದೊಡ್ಡ ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದ $\frac{1}{2}$ ಮೀಟರ್. ಇವುಗಳ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು. $\frac{1}{3}$ ರ ಎಷ್ಟು ಮಡಿಯಾಗಿರುವುದು $\frac{1}{2}$ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$$

ಹಾಗಾದರೆ, ದೊಡ್ಡ ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದವು ಸಣ್ಣ ಹಗ್ಗದ $\frac{3}{2}$ ಮಡಿಯಾಗಿರುವುದು. ಅಂದರೆ $1\frac{1}{2}$ ಮಡಿ. ಸಣ್ಣ ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದವನ್ನು 1 ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ದೊಡ್ಡ ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದವು $1\frac{1}{2}$; ಅಥವಾ 2 ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ 3 ಆಗಿರುವುದು.

ಆದುದರಿಂದ ಸಣ್ಣ ಹಗ್ಗ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಹಗ್ಗಗಳ ನಡುವಣ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2:3 ಆಗಿರುವುದು.

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೂ ಇದನ್ನು ಆಲೋಚಿಸಬಹುದು. ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲದಂತೆಯೇ ಸಣ್ಣ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಹಗ್ಗಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ಮಡಿಗಳಾಗಿ ಹೆಚ್ಚಿಸುವುದು ಎಂದು ಊಹಿಸುವ. ಆಗ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ, ಅಲ್ಲವೇ?

ಎರಡೂ ಹಗ್ಗಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಇಮ್ಮಡಿ ಮಾಡಿದರೋ?

ಸಣ್ಣ ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದವು $\frac{2}{3}$ ಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದವು 1 ಮೀಟರ್ ಆಗುವುದು.

ಈಗಲೂ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಇದೆ.

ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಇಲ್ಲದಂತೆ ಮಾಡಲು ಎಷ್ಟು ಮಡಿಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬೇಕು?

ಆರು ಮಡಿ ಮಾಡಿದರೋ?

$\frac{1}{3}$ ರ 6 ಮಡಿಯು 2

$\frac{1}{2}$ ರ 6 ಮಡಿಯು 3

ಸಣ್ಣ ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದ 2 ಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದವು 3 ಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವುದು.

ಹಾಗಾದರೆ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು 2:3

ಇನ್ನೂ ಒಂದು ದಾರಿಯಿದೆ

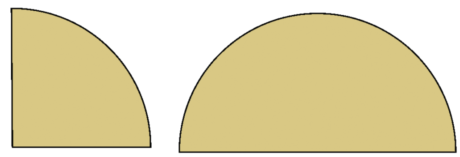
$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} \qquad \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೆ? ಎಂದರೆ ಸಣ್ಣ ಹಗ್ಗವು $\frac{1}{6}$ ಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಎರಡು ತುಂಡುಗಳು ಸೇರಿರುವುದು ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಹಗ್ಗವು $\frac{1}{6}$ ಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ 3 ತುಂಡುಗಳು ಸೇರಿರುವುದಾಗಿದೆ ಎಂದು ಊಹಿಸಿರಿ. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೂ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2: 3 ಆಗಿರುವುದು.

ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡುವ. ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ಅರ್ಧ ಬಾಟ್ಲಿ ನೀರು ಬೇಕು. ಅದಕ್ಕಿಂತಲೂ ದೊಡ್ಡ

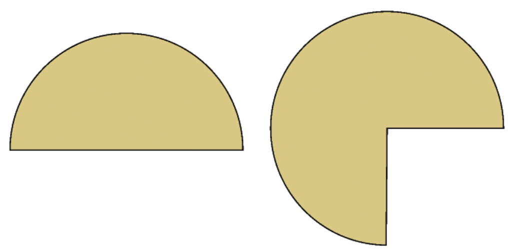
ವೃತ್ತ ಸಂಬಂಧಗಳು

ಈ ಕೆಳಗಿನ ವೃತ್ತ ಭಾಗಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಸಣ್ಣ ತುಂಡು ಒಂದು ವೃತ್ತದ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗವೂ ದೊಡ್ಡ ತುಂಡು ಆ ವೃತ್ತದ $\frac{1}{2}$ ಭಾಗವೂ ಆಗಿರುವುದು. ಅಂದರೆ ದೊಡ್ಡ ತುಂಡು ಸಣ್ಣ ತುಂಡಿನ ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿರುವುದು. ಅಂದರೆ ಸಣ್ಣ ಹಾಗೂ ದೊಡ್ಡ ತುಂಡುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು 1:2 ಆಗಿರುವುದು.

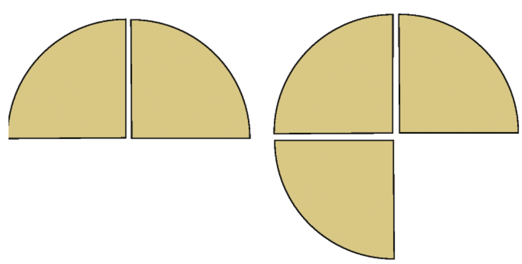
ಇನ್ನು ಈ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಇವುಗಳ ಗಾತ್ರಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

ವೃತ್ತದ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗದಿಂದ ಅಳೆದು ನೋಡುವ.

ಇದರ ಸಣ್ಣ ತುಂಡಿನಲ್ಲಿ ಅಂತಹ ಎರಡು ತುಂಡುಗಳಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ದೊಡ್ಡ ತುಂಡಿನಲ್ಲೋ?

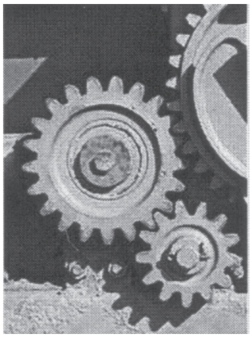


ಹಾಗಾದರೆ ಈ ತುಂಡುಗಳ ಗಾತ್ರಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

KT 625-3/Maths 7(K)Vol-2

ಚಲನೆ ಮತ್ತು ನಿಷ್ಪತ್ತಿ

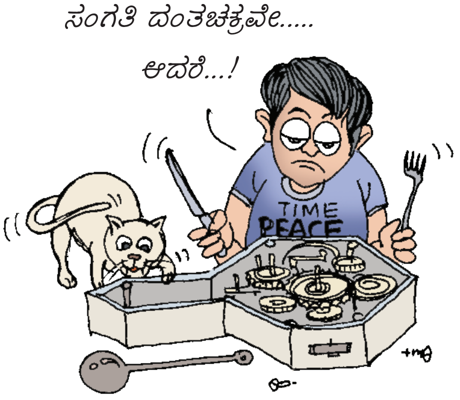
ಆಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಹಳೆಯ ಗಡಿಯಾರದ ಒಳ ಭಾಗವನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೀರೋ? ಅದರ ಒಳಗೆ ವಿಭಿನ್ನ ಗಾತ್ರದ ಹಲವು ಚಕ್ರಗಳನ್ನು ನೋಡಬಹುದು. ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಇದು ಯಂತ್ರದ ಸಣ್ಣ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿದೆ.

ಇದರಲ್ಲಿ ಹಲ್ಲುಗಳಿರುವ ಎರಡು ಚಕ್ರಗಳ ಸಂಪೂರ್ಣ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನಿಮಗೆ ನೋಡಬಹುದು.

ಸಣ್ಣ ಚಕ್ರದಲ್ಲಿ 13 ಹಲ್ಲುಗಳಿವೆ. ದೊಡ್ಡ ಚಕ್ರದಲ್ಲಿ 21 ಹಲ್ಲುಗಳಿವೆ. ಸಣ್ಣ ಚಕ್ರ 21 ಬಾರಿ ಸುತ್ತುವಾಗ ದೊಡ್ಡ ಚಕ್ರವು 14 ಬಾರಿ ಸುತ್ತುವುದು. ಹೀಗೆ ಇಂತಹ ಚಕ್ರಗಳ ಹಲ್ಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕ್ರಮೀಕರಿಸಿ ಯಂತ್ರದ ವೇಗವನ್ನು ನಿಯಂತ್ರಿಸಬಹುದು.



ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ಮುಕ್ಕಾಲು ಬಾಟ್ಲಿ ನೀರು ಬೇಕು. ಸಣ್ಣ ಹಾಗೂ ದೊಡ್ಡ ಪಾತ್ರೆಗಳ ಗಾತ್ರಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

ಇಲ್ಲಿ

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಆಗ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗ ನೀರನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ತುಂಬಿಸಿದಾಗ ಸಣ್ಣ ಪಾತ್ರೆಯು ತುಂಬುವುದು. ದೊಡ್ಡ ಪಾತ್ರೆಯು ತುಂಬಲು $\frac{1}{4}$ ಭಾಗ ನೀರನ್ನು 3 ಬಾರಿ ತುಂಬಿಸಬೇಕು. ಸಣ್ಣ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಪಾತ್ರೆಗಳ ಹಿಡಿವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2:3 ಆಗಿರುವುದು.

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕ : ರಾಜುವಿನಲ್ಲಿ 200 ರೂಪಾಯಿ ಮತ್ತು ರಹಿಂನಲ್ಲಿ 300 ರೂಪಾಯಿದೆ. ಅವರಲ್ಲಿರುವ ಹಣದ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

ಇಬ್ಬರಲ್ಲೂ ನೂರು ರೂಪಾಯಿಯ ನೋಟುಗಳಿರುವುದು ಎಂದು ಊಹಿಸಿರಿ. ಆಗ ರಾಜುವಿನಲ್ಲಿ ಎರಡು, ರಹಿಂನಲ್ಲಿ 3 ನೋಟುಗಳಿರುವುದು ಎಂದರೆ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು 2:3.

ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಸಣ್ಣದೊಂದು ಬದಲಾವಣೆ, ರಾಜುವಿನಲ್ಲಿ 250 ರೂಪಾಯಿ ಮತ್ತು ರಹಿಂನಲ್ಲಿ 350 ರೂಪಾಯಿ ಇರುವುದು ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೋ?

ಆಗ ಅವರಲ್ಲಿರುವುದು 50 ರೂಪಾಯಿಯ ನೋಟುಗಳಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, ರಾಜುವಿನಲ್ಲಿ 5 ನೋಟುಗಳು ರಹಿಂನಲ್ಲಿ 7 ನೋಟುಗಳಿರುವುದು. ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 5:7.

ಅವರಲ್ಲಿರುವ ಮೊತ್ತ 225 ಮತ್ತು 325 ಆದರೋ?

ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ 25 ರೂಪಾಯಿಯ ಕಟ್ಟುಗಳಿರುವುದು ಎಂದಾದರೆ, ರಾಜುವಿನಲ್ಲಿರುವುದು $225 \div 25 = 9$ ಕಟ್ಟುಗಳು. ರಹಿಂನಲ್ಲಿರುವುದು $325 \div 25 = 13$ ಕಟ್ಟುಗಳು; ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 9:13.

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡುವ : ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 25 ಹುಡುಗಿಯರು ಮತ್ತು 20 ಹುಡುಗರಿದ್ದಾರೆ. ಹುಡುಗರ ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

ಹುಡುಗಿಯರನ್ನು ಮತ್ತು ಹುಡುಗರನ್ನು 5 ಮಂದಿಯ ಗುಂಪುಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದರೋ? ಆಗ ಹುಡುಗರ 5 ಗುಂಪು ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ 4 ಗುಂಪುಗಳಿರುವುದು. ಆಗ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 5:4 ಆಗಿರುವುದು.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಆದಷ್ಟು ಸಣ್ಣ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿರಿ.

- ಎರಡು ಪೆನ್ಸಿಲುಗಳಿವೆ. ಸಣ್ಣ ಪೆನ್ಸಿಲಿನ ಉದ್ದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ದೊಡ್ಡ ಪೆನ್ಸಿಲಿನ ಉದ್ದ 9 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ದೊಡ್ಡ ಹಾಗೂ ಸಣ್ಣ ಪೆನ್ಸಿಲುಗಳ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?
- ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ 120 ಹುಡುಗರು ಮತ್ತು 140 ಹುಡುಗಿಯರಿದ್ದಾರೆ. ಹುಡುಗರ ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?
- ಒಂದು ಸಮ್ಮೇಳನದಲ್ಲಿ 96 ಹೆಂಗಸರು ಮತ್ತು 144 ಗಂಡಸರು ಭಾಗವಹಿಸಿದರು. ಹಾಗಾದರೆ ಹೆಂಗಸರು ಮತ್ತು ಗಂಡಸರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?
- ಒಂದು ದಾರವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಆಯತದ ಭುಜಗಳನ್ನು ಅಳೆದಾಗ ಅಗಲವು ದಾರದ $\frac{1}{4}$ ಎಂದೂ ಉದ್ದವು ದಾರದ $\frac{1}{3}$ ಎಂದು ತಿಳಿಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?
- ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಬಾಟ್ಲಿಯನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು $3\frac{1}{2}$ ಗ್ಲಾಸು ನೀರು ಬೇಕು. ಸಣ್ಣ ಬಾಟ್ಲಿಯನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು $2\frac{1}{4}$ ಗ್ಲಾಸು ನೀರುಬೇಕು. ಹಾಗಾದರೆ ದೊಡ್ಡ ಬಾಟ್ಲಿ ಮತ್ತು ಸಣ್ಣ ಬಾಟ್ಲಿಗಳ ಗಾತ್ರಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

ಘಟಕ ವಸ್ತುಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧ

ಅಮ್ಮುವಿನ ಅಮ್ಮ ಇಡ್ಲಿ ತಯಾರಿಸಲು ಎರಡು ಕಪ್ ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಕಪ್ ಉದ್ದನ್ನು ಅರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಅತಿಥಿಗಳು ಬರುವ ಮೊದಲಿನ ದಿನ ನಾಲ್ಕು ಕಪ್ ಅಕ್ಕಿಯನ್ನು ತೆಗೆದರು. ಹಾಗಾದರೆ ಎಷ್ಟು ಕಪ್ ಉದ್ದನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು?

ರುಚಿ ಮತ್ತು ಗುಣವು ಬದಲಾಗದಿರಲು ಅಕ್ಕಿಯ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಉದ್ದನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು.

ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು ಉದ್ದು 2:1 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರಬೇಕು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಇನ್ನು ಬೇರೊಂದು ಮಿಶ್ರಣ ಲೆಕ್ಕ: ಅಬುವಿನ ಮನೆಯ ಗೋಡೆಗೆ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಹಚ್ಚಲು ಮೊದಲು 25 ಲೀಟರ್ ಹಸುರು ಮತ್ತು 20 ಲೀಟರ್ ಬಿಳಿ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಸೇರಿದ ಮಿಶ್ರಣವನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದರು.

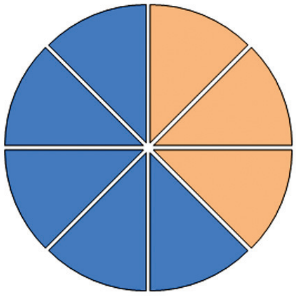
ಸಿಮೆಂಟ್ ಮತ್ತು ಹ್ಯೊಗೆ

ಸಿಮೆಂಟು ಮತ್ತು ಹ್ಯೊಗೆಯನ್ನು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಗೊಳಿಸಿ ಕಟ್ಟಡ ನಿರ್ಮಾಣಕ್ಕೆ ಬಳಸುತ್ತಾರೆ. ಆದರೆ ಎಲ್ಲಾ ಅಗತ್ಯಗಳಿಗೆ ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಒಂದು ಚಟ್ಟಿ ಸಿಮೆಂಟಿಗೆ ಐದು ಚಟ್ಟಿ ಹ್ಯೊಗೆ ಸೇರಿಸಿ ಮಿಶ್ರಣವನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದರೆ ಸಿಮೆಂಟ್ ಮತ್ತು ಹ್ಯೊಗೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು 1:5 ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಒಂದು ಗೋಣಿ ಸಿಮೆಂಟ್ ಮತ್ತು ಐದು ಗೋಣಿ ಹ್ಯೊಗೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದರೂ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ಇದುವೇ ಆಗಿರುವುದು. ಆದರೆ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಗೋಡೆ ಕಟ್ಟಲು ಇಷ್ಟು ಸಿಮೆಂಟು ಬೇಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಅಲ್ಲಿ ಅಗತ್ಯಕ್ಕನುಗುಣವಾಗಿ 1:10 ಅಥವಾ 1:12 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಸಿಮೆಂಟು ಮತ್ತು ಹ್ಯೊಗೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸುತ್ತಾರೆ.

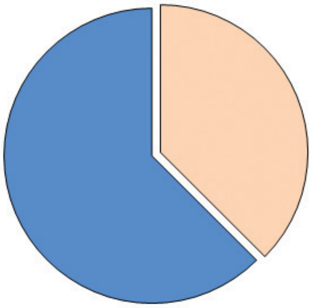
ಭಾಗಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ

ಒಂದೇ ವಸ್ತುವಿನ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಲು ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತಿಳಿ ಬಣ್ಣ ಹಾಕಿದ್ದು ವೃತ್ತದ $\frac{5}{8}$ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಹಾಗೂ ಕಡು ಬಣ್ಣವನ್ನು ಹಾಕಿದ್ದು $\frac{5}{8}$ ಭಾಗಕ್ಕೆ



ಇವುಗಳೆರಡೂ ಸೇರಿದಾಗ ವೃತ್ತವಾಯಿತು. ಈ ಎರಡು ಭಾಗಗಳ ಗಾತ್ರಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3:5 ಆಗಿರುವುದು.



ಹೀಗೆ ನೋಡುವಾಗ 3:8 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು $\frac{3}{8}, \frac{5}{8}$ ಎಂಬ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಮೊತ್ತ 1 ಮತ್ತು ಭೇದ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸಬಹುದು.

ಸಾಕಾಗದೇ ಬಂದಾಗ ಇನ್ನೂ 15 ಲೀಟರ್ ಹಸುರು ಪೈಂಟನ್ನು ಇದಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್ ಬಿಳಿ ಪೈಂಟನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು? ಮೊದಲು ಮಿಶ್ರಗೊಳಿಸಿದಾಗ ಲಭಿಸಿದ ಬಣ್ಣವೇ ಲಭಿಸಲು ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಬದಲಾಗಬಾರದು. ಈ ಮೊದಲು ಹಸುರು ಮತ್ತು ಬಿಳಿ ಪೈಂಟನ್ನು ಯಾವ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಗೊಳಿಸಿದ್ದು ಎಂದು ತಿಳಿಯಬೇಕು. ಅಲ್ಲವೇ?

ಅಂದರೆ 5 ಲೀಟರ್ ಹಸುರು ಪೈಂಟಿಗೆ 4 ಲೀಟರ್ ಬಿಳಿ ಪೈಂಟ್ ಎಂಬುದು ಲೆಕ್ಕ. ಇದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಾಗಬೇಕಾದರೆ 15 ಲೀಟರ್ ಹಸುರು ಪೈಂಟಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್ ಬಿಳಿ ಪೈಂಟನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು?

5ರ ಎಷ್ಟು ಮಡಿ 15 ಆಗಿದೆ?

ಅಂದರೆ 4 ಲೀಟರಿನ ಮೂರು ಮಡಿಯಷ್ಟು ಬಿಳಿ ಪೈಂಟನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು. ಅಂದರೆ 12 ಲೀಟರ್ ಬಿಳಿ ಪೈಂಟ್. ಇದೇ ಹಸುರು ಬಣ್ಣ ಲಭಿಸಬೇಕಾದರೆ 16 ಲೀಟರ್ ಬಿಳಿ ಪೈಂಟಿನೊಂದಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್ ಹಸುರು ಪೈಂಟನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿನೋಡಿರಿ:

- ದೋಸೆ ತಯಾರಿಸಲು 6 ಕಪ್ ಅಕ್ಕಿಯೊಂದಿಗೆ 2 ಕಪ್ ಉದ್ದನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು. ಹಾಗಾದರೆ 9 ಕಪ್ ಅಕ್ಕಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಕಪ್ ಉದ್ದನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು?
- ನಿಸಾರ್‌ನ ಮನೆಯ ಗೋಡೆಗೆ ಸಾರಣೆ ಮಾಡಲು ಸಿಮೆಂಟ್ ಮತ್ತು ಹೊಗೆಯನ್ನು 1:5 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಯಿತು. ಇದಕ್ಕಾಗಿ 45 ಚೀಲ ಸಿಮೆಂಟ್ ಖರೀದಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಚೀಲ ಹೊಗೆಯನ್ನು ಖರೀದಿಸಬೇಕು?
- ಮನೆಗೆ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಹಚ್ಚಲು 24 ಲೀಟರ್ ಪೈಂಟಿನೊಂದಿಗೆ 3 ಲೀಟರ್ ಟರ್ಪೆಂಟೈನ್ ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ 32 ಲೀಟರ್ ಪೈಂಟಿನೊಂದಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್ ಟರ್ಪೆಂಟೈನ್ ಸೇರಿಸಬೇಕು?
- ಒಂದು ಪಂಚಾಯತಿನ ಒಂದನೇ ವಾರ್ಡಿನಲ್ಲಿರುವ ಸ್ತ್ರೀಯರ ಮತ್ತು ಪುರುಷರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 11:10 ಆಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ 3311 ಸ್ತ್ರೀಯರಿದ್ದಾರೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಪುರುಷರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು? ಒಟ್ಟು ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?
- ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿರುವ ಅಧ್ಯಾಪಕರಲ್ಲಿ ಸ್ತ್ರೀಯರ ಮತ್ತು ಪುರುಷರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 5:1 ಅವರಲ್ಲಿ ಆರು ಮಂದಿ ಪುರುಷರು, ಹಾಗಾದರೆ ಸ್ತ್ರೀಯರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?
- ಆಲಿ ಮತ್ತು ಅಜಯನು ಸೇರಿ ಒಂದು ವ್ಯಾಪಾರವನ್ನು ಆರಂಭಿಸಿದರು. ಆಲಿಯು 5000 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಮತ್ತು ಅಜಯನು 3000 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಬಂಡವಾಳವಾಗಿ ಹಾಕಿದರು. ಒಂದು ತಿಂಗಳು ಕಳೆದಾಗ ಅವರಿಗೆ ಲಭಿಸಿದ ಲಾಭವನ್ನು ಬಂಡವಾಳದ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಂಡರು. ಆಲಿಗೆ 2000 ರೂಪಾಯಿ ಲಭಿಸಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಅಜಯನಿಗೆ ಲಭಿಸಿದ ಹಣವೆಷ್ಟು? ಒಟ್ಟು ಲಭಿಸಿದ ಲಾಭವೆಷ್ಟು?

ಭಾಗಗಳ ಲೆಕ್ಕ

ಇಡ್ಲಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು ಉದ್ದು 2 : 1 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವುದು ಎಂದು ಚರ್ಚಿಸಿದೆವು. ಅಕ್ಕಿಮತ್ತು ಉದ್ದು ಸೇರಿ ಒಟ್ಟು 9 ಕಪ್ ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಯಿತು. ಇದರಲ್ಲಿ ಅಕ್ಕಿ ಎಷ್ಟು ಕಪ್ ಇದೆ? 2 ಕಪ್ ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು 1 ಕಪ್ ಉದ್ದು ಅಂದರೆ ಒಟ್ಟು 3 ಕಪ್ ಆಗುವುದು.

ಇಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು 9 ಕಪ್ ಇದೆ.

3 ರ ಎಷ್ಟು ಮಡಿ 9 ಆಗಿದೆ?

ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಪಾಲಿಸಬೇಕಾದರೆ ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು ಉದ್ದನ್ನು ಮೂರು ಮಡಿಯಷ್ಟು ತೆಗೆಯಬೇಕು. ಹಾಗಾದರೆ ಅಕ್ಕಿ 6 ಕಪ್, ಉದ್ದು 3 ಕಪ್

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡುವ.

ಒಂದು ಸಹಕಾರಿ ಸಂಘದಲ್ಲಿ 600 ಪುರುಷರು ಮತ್ತು 400 ಸ್ತ್ರೀಯರು ಸದಸ್ಯರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಇವರಿಂದ 30 ಮಂದಿಯ ಕಾರ್ಯಕಾರಿ ಸಮಿತಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸಬೇಕು. ಅದರಲ್ಲಿ ಗಂಡಸರ ಮತ್ತು ಹೆಂಗಸರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ಒಟ್ಟು ಸದಸ್ಯರಲ್ಲಿರುವ ಗಂಡಸರ ಮತ್ತು ಹೆಂಗಸರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರಬೇಕು. ಹಾಗಾದರೆ ಕಾರ್ಯಕಾರಿ ಸಮಿತಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಗಂಡಸರು ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಹೆಂಗಸರಿರಬೇಕು? ಸಂಘದಲ್ಲಿರುವ ಗಂಡಸರ ಮತ್ತು ಹೆಂಗಸರ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3: 2 ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

3 ಗಂಡಸರು ಮತ್ತು 2 ಹೆಂಗಸರು ಸೇರಿದಾಗ ಒಟ್ಟು 5 ಮಂದಿ. ಇಲ್ಲಿ ಕಾರ್ಯಕಾರಿ ಸಮಿತಿಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವುದು 30 ಮಂದಿ.

ಅಂದರೆ 5 ರ ಎಷ್ಟು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ 30?

ಹಾಗಾದರೆ ಸಮಿತಿಯಲ್ಲಿ $3 \times 6 = 18$ ಗಂಡಸರು ಮತ್ತು $2 \times 6 = 12$ ಹೆಂಗಸರಿರಬೇಕು.

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕ: ಶಾಲೆಯಲ್ಲೊಂದು ತರಕಾರಿ ತೋಟವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಆಯತಾಕೃತಿಯ ಸ್ಥಳವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬೇಕು. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಹರಿ ಮತ್ತು ಮೇರಿಯು 24 ಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಹಗ್ಗವನ್ನು ಬಳಸಿ ತೋಟದ ಸುತ್ತಲು ಆಯತಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಕಟ್ಟಲು ತೊಡಗಿದರು. ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು 3 : 5 ಆಗಿದ್ದರೆ ಉತ್ತಮ ಎಂದು ವಿಮಲ ಟೀಚರ್ ಹೇಳಿದರು. ಹಾಗಾದರೆ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದವು ಎಷ್ಟು ಮೀಟರ್ ಆಗಿರಬೇಕು?

ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದ 24 ಮೀಟರ್ ಆದುದರಿಂದ ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಯು 24 ಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಅಗಲ 3 ಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಉದ್ದ 5 ಮೀಟರ್ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಂದರೆ

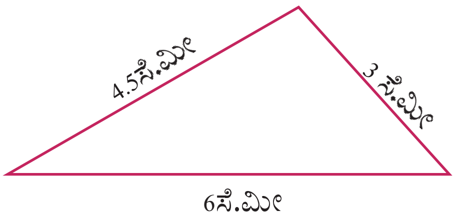
ಎರಡು ಅಳತೆಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಮಾತ್ರ ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳೆರಡೂ ಎಷ್ಟೆಂದು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಹಲವು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಹೋಲಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಎರಡು ಪಾತ್ರೆಗಳ ಹಿಡಿವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2:3 ಎಂಬುದನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಬಹುದು.

- ಸಣ್ಣ ಪಾತ್ರೆ ತುಂಬಲು ದೊಡ್ಡ ಪಾತ್ರೆಯ $\frac{2}{3}$ ಭಾಗ ನೀರು ಬೇಕಾಗುವುದು.
- ದೊಡ್ಡ ಪಾತ್ರೆಯು ತುಂಬಲು ಸಣ್ಣ ಪಾತ್ರೆಯ $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ ಮಡಿ ನೀರು ಬೇಕಾಗುವುದು.
- ಸಣ್ಣ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ $\frac{1}{2}$ ರಷ್ಟು ನೀರನ್ನು ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ $\frac{1}{3}$ ರಷ್ಟು ನೀರು ತೆಗೆದರೆ ಅವುಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು.
- ಎರಡು ಪಾತ್ರೆಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಾ ನೀರು ತೆಗೆದು ಅದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಕಿದಾಗ ಇದರಲ್ಲಿರುವ $\frac{2}{5}$ ಭಾಗ ನೀರು ಸಣ್ಣ ಪಾತ್ರೆಯಿಂದಲೂ, $\frac{3}{5}$ ಭಾಗ ನೀರು ದೊಡ್ಡ ಪಾತ್ರೆಯಿಂದಲೂ ಲಭಿಸಿದ್ದಾಗಿದೆ.

ಎರಡು ಹಗ್ಗಗಳ ಉದ್ದಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3:5 ಎಂದು ಹೇಳಿದರೆ ಈ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇದರಿಂದ ಯಾವ ಯಾವ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು?

ಮೂರು ಅಳತೆಗಳು

ಈ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಇದರಲ್ಲಿ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಭುಜವು ಅತಿ ಸಣ್ಣ ಭುಜದ ಇಮ್ಮಡಿಯಾಗಿದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜವು ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ ಭುಜದ $1\frac{1}{2}$ ಮಡಿ ಆಗಿದೆ. ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ ಭುಜ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 1:2. ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ ಭುಜ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2:3. ಹಾಗಾದರೆ ಮಧ್ಯದ ಭುಜ ಮತ್ತು ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು? ಈ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಬಹುದು. 1.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಹಗ್ಗದಿಂದ ಅಳೆದರೆ ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ ಭುಜದ ಉದ್ದವು 2, ಮಧ್ಯದ ಭುಜದ ಉದ್ದವು 3 ಮತ್ತು ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಭುಜದ ಉದ್ದವು 4 ಆಗಿರುವುದು.

ಇದನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಮೂರು ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2:3:4 ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

24 ಎಂಬುದು 16 ರ ಎಷ್ಟು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ?

$$\frac{24}{16} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

ಹಾಗಾದರೆ ಅಗಲವು 3 ಮೀಟರಿನ $1\frac{1}{2}$ ಮಡಿ ಎಂದರೆ

$$3 \times 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2} \text{ ಮೀಟರ್}$$

ಉದ್ದವು 5 ಮೀಟರಿನ $1\frac{1}{2}$ ಮಡಿ ಎಂದರೆ

$$5 \times 1\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2} \text{ ಮೀಟರ್}$$

ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

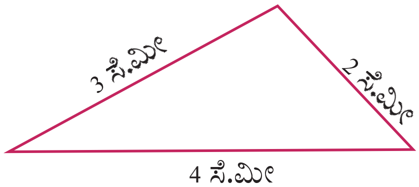
- ಸುಹರ ಮತ್ತು ಸೀತೆ ಸೇರಿ ಒಂದು ವ್ಯಾಪಾರವನ್ನು ಆರಂಭಿಸಿದರು. ಸುಹರ 40000 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನೂ ಸೀತೆ 30000 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಬಂಡವಾಳವಾಗಿ ಹಾಕಿದರು. ಲಾಭವಾಗಿ ಲಭಿಸಿದ 7000 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಬಂಡವಾಳ ಹೂಡಿದ ಹಣದ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಂಡರು. ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೆ ಲಭಿಸಿದ ಹಣವೆಷ್ಟು?
- ಜೋನ್ ಮತ್ತು ರಮೇಶನು ಸೇರಿ ಒಂದು ಕರಾರು ಕೆಲಸವನ್ನು ಕೈಗೆತ್ತಿಕೊಂಡರು. ಜೋನ್ 7 ದಿನ ಮತ್ತು ರಮೇಶನು 6 ದಿನಗಳ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದರು. ಕೂಲಿಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಲಭಿಸಿದ 6500 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ದಿನಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಂಡರು. ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಲಭಿಸಿರಬಹುದು?
- ಒಂದು ರೇಖೀಯ ಜೋಡಿಯ ಕೋನಗಳು 4:5 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 9 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ AB ಎಂಬ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದರಲ್ಲಿ P ಎಂಬ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. AP ಮತ್ತು PB ಎಂಬಿವುಗಳ ಉದ್ದಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 1: 2 ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ A ಯಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿ P ಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಬೇಕು? ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ ಗುರುತಿಸಿರಿ.
- 15 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದನ್ನು 2 : 3 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಖಂಡಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಬೇಕು. ಉದ್ದದ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ.

- ಸೀತೆ ಮತ್ತು ಶೋಭಿಯು ಹಣವನ್ನು 3:2 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಂಡಾಗ ಸೀತೆಗೆ 480 ರೂಪಾಯಿ ಲಭಿಸಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಒಟ್ಟು ಹಣವೆಷ್ಟು?
- ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬಕೋನವಲ್ಲದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು 1:4 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಆ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 30 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 1:2 ಆಗುವಂತೆ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಇದೇ ಸುತ್ತಳತೆಯಿರುವ ಮತ್ತು ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2:3 ಆಗಿರುವ ಆಯತ ಮತ್ತು ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3:7 ಆಗಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಈ ಮೂರು ಆಯತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

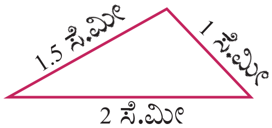
ತ್ರಿಕೋನ ಲೆಕ್ಕ

ಭುಜಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2:3:4 ಆಗಿರುವ ಎಷ್ಟು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಬಹುದು.



ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೆ 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 1.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್



ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್‌ನ ಬದಲು ಮೀಟರ್ ಅದರೋ?

ಹೀಗೆ ಹಲವು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

ಇಂತಹ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲೆಲ್ಲಾ ಅತಿ ಸಣ್ಣ ಭುಜವು ಸುತ್ತಳತೆಯ ಎಷ್ಟನೇ ಭಾಗವಾಗಿರುವುದು?

ಸಣ್ಣ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಭುಜದ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಭುಜವೋ?

ಭುಜಗಳ ಸಂಬಂಧ 5:7:8 ಹಾಗೂ ಸುತ್ತಳತೆ 80 ಸೆ.ಮೀ. ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಸುತ್ತಳತೆ 1 ಮೀಟರ್ ಆದರೋ?

ಪುನರವಲೋಕನ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.
• ಎರಡು ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಅತಿ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಳುವುದು.			
• ಎರಡು ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದು. .			
• ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಅಳತೆ ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ ಎರಡನೆಯ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಭಾಗ ಮಾಡುವುದು.			
• ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದು.			

10

ಹಣದ ವ್ಯವಹಾರಗಳು

ವ್ಯಾಪಾರ ಲೆಕ್ಕಗಳು

ಅನೇಕ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದಿನಿಂದಲೇ ಮನುಷ್ಯರು ಹಲವಾರು ವಿಧದ ವ್ಯಾಪಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದರು. ಹಿಂದಿನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಒಂದು ದನಕ್ಕೆ ಎರಡು ಆಡುಗಳೆಂದೋ ಒಂದು ಹಲಸಿನಕಾಯಿಗೆ ಐದು ಮಾವಿನಕಾಯಿಗಳು ಎಂಬಂತೆ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ವಿನಿಮಯ ಮಾಡುವ ಸಂಪ್ರದಾಯವಿತ್ತು.

ಕಾಲಕ್ರಮೇಣ ಯಥಾರ್ಥ ವಸ್ತುಗಳ ಬದಲು ಅವುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಹಲವು ವಿಧದ ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲು ಆರಂಭಿಸಿದರು. ಇಂತಹ ಹಣದ ವ್ಯವಹಾರಗಳನ್ನು ನಿಖರವಾಗಿ ಮಾಡಲು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಅಗತ್ಯವಾಗಿತ್ತು. ಅದರಂತೆ ಇಂತಹ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳು ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯ ಭಾಗವಾಯಿತು.

ತರಕಾರಿಯ ಬೆಲೆ

ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ನಾಗರಕೋವಿಲ್ ಹಾಗೂ ತಿರುವನಂತಪುರದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ತರಕಾರಿಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ತರಕಾರಿಯ ಬೆಲೆ (1 ಕಿಲೋ.ಗ್ರಾಂಗೆ)		
ತರಕಾರಿ	ತಿರುವನಂತಪುರ	ನಾಗರಕೋವಿಲ್
ಬೀಟ್‌ರೂಟ್	35 ರೂಪಾಯಿ	24 ರೂಪಾಯಿ
ಕ್ಯಾಬೇಜ್	45 ರೂಪಾಯಿ	30 ರೂಪಾಯಿ
ಕ್ಯಾರೇಟ್	60 ರೂಪಾಯಿ	50 ರೂಪಾಯಿ
ಹಸಿಮೆಣಸು	76 ರೂಪಾಯಿ	60 ರೂಪಾಯಿ

ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಕಾರಣವೇನಾಗಿರಬಹುದು?

- ಸಾಗಾಟ ಖರ್ಚು
-
-

ಮಜೀದ್ ಒಬ್ಬ ತರಕಾರಿ ವ್ಯಾಪಾರಿಯಾಗಿರುವನು. ಅವನು 4000 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಸುವರ್ಣಗೆಡ್ಡೆಯನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು. ಒಂದು ಕಿಲೋಗ್ರಾಂಗೆ 20 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಕೊಟ್ಟನು. ಅಲ್ಲಿಯೇ ಒಂದು ಕಿಲೋಗ್ರಾಂಗೆ 25 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದನು. ಈ ವ್ಯಾಪಾರದಲ್ಲಿ ಅವನಿಗೆ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಲಾಭ ಸಿಕ್ಕಿತು?

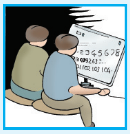
- ಎಷ್ಟು ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಸುವರ್ಣಗೆಡ್ಡೆ ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು?
- ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಗೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದನು?
- ಖರೀದಿಸಲು ತಗಲಿದ ಖರ್ಚೆಷ್ಟು?
- ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಲಾಭ ಲಭಿಸಿತು?

ಮರುದಿನವೂ ಮಜೀದ್ ಕಿಲೋಗ್ರಾಂಗೆ 20 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ 200 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಸುವರ್ಣಗೆಡ್ಡೆಯನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು. ಹತ್ತಿರದ ಮಾರುಕಟ್ಟೆಗೆ ತಲುಪಿಸಲು ವಾಹನ ಬಾಡಿಗೆಯಾಗಿ 200 ರೂ ಕೊಟ್ಟನು. ಅಲ್ಲಿ ಕಿಲೋಗೆ 25 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಮಾರಾಟಮಾಡಿದನು. ಅವನಿಗೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಲಾಭ ಸಿಕ್ಕಿತು?

ಮಜೀದ್ ಇಲ್ಲಿ ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದ ಒಟ್ಟು ಹಣ ಎಷ್ಟು?

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸುವರ್ಣಗೆಡ್ಡೆಯ ಬೆಲೆಯೊಂದಿಗೆ ವಾಹನದ ಬಾಡಿಗೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಬೇಕಲ್ಲವೇ?

ಶಕ್ತಿ ಸಹಕಾರಿ ಸಂಘದವರು ಕಿಲೋಗ್ರಾಮಿಗೆ 25 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ 100 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಗೋಧಿಯನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡರು. ಅದನ್ನು ತೊಳೆದು ಒಣಗಿಸಿ ಹುಡಿಮಾಡಿ ಪ್ಯಾಕ್ ಮಾಡಲು 500 ರೂಪಾಯಿ ಖರ್ಚಾಯಿತು. ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ಗೆ 35 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ 100 ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ಗಳು ಮಾರಾಟಕ್ಕಾಗಿ ತಯಾರಾದವು. ಇದರಲ್ಲಿ 20 ಪ್ಯಾಕೆಟ್ ಗೋಧಿ ಹುಡಿ ಹಾಳಾಗಿ ಹೋಯಿತು. ಈ ವ್ಯಾಪಾರದಲ್ಲಿ ಅವರಿಗೆ ಲಾಭವೋ ನಷ್ಟವೋ? ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ?



- ಒಂದು ಸೆಂಟಿಗೆ 75000 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ತೋಮಸನು 10 ಸೆಂಟ್ಸ್ ಸ್ಥಳವನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು. ಆವರಣ ಗೋಡೆಗಾಗಿ 50000 ರೂ ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದನು. ಬಾವಿ ತೋಡಲು 60,000 ರೂಪಾಯಿ ಖರ್ಚಾಯಿತು. ಸೆಂಟಿಗೆ 90000 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಆ ಸ್ಥಳವನ್ನು ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದನು. ಈ ವ್ಯಾಪಾರದಲ್ಲಿ ಅವನಿಗೆ ಲಾಭವೋ ನಷ್ಟವೋ? ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ?
- ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿಯು ಕ್ವಿಂಟಲಿಗೆ 19850 ರೂಪಾಯಿ ದರದಲ್ಲಿ 20 ಕ್ವಿಂಟಾಲ್ ರಬ್ಬರ್ ಶೀಟ್ ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು. ಅದನ್ನು ಅಂಗಡಿಗೆ ತಲುಪಿಸಲು 3000 ರೂಪಾಯಿ ಖರ್ಚಾಯಿತು. ರಬ್ಬರಿನ ಬೆಲೆ ಕಡಿಮೆಯಾದುದರಿಂದ ಕ್ವಿಂಟಾಲಿಗೆ 18250 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡಬೇಕಾಯಿತು. ಅವನಿಗೆ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ನಷ್ಟವಾಯಿತು?

ಹಣ್ಣಿನ ವ್ಯಾಪಾರ

ಸಜಿಯ ಹಣ್ಣಿನ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಹಣ್ಣು	ಬೆಲೆ (ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ಗೆ)
ಕಿತ್ತಳೆ	60 ರೂಪಾಯಿ
ದ್ರಾಕ್ಷೆ	52 ರೂಪಾಯಿ
ಸೇಬು	110 ರೂಪಾಯಿ
ಮಾವು	65 ರೂಪಾಯಿ

ಕ್ವಿಂಟಾಲ್ ಹಾಗೂ ಟನ್

ಹಿಂದಿನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಉದ್ದ ಹಾಗೂ ಭಾರವನ್ನು ಅಳೆಯಲು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಏಕಕಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಈಗ ಬಹುತೇಕ ಎಲ್ಲಾ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲೂ ಇವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಏಕೀಕರಿಸಿ ಮೆಟ್ರಿಕ್ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.

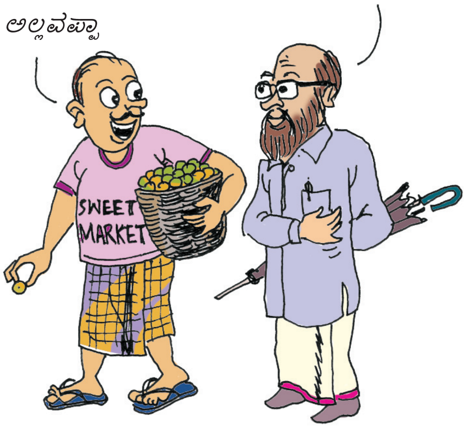
ಪುರಾತನ ಕಾಲದಲ್ಲೇ ಭಾರವನ್ನು ಅಳೆಯಲು ಮೂಲ ಏಕಕದ ನೂರು ಮಡಿ ಎಂಬ ಅರ್ಥದಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ದೇಶಗಳಲ್ಲೂ ಕ್ವಿಂಟಾಲ್ ಎಂಬ ಏಕಕ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ್ದರು. ಮೆಟ್ರಿಕ್ ಪದ್ಧತಿ ಜಾರಿಗೆ ಬಂದಾಗ ಇದನ್ನು 100 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಎಂದು ನಿಗದಿಪಡಿಸಲಾಯಿತು.

ಹಿಂದಿನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಇಂಗ್ಲೆಂಡಿನಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಇತರ ದೇಶಗಳಲ್ಲೂ ಒಂದು ಟನ್ (ton) ಎಂದರೆ 2240 ಪೌಂಡ್ (ಇಂದಿನ 1016 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ) ಎಂದಾಗಿತ್ತು. ಮೆಟ್ರಿಕ್ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಟನ್ (tonne) ಎಂದರೆ 1000 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಆಗಿದೆ. ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ತಿಳಿಯಲು ಇದನ್ನು ಮೆಟ್ರಿಕ್ ಟನ್ ಎಂದೂ ಹೇಳಲಾಗುತ್ತಿದೆ.

ಮೆಟ್ರಿಕ್ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಹೆಸರಿಗನುಗುಣವಾಗಿ ಒಂದು ಟನ್ ಎಂಬುದು ಒಂದು ಮೆಗಾ ಗ್ರಾಂ (1000000 ಗ್ರಾಂ) ಆಗಿದೆ.

ವ್ಯಾಪಾರ ಜಾಲ

ಇಂದು ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಹಲವು ವಿಧದ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸುವವರು, ಅವುಗಳ ಬಳಕೆದಾರರ ನಡುವೆ ಅನೇಕ ಕೊಂಡಿಗಳಿವೆ. ಉತ್ಪಾದಕರಿಂದ ಅನೇಕ ಕೈ ಬದಲಾವಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಗ್ರಾಹಕರನ್ನು ತಲುಪುವುದೆಂದು ಇದರ ಅರ್ಥ. ಅನೇಕ ಉತ್ಪಾದಕರಿಂದ ವ್ಯಾಪಾರ ಸರಕುಗಳನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡು, ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ ಅದನ್ನು ಇತರ ವ್ಯಾಪಾರಿಗಳಿಗೋ ಸಂಸ್ಥೆಗಳಿಗೋ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವವರು ರಖಂ ವ್ಯಾಪಾರಿಗಳು (Whole Salers). ಉತ್ಪನ್ನಗಳನ್ನು ಕೊನೆಗೆ ಗ್ರಾಹಕರಿಗೆ ಮಾರುವವರು ಚಿಲ್ಲರೆ ವ್ಯಾಪಾರಿಗಳು (Retailer). ಇವರೆಡೆಯಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಕೈ ಬದಲಾವಣೆಗಳು ನಡೆಯುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹಂತದಲ್ಲೂ ವೆಚ್ಚಗಳಿಗನುಸಾರವಾಗಿ ಬೆಲೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ.



ಅವನು ಕಿತ್ತಳೆ ಹಾಗೂ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಕಿಲೋಗೆ 50 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಖರೀದಿಸುತ್ತಾನೆ. ದ್ರಾಕ್ಷೆಯನ್ನು ಕಿಲೋಗೆ 40 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆಯೂ ಸೇಬನ್ನು 100 ರೂಪಾಯಿಗೂ ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವನು. ಯಾವ ಹಣ್ಣಿನ ವ್ಯಾಪಾರ ಅವನಿಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಲಾಭದಾಯಕವಾಗಿದೆ?

50 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಖರೀದಿಸಿದ ಕಿತ್ತಳೆಯನ್ನು 60 ರೂಪಾಯಿಗೂ ಅದೇ ಬೆಲೆಗೆ ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವ ಮಾವಿನಹಣ್ಣನ್ನು 65 ರೂಪಾಯಿಗೂ ಮಾರುತ್ತಾನೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಮಾವಿನಹಣ್ಣಿನ ವ್ಯಾಪಾರವು ಲಾಭದಾಯಕ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಕಾರಣವೇನೆಂದರೆ ಸಮಾನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಖರ್ಚುಮಾಡುವಾಗ ಹೆಚ್ಚು ಲಾಭವಾಗುವುದು ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣಿನಲ್ಲಾಗಿದೆ.

100 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಸೇಬನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡು 110 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಮಾರಾಟಮಾಡಿದರೆ 10 ರೂಪಾಯಿ ಲಾಭ ದೊರಕುತ್ತದೆ.

50 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಕಿತ್ತಳೆ ಕೊಂಡುಕೊಂಡು 60 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದರೆ ಲಭಿಸುವ ಲಾಭ ಎಷ್ಟು?

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ವ್ಯಾಪಾರವು ಲಾಭದಾಯಕವೆಂದು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

50 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಕೊಂಡುಕೊಂಡ ಕಿತ್ತಳೆ ಮಾರಿದಾಗಲೂ 100 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಕೊಂಡುಕೊಂಡ ಸೇಬು ಮಾರಿದಾಗಲೂ ಲಭಿಸಿದ ಲಾಭ 10 ರೂಪಾಯಿಯಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಅಸಲು ಇರುವ ಕಿತ್ತಳೆಯ ವ್ಯಾಪಾರವು ಹೆಚ್ಚು ಲಾಭದಾಯಕ.

ದ್ರಾಕ್ಷೆ 40 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಕೊಂಡುಕೊಂಡು ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವುದು 52 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಆಗಿದೆ.

ಕಿತ್ತಳೆಯನ್ನು 50 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಕೊಂಡುಕೊಂಡು ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವುದು 60 ರೂಪಾಯಿಗೆ.

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ವ್ಯಾಪಾರವು ಲಾಭದಾಯಕ?

ಇವೆರಡನ್ನೂ ತಲಾ 100 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಕೊಂಡುಕೊಂಡರೋ? ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ.

100 ರೂಪಾಯಿಗೆ 2 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಕಿತ್ತಳೆ ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಅದನ್ನು $60 \times 2 = 120$ ರೂಪಾಯಿಗೆ ಮಾರುತ್ತಾರೆ. ಲಾಭ 20 ರೂಪಾಯಿ.

100 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ದ್ರಾಕ್ಷೆ ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು?

80 ರೂಪಾಯಿಗೆ 2 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಕೊಂಡುಕೊಂಡರೆ ಉಳಿದ 20 ರೂಪಾಯಿಯಿಂದ ಇನ್ನೂ $\frac{1}{2}$ ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ದ್ರಾಕ್ಷೆಯನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಒಟ್ಟು $2\frac{1}{2}$ ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ. ಇದನ್ನು ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಗೆ ಮಾರಾಟಮಾಡಬಹುದು?

100 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಪಡೆದು 130 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಮಾರಾಟಮಾಡಿದರೆ

$$52 \times 2\frac{1}{2} = 104 + 26 = 130 \text{ ರೂಪಾಯಿ.}$$

ಲಾಭ 30 ರೂಪಾಯಿ.

ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ ಖರ್ಚಾದ ಹಣ 100 ರೂಪಾಯಿ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದಾಗ ಕಿತ್ತಳೆ ವ್ಯಾಪಾರಕ್ಕಿಂತ ದ್ರಾಕ್ಷೆಯ ವ್ಯಾಪಾರವೂ ಲಾಭದಾಯಕ ವೆಂದು ತಿಳಿಯಿತು.

ಈ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸುಲಭಗೊಳಿಸಲು ಶೇಕಡಾಮಾನವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸ ಬಹುದು.

ಕಿತ್ತಳೆಯನ್ನು ಮಾರಾಟಮಾಡುವಾಗ ಲಭಿಸುವ ಲಾಭವು, ಖರ್ಚಾದ ಹಣದ

$\frac{10}{50} = \frac{1}{5}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ.

ಶೇಕಡಮಾನದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೋ?

$\frac{1}{5}$ ಭಾಗವೆಂದರೆ, $\frac{1}{5} \times 100 = 20$ ಶೇಕಡಾ.

ದ್ರಾಕ್ಷೆ ಮಾರುವಾಗ ಆಗುವ ಲಾಭವು ಖರ್ಚಾದ ಹಣದ $\frac{12}{40} = \frac{3}{10}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ.

ಇದನ್ನು ಶೇಕಡಾಮಾನದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೆ $\frac{3}{10} \times 100 = 30\%$.

ಇದೇ ರೀತಿ ಸೇಬುಹಣ್ಣಿನ ಲಾಭ $= \frac{10}{100} \times 100 = 10\%$

ಮಾವಿನಹಣ್ಣಿನ ಲಾಭ $= \frac{15}{50} \times 100 = 30\%$

ಆಗ 30% ದಂತೆ ಲಾಭ ಲಭಿಸಿದ ದ್ರಾಕ್ಷೆಯ ವ್ಯಾಪಾರವು ಹೆಚ್ಚು ಲಾಭದಾಯಕವಾಗಿದೆ.

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡೋಣ.

- ಒಬ್ಬನು 650 ರೂಪಾಯಿಗೆ ತೆಂಗಿನಕಾಯಿಗಳನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡು 598 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದನು. ನಷ್ಟದ ಶೇಕಡಾಮಾನ ಎಷ್ಟು?

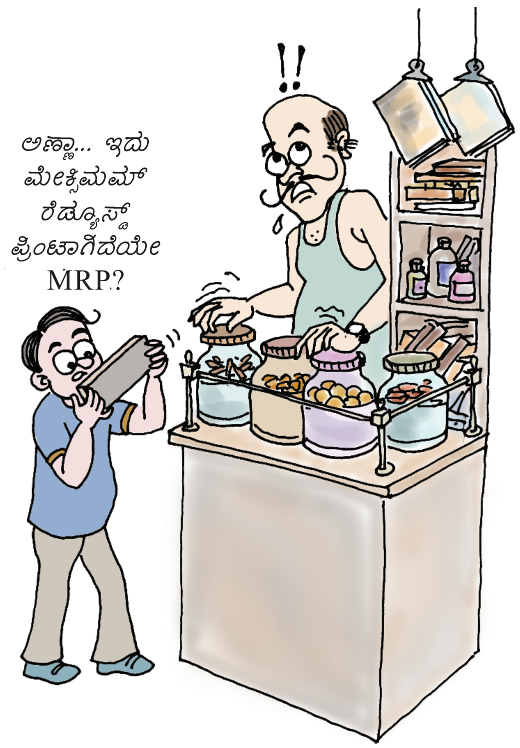
  ನಷ್ಟವು 52 ರೂಪಾಯಿಯಾಗಿದೆ.

  ಇದು ಖರ್ಚಾದ ಹಣದ $\frac{52}{650}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ.

  ಶೇಕಡಾಮಾನದಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ $\frac{52}{650} \times 100 = 8\%$

ಗರಿಷ್ಠ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ

ಇಂದಿನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಕುಡಿಯುವ ನೀರು ಸಹಿತ ಎಲ್ಲಾ ದ್ರವ ಪದಾರ್ಥಗಳೂ ಅನೇಕ ಧಾನ್ಯಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಆಹಾರ ಪದಾರ್ಥಗಳೂ ಸಾಬೂನು, ಪೇಸ್ಟ್ ಮೊದಲಾ ದವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಪೊಟ್ಟಣಗಳಲ್ಲೂ ಕುಪ್ಪಿಗಳಲ್ಲೂ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಈ ರೀತಿ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವ ವಸ್ತುಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಗರಿಷ್ಟ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ (Maximum Retail Price - MRP). ಮುದ್ರಿಸಬೇಕೆಂಬ ನಿಯಮ ಇದೆ. ಇದು ಎಲ್ಲಾ ತೆರಿಗೆಗಳನ್ನೂ ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಬೆಲೆಯಾಗಿದೆ. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಚಿಲ್ಲರೆ ಮಾರಾಟಗಾರರು MRP ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಅಂದರೆ ಈ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಅಧಿಕ ಬೆಲೆ ವಸೂಲು ಮಾಡುವುದಾದರೆ ಗ್ರಾಹಕರು ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ದೂರು ನೀಡಬಹುದಾಗಿದೆ.



ಹೀಗೂ ಒಂದು ವ್ಯಾಪಾರ

ಒಬ್ಬನು 10 ರೂಪಾಯಿಗೆ 12 ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಎಂಬ ದರದಲ್ಲಿ ಖರೀದಿಸಿ 10 ಪೆನ್ಸಿಲಿಗೆ 12 ರೂಪಾಯಿ ಎಂಬ ದರದಲ್ಲಿ ಮಾರುತ್ತಾನೆ. ಈ ವ್ಯಾಪಾರದಲ್ಲಿ ಲಾಭವೋ, ನಷ್ಟವೋ? ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ?

- 5000 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಕೊಂಡುಕೊಂಡ ಕಪಾಟನ್ನು 5600 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಮಾರಾಟಮಾಡಿದರೆ ಸಿಗುವ ಲಾಭ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ ಆಗಿದೆ?
- 12000 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಕೊಂಡುಕೊಂಡ ಟಿ.ವಿ. ಯನ್ನು 10200 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಮಾರಿದರೆ ನಷ್ಟದ ಶೇಕಡಾಮಾನ ಎಷ್ಟು?
- ಅಖಿಲ್ ಒಬ್ಬ ಮೀನು ವ್ಯಾಪಾರಿಯಾಗಿರುವನು. ಒಂದು ದಿನ ಕಿಲೋಗೆ 140 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ 12 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಮೀನನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು. ಅದನ್ನು ಅಂಗಡಿಗೆ ತಲುಪಿಸಲು 120 ರೂಪಾಯಿ ಖರ್ಚಾಯಿತು. ಇದರಲ್ಲಿ 4 ಕಿಲೋ ಮೀನು ಹಾಳಾಗಿ ಹೋಯಿತು. ಉಳಿದಿರುವ ಮೀನನ್ನು ಕಿಲೋಗೆ 180 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದನು. ಅವನಿಗೆ ಈ ವ್ಯಾಪಾರದಲ್ಲಿ ಲಾಭವೋ ನಷ್ಟವೋ? ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ?
- ಒಮೇಗಾ ಸ್ಟೋರಿನಲ್ಲಿ 1728 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಒಂದು ಸೀಲಿಂಗ್ ಫೇನನ್ನು ಮಾರುವಾಗ 128 ರೂಪಾಯಿ ಲಾಭ ಸಿಗುತ್ತದೆ. 2616 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಒಂದು ಪೆಡಸ್ಟಲ್ ಫೇನ್ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವಾಗ 216 ರೂಪಾಯಿ ಲಾಭ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಯಾವ ಫೇನ್ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವುದು ವ್ಯಾಪಾರಿಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಲಾಭದಾಯಕ?
- ಒಬ್ಬ ಕಿರು ವ್ಯಾಪಾರಿಯು ಕಿಲೋಗ್ರಾಂಗೆ 400 ರೂಪಾಯಿ ದರದಲ್ಲಿ 150 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಕರಿಮೆಣಸನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದನು. ಇದನ್ನು ಒಂದು ಕಿಲೋಗ್ರಾಂಗೆ 60 ರೂಪಾಯಿ ಲಾಭ ಸಿಗುವಂತೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ.
  - ಖರೀದಿಸಿದ್ದು ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಗೆ?
  - ಮಾರಿದುದು ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಗೆ?
  - ಒಟ್ಟು ಲಾಭ ಎಷ್ಟು?
  - ಲಾಭದ ಶೇಕಡಾಮಾನ ಎಷ್ಟು?

ಇನ್ನು ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಗಳು

ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿಯು 1200 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಇಸ್ತ್ರಿಪೆಟ್ಟಿಗೆಯನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು. ಅದನ್ನು ಮಾರಿದಾಗ 12% ಲಾಭ ಸಿಗಬೇಕಾದರೆ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಗೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡಬೇಕು?

ಇಲ್ಲಿ 1200 ರೂಪಾಯಿ ಕೊಟ್ಟು ಇಸ್ತ್ರಿಪೆಟ್ಟಿಗೆ ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವನು.

ಲಾಭ 12% ಸಿಗಬೇಕು.

ಅಂದರೆ $= 1200 \times \frac{12}{100} = 144$ ರೂಪಾಯಿ.

ಇನ್ನು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು 1200 ರೂಪಾಯಿ ಯೊಂದಿಗೆ ಲಾಭವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೇ?

ನೇರವಾಗಿ 1200 ರೂಪಾಯಿಯ 112% ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೂ ಸಾಕು.

$$1200 \times \frac{112}{100} = 1344$$ ರೂಪಾಯಿ.

ಒಂದು ವ್ಯಾಪಾರದಲ್ಲಿ 10% ನಷ್ಟವಾದರೆ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯು ಖರೀದಿಸಿದ ಬೆಲೆಯ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾವಾಗಿದೆ?

ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಸಲು ಬೆಲೆ	ಲಾಭ/ನಷ್ಟ
1500	15% ಲಾಭ
2400	20% ನಷ್ಟ
8000	8% ಲಾಭ
1650	13% ನಷ್ಟ

ಒಂದು ಸೈಕಲನ್ನು 4500 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಮಾರಿದಾಗ 10% ನಷ್ಟವಾಯಿತು. ಅದನ್ನು ಖರೀದಿಸಲು ವ್ಯಾಪಾರಿಯು ಕೊಟ್ಟ ಹಣ ಎಷ್ಟಾಗಿರಬಹುದು?

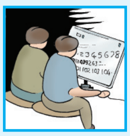
ನಷ್ಟ 10% ಆದುದರಿಂದ, ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯು ಕೊಂಡುಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯ 90% ಆಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ, ಕೊಂಡುಕೊಂಡ ಬೆಲೆ $\times \frac{90}{100} = 4500$

ಇದರಿಂದ,

ಕೊಂಡುಕೊಂಡ ಬೆಲೆ $= 4500 \times \frac{10}{9} = 5000$ ರೂಪಾಯಿ

ಎಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು.



- ಅಸಲು ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ	ಲಾಭ/ನಷ್ಟ
4440	11% ಲಾಭ
8280	8% ನಷ್ಟ
6160	12% ನಷ್ಟ
1695	13% ಲಾಭ

- 10 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಟೊಮೆಟೊವನ್ನು 270 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಖರೀದಿಸಲಾಯಿತು. ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಹಾಳಾಯಿತು. ಅವನಿಗೆ 20% ಲಾಭ ಸಿಗಬೇಕಾದರೆ ಉಳಿದ ಟೊಮೆಟೊವನ್ನು ಕಿಲೋಗ್ರಾಂಗೆ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡಬೇಕು?
- ಶೈನ್ 9900 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ 2 ಪೆಟ್ಟಿಗೆ ಸೇಬನ್ನು ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದನು. ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗೆ 10% ಲಾಭ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗೆ 10% ನಷ್ಟವಾಯಿತು. ಈ ವ್ಯಾಪಾರದಲ್ಲಿ

ಕಂಪ್ಯೂಟರಿನ ಮೂಲಕ ವ್ಯಾಪಾರ

ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ವ್ಯಾಪಕವಾಗುವುದರೊಂದಿಗೆ ಇಂಟರ್‌ನೆಟ್ ಮೂಲಕ ಆಗುವ ವ್ಯಾಪಾರವು (e-commerce) ಆರಂಭವಾಯಿತು. ಇಂತಹ ವ್ಯಾಪಾರ ಮಾಡುವ ಅನೇಕ ಸಂಸ್ಥೆಗಳು ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಇವೆ. ಇವುಗಳ ವೆಬ್‌ಸೈಟಿನಲ್ಲಿ ಮಾರುವ ವಸ್ತುಗಳ ಚಿತ್ರ ಮತ್ತು ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ನಮಗೆ ಬೇಕಾದುದನ್ನು ಆರಿಸಿ, ಇಂಟರ್‌ನೆಟ್‌ನ ಮೂಲಕವೇ ಬ್ಯಾಂಕಿನಿಂದ ಹಣ ಕಟ್ಟಿದರೆ ಅದನ್ನು ಮನೆಗೆ ತಲುಪಿಸುವ ವ್ಯವಸ್ಥೆ ಆಯೋಜಿಸಲಾಗಿರುತ್ತದೆ, ಕೆಲವು ಸಂಸ್ಥೆಗಳು, ವಸ್ತುಗಳು ಲಭಿಸುವಾಗ ಮಾತ್ರ ಹಣ ಕೊಡುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಜಾರಿಗೊಳಿಸಿದೆ.

ಲಾಭವೋ, ನಷ್ಟವೋ? ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ?

- ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿಯು 12000 ರೂಪಾಯಿಗೆ ವಾಷಿಂಗ್ ಮೆಶೀನನ್ನು ಮಾರಿದಾಗ ಅವನಿಗೆ 20% ಲಾಭ ದೊರೆಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಅದರ ಅಸಲು ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು? ಹೊಸ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಅದನ್ನು 1200 ರೂಪಾಯಿ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿ ಮಾರಿದರೆ ವ್ಯಾಪಾರಿಗೆ ಲಾಭವೋ ನಷ್ಟವೋ? ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ?

ದರಕಡಿತ

ಹಬ್ಬಗಳ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಇಂತಹ ಜಾಹೀರಾತುಗಳನ್ನು ಕಾಣಬಹುದಲ್ಲವೇ?

ವ್ಯಾಪಾರವನ ... ಗಳು ಮೊದಲು ಮಾರುತ್ತಿದ್ದ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಕಡಿತವನ್ನು ಮಾಡುವುದಿದೆ. ಇದನ್ನು ದರಕಡಿತ (Discount) ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಅಂಗಡಿಯಿಂದ 500 ರೂಪಾಯಿ ಬೆಲೆ ನಮೂದಿಸಿದ ಒಂದು ಅಂಗಿಯನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವಾಗ 20% ದರಕಡಿತ ಕೊಡುತ್ತಾರೆ. ಅಂದರೆ, ಅಂಗಿ ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವಾಗ 500 ರೂಪಾಯಿಯ 20% ದಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿ ಕೊಟ್ಟರೆ ಸಾಕು.

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೆ, 500 ರೂಪಾಯಿಯ 80% ಬೆಲೆಯಾಗಿದೆ.

$$500 \times \frac{80}{100} = 400 \text{ ರೂಪಾಯಿ.}$$

ಅಂಗಿಯಲ್ಲಿ ನಮೂದಿಸಿದ 500 ರೂಪಾಯಿ ಅದರ ನಮೂದು ಬೆಲೆಯಾಗಿದೆ. ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ನಮೂದು ಬೆಲೆಯನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿ ಕಡಿತವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುತ್ತಾರೆ.

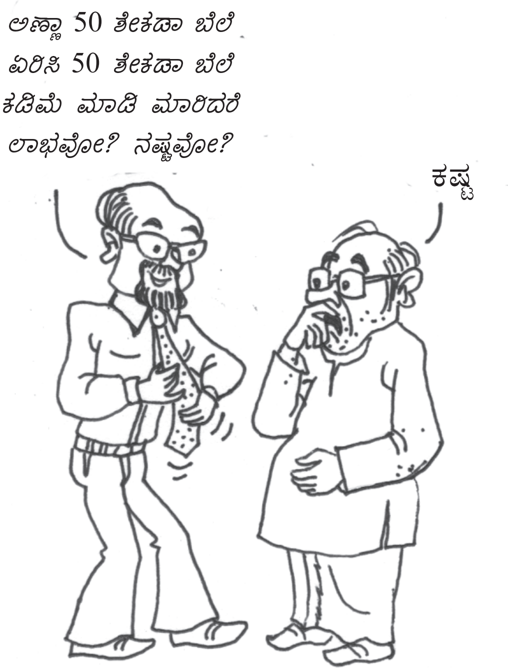
ಹೆಚ್ಚಿಸುವುದೂ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುವುದೂ

50% ಬೆಲೆ ಕಡಿತ ಮಾಡಿರುವ ಬಟ್ಟೆಗಳಿಗೆ ಪುನಃ 50% ಬೆಲೆ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿ ಮಾರುತ್ತಾರೆ.

ಈ ಬಟ್ಟೆಗಳು ಉಚಿತವಾಗಿ ಲಭಿಸಬಹುದೇ?

ವ್ಯಾಪಾರಿಯೊಬ್ಬನು ಒಂದು ಉತ್ಪನ್ನದ ಬೆಲೆಯನ್ನು 20% ಹೆಚ್ಚಿಸಿದ ಬಳಿಕ 20% ಬೆಲೆ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ. ಅವನಿಗೆ ಲಾಭವೋ? ನಷ್ಟವೋ? ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ?

25% ಬೆಲೆ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದ ಬಳಿಕ 20% ಕಡಿತ ಮಾಡಿ ಮಾರಿದರೋ?



- ಜೋರ್ಜ್ ಒಂದು ಕಪಾಟನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡಾಗ 8% ಕಡಿತ ಲಭಿಸಿದುದರಿಂದ 960 ರೂಪಾಯಿ ಕಡಿಮೆಯಾಯಿತು. ಕಪಾಟಿನ ನಮೂದು ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

  ಜೋರ್ಜ್ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಹಣ ಎಷ್ಟು?

  ಕಡಿತ ಲಭಿಸಿದ್ದು ನಮೂದು ಬೆಲೆಯ 8% ಆಗಿದೆ.

  ಇದರಿಂದ ನಮೂದು ಬೆಲೆ $\times \frac{8}{100} = 960$ ರೂಪಾಯಿ

  ಇದರಿಂದ ನಮೂದು ಬೆಲೆ $960 \times \frac{100}{8} = 12000$ ರೂಪಾಯಿ

  ಎಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು.

  ಇನ್ನು ನಮೂದು ಬೆಲೆಯಿಂದ ಕಡಿತವನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಜೋರ್ಜ್ ಕೊಡಬೇಕಾದ ಹಣ ಲಭಿಸುವುದು.

- ಒಂದು ಪವನ್ (8ಗ್ರಾಂ) ಚಿನ್ನದ ಬೆಲೆ 22500 ರೂಪಾಯಿಯಾಗಿದೆ. ಚಿನ್ನದ ಬೆಲೆಯ 6% ಮಜೂರಿಯಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಅಂಗಡಿಯು ಕೂಲಿಯಲ್ಲಿ 20% ಕಡಿತವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಈ ಅಂಗಡಿಯಿಂದ ಒಂದು ಪವನ್ ತೂಕವಿರುವ ಬಳೆಯನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಕೊಡಬೇಕು?

  ಮಜೂರಿಯು ಚಿನ್ನದ ಬೆಲೆಯ 6% ಅಲ್ಲವೇ?

  ಮಜೂರಿ $= 22500 \times \frac{6}{100}$

  $= 1350$ ರೂಪಾಯಿ

1350 ರೂಪಾಯಿಯಲ್ಲಿ 20% ಕಡಿತ ನೀಡುವುದರಿಂದ ಅದರ 80% ಕೊಟ್ಟರೆ ಸಾಕು.

ಕಡಿತ ಕಳೆದು ಕೊಡಬೇಕಾದ ಮಜೂರಿ $= 1350 \times \frac{80}{100}$

ಇನ್ನು ಬಳೆಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಚಿನ್ನದ ಬೆಲೆಯೊಂದಿಗೆ ಮಜೂರಿಯನ್ನು ಕೊಡಿಸಿದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೇ?

- ಗಾಂಧೀ ಜಯಂತಿಗೆ 30% ಕಡಿತ ಕೊಟ್ಟಾಗ ಒಬ್ಬನು 3500 ರೂಪಾಯಿ ಕೊಟ್ಟು ಖಾದಿ ವಸ್ತ್ರಗಳನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು. ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಬೆಲೆ ಇರುವ ವಸ್ತ್ರಗಳಾಗಿದೆ ಅವನಿಗೆ ಲಭಿಸಿರುವುದು?

  ಬೆಲೆಯ 30% ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿರುವುದು. ಆಗ ಕೊಟ್ಟಿರುವುದು 70%.

ಹಲವು ರೀತಿಯ ಕಡಿತಗಳು

ಭಾರತದಲ್ಲಿ, ಅಂಗೀಕೃತ ಸಂಸ್ಥೆಗಳಿಂದ ಖಾದಿ ಅಥವಾ ಕೈ ಮಗ್ಗದ ವಸ್ತ್ರಗಳನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವಾಗ 10% ಬೆಲೆ ಕಡಿತ ಲಭಿಸುವುದು. ಕೆಲವು ವಿಶೇಷ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಇದು 30% ವರೆಗೂ ಆಗಬಹುದು. ಇದಕ್ಕಿರುವ ಹಣವನ್ನು ಇಂತಹ ಸಂಸ್ಥೆಗಳಿಗೆ ಸರಕಾರ ನೀಡುವುದು. ಈ ಬೆಲೆ ಕಡಿತಕ್ಕೆ ಇಂಗ್ಲಿಷ್‌ನಲ್ಲಿ Rebate ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

ಅಮೇರಿಕದಂತಿರುವ ರಾಜ್ಯಗಳಲ್ಲಿ Rebate ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಇನ್ನೊಂದು ಅರ್ಥವಿದೆ. ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ಕೊಂಡು ಕೊಂಡ ನಂತರ ಕೆಲವು ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಿ ಕಳುಹಿಸಿದರೆ ಬೆಲೆಯ ನಿಶ್ಚಿತ ಶೇಕಾಡಮಾನವನ್ನು ಹಿಂತಿರುಗಿಸಿ ಕೊಡುವ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಾಗಿದೆ.

ಕಡಿತದ ಶೇಕಡಾಮಾನ

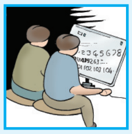
ಒಂದು ಕಂಪೆನಿ ಅವರ 4 ಸಾಬೂನುಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವಾಗ ಅದೇ ಬೆಲೆಯ ಒಂದು ಸಾಬೂನನ್ನು ಉಚಿತವಾಗಿ ಕೊಡುತ್ತದೆ. ಇದು ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ ಕಡಿತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ?

ಇಲ್ಲಿ 4 ಸಾಬೂನುಗಳ ಬೆಲೆಗೆ 5 ಸಾಬೂನುಗಳಲ್ಲವೇ ಲಭಿಸುವುದು. ಅಂದರೆ 5 ಸಾಬೂನುಗಳ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಾಬೂನಿನ ಬೆಲೆ ಕಡಿಮೆ. ಇನ್ನು ಯೋಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಅಂದರೆ,

$$\text{ಬೆಲೆ} \times \frac{70}{100} = 3500$$

ಇದರಿಂದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ?



- ಟಿ.ವಿ. ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವ ಅಂಗಡಿಯ ಎರಡು ಜಾಹೀರಾತುಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

20 ಇಂಚು
11900
20% ಕಡಿತ

21 ಇಂಚು
12900
20% ಕಡಿತ

- 10,000 ರೂಪಾಯಿ ಕೈಯಲ್ಲಿರುವ ಒಬ್ಬನಿಗೆ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಟಿ.ವಿ. ಯನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯ?
- 20% ಕಡಿತ ಲಭಿಸುವಾಗ ಈ ಎರಡೂ ಟಿ.ವಿ.ಗಳ ಬೆಲೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಯಾಗಿದೆ?
- ಒಂದು ಫರ್ನಿಚರ್ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ 15000 ರೂಪಾಯಿಯ ಮಂಚ ಮತ್ತು 25000 ರೂಪಾಯಿಯ ಕಪಾಟು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವವರಿಗೆ ಅವುಗಳನ್ನು 36000 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಕೊಡಲಾಗುವುದು. ಅವರು ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ ಡಿಸ್ಕೌಂಟ್ ಕೊಡುತ್ತಾರೆ?

ಪುಸ್ತಕ ಮೇಳ
500 ರೂ ವರೆಗೆ
10% ಕಡಿತ
500 – 1000 ವರೆಗೆ
20% ಕಡಿತ
1000 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು
30% ಕಡಿತ

- ಪುಸ್ತಕ ಮೇಳದಿಂದ ಸೂಸನ್ ಮತ್ತು ಗಾಯತ್ರಿ 490 ರೂಪಾಯಿ ಬೆಲೆ ಇರುವ ಒಂದೊಂದು ಇಂಗ್ಲೀಷ್ – ಕನ್ನಡ ಶಬ್ದಕೋಶವನ್ನು ಕೊಂಡು ಕೊಂಡರು. 20% ಕಡಿತ ಲಭಿಸಲು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಪಾವತಿಸಲು ತೀರ್ಮಾನಿಸಿದರು. 1000 ರೂಪಾಯಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬೆಲೆಯಿರುವ ಪುಸ್ತಕ ಕೊಂಡುಕೊಂಡರೆ 30% ಡಿಸ್ಕೌಂಟ್ ಲಭಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ವ್ಯಾಪಾರಿ ಹೇಳಿದಾಗ 60 ರೂಪಾಯಿ ಬೆಲೆಯಿರುವ ಒಂದೊಂದು ಚಿತ್ರರಚನಾ ಪುಸ್ತಕವನ್ನೂ ಇಬ್ಬರೂ ಕೊಂಡುಕೊಂಡರು.

- ಇಬ್ಬರೂ ಸೇರಿ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ನೀಡಿದರು? ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ ಖರ್ಚಾದ ಹಣವೆಷ್ಟು?
- ಇಬ್ಬರೂ ಅರ್ಥಕೋಶವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಖರೀದಿಸಿ ಹಣವನ್ನು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಕೊಟ್ಟರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಆಗಬಹುದು? ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೆ ತಗಲುವ ಖರ್ಚು ಎಷ್ಟು?
- ಇಬ್ಬರೂ ಇದೇ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದರೆ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಕೊಡಬೇಕು?

- ಖಾದಿ ವಸ್ತ್ರಾಲಯದಿಂದ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾದ ಬಿಲ್ಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಬಟ್ಟೆಬರೆಗಳನ್ನು ಕೊಂಡು ಕೊಂಡರೆ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಕೊಡಬೇಕು?

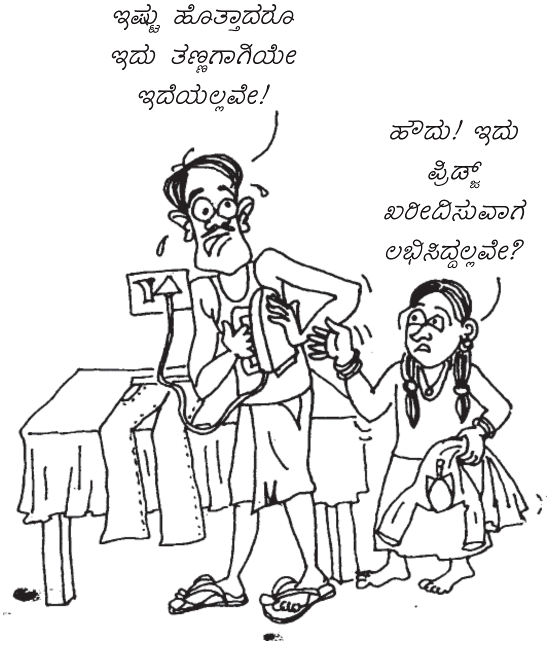
ಖಾದಿ ವಸ್ತ್ರಗಳು
ಕೋಟನ್ .... 30% ಕಡಿತ
ಪೋಲಿಸ್ಟರ್ .... 20% ಕಡಿತ
ಸಿಲ್ಕ್ .... 20% ಕಡಿತ

ಖಾದಿ ವಸ್ತ್ರಾಲಯ

ನಂ.777 ತಾರೀಕು: ....

ನಂ.	ವಸ್ತು	ಸಂಖ್ಯೆ	ವಸ್ತು	ರೂಪಾಯಿ
1	ಕೋಟನ್ ಧೋತಿ	1	350	
2	ಕೋಟನ್ ಶರ್ಟ್	1	550	
3.	ಪೋಲಿಸ್ಟರ್ ಶರ್ಟ್	1	450	
4	ಸಿಲ್ಕ್ ಸೀರೆ	1	1500	

- ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿಯ 2500 ರೂಪಾಯಿ ಕೊಟ್ಟು ಕೊಂಡುಕೊಂಡ ಫೇನ್‌ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು 40% ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ಅನಂತರ 15% ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಿ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ. ಅದನ್ನು ಮಾರುವ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?
- 3600 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಕೊಂಡುಕೊಂಡ ಗ್ಯಾಸ್ ಸ್ಟೌವನ್ನು ಕಡಿತ ಮಾಡಿ ಮಾರಾಟಮಾಡುವಾಗ 20% ಲಾಭ ಲಭಿಸಬೇಕಾದರೆ ನಮೂದು ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟಾಗಿರಬೇಕು?
- ಒಂದು ಫ್ರಿಡ್ಜ್ ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವಾಗ ವ್ಯಾಪಾರಿಯು ಒಂದು ಇಸ್ತ್ರಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯನ್ನು ಉಚಿತವಾಗಿ ಕೊಡುತ್ತಾನೆ. ಫ್ರಿಡ್ಜನ್ನು 9000 ರೂಪಾಯಿಗೂ ಇಸ್ತ್ರಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯನ್ನು 1000 ರೂಪಾಯಿಗೂ ಅವನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡಿರುತ್ತಾನೆ. ಎರಡನ್ನೂ ಮಾರುವಾಗ 20% ಲಾಭ ಸಿಗಬೇಕಾದರೆ ಫ್ರಿಡ್ಜ್‌ನ ನಮೂದು ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟಾಗಿರಬೇಕು?



ಬಡ್ಡಿಯ ಚರಿತ್ರೆ

ಸುಮಾರು 5000 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಮನುಷ್ಯನು ಸಂಘಟಿತನಾಗಿ ಕೃಷಿ ಮಾಡಲು ಆರಂಭಿಸಿದನು. ಆ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಬೀಜ ಹಾಗೂ ಜಾನುವಾರುಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಸಾಲ ಕೊಡುತ್ತಿದ್ದರು. ಒಂದು ಬೀಜದಿಂದ ಅನೇಕ ಬೀಜಗಳನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿರುವುದರಿಂದ ಸಾಲ ಮರುಪಾವತಿಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಸಾಲ ಪಡೆದುದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚು ಬೀಜಗಳನ್ನು ಹಿಂತಿರುಗಿಸುತ್ತಿದ್ದರು.

ಕೃಷಿ ಉತ್ಪನ್ನಗಳೇ ಅಂದಿನ ಹಣವಾಗಿತ್ತು. ಲೋಹದ ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲು ಆರಂಭಿಸಿದಾಗ ಸಮಸ್ಯೆಗಳುಂಟಾದವು. ಬೀಜಗಳಿಂದ ಬೀಜಗಳು ಉಂಟಾಗುವಂತೆ ಲೋಹದಿಂದ ಲೋಹ ಉಂಟಾಗುವುದಿಲ್ಲವಲ್ಲವೇ?

ಬೆಳೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುವ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ವಸ್ತುಗಳ ಬೆಲೆ ವರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ. ಕೃಷಿಕರಿಗೆ ಸಾಲ ಮಾಡಬೇಕಾಗಬಹುದು. ಬೆಳೆ ಹೆಚ್ಚುವಾಗ ಬೆಲೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಕೃಷಿಕನಿಗೆ ಸಾಲ ಮರುಪಾವತಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಾದ ಹಣ ಲಭಿಸದೆಯೂ ಇರಬಹುದು.

ಬಡ್ಡಿ

ಬ್ಯಾಂಕುಗಳ ಮುಂಭಾಗದಲ್ಲಿ ಇಂತಹ ಜಾಹೀರಾತುಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಬಹುದು. ಹಣವನ್ನು ನಿಕ್ಷೇಪಿಸಲೂ, ಪಡೆಯಲೂ ನಾವು ಬ್ಯಾಂಕುಗಳನ್ನು ಸಮೀಪಿಸಿಸುತ್ತೇವಲ್ಲವೇ.

ಸಹಕಾರಿ ಬ್ಯಾಂಕ್
ಸ್ಥಿರ ನಿಕ್ಷೇಪಗಳಿಗೆ
11% ವರೆಗೆ ಬಡ್ಡಿ
45 ದಿನಗಳವರೆಗೆ 6%

ಚಿನ್ನದ ಅಡವಿನ ಮೇಲೆ
ಆಕರ್ಷಕವಾದ
ಬಡ್ಡಿಯ ದರಗಳು
9% ಬಡ್ಡಿ
ಕೃಷಿ ಸಾಲಕ್ಕೆ
4% ಮಾತ್ರ

ಅಮಲ್ ಒಂದು ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ 15000 ರೂಪಾಯಿ ನಿಕ್ಷೇಪಿಸಿದನು. ಒಂದು ವರ್ಷ ಕಳೆದಾಗ 16500 ರೂಪಾಯಿ ಹಿಂದಿರುಗಿ ಲಭಿಸಿತು. ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಹೆಚ್ಚು ಸಿಕ್ಕಿತು?

ಹೀಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಲಭಿಸುವ ಹಣಕ್ಕೆ ಬಡ್ಡಿ (Interest) ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

ಇದೇ ರೀತಿ ಬ್ಯಾಂಕಿನಿಂದ ಸಾಲ ಪಡೆದರೋ?

ಬಡ್ಡಿಯ ದರ

ಥೋಮಸನು ರೂಪಾಯಿ 50000 ವನ್ನು ಒಂದು ಬ್ಯಾಂಕಿನಿಂದ ಕೃಷಿ ಸಾಲವಾಗಿ ಪಡೆದನು. ಒಂದು ವರ್ಷ ಕಳೆಯುವಾಗ 52000 ರೂಪಾಯಿ ಹಿಂದಿರುಗಿಸಬೇಕಾಯಿತು.

ಹಾಗಾದರೆ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ?

ಇದು ಸಾಲ ಪಡೆದ 50,000 ರೂಪಾಯಿಯ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡವಾಗಿದೆ?

$$\frac{2000}{50000} \times 100 = 4\%$$

ಒಂದು ವರ್ಷ ಕಳೆದಾಗ ಸಾಲ ಪಡೆದುದರ 4% ವನ್ನು ಹೆಚ್ಚುವರಿಯಾಗಿ ಹಿಂದಿರುಗಿಸಿದನು.

ಇದನ್ನು ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

ಇದರಂತೆ 15000 ರೂಪಾಯಿ ಠೇವಣಿಗೆ ಒಂದು ವರ್ಷದಲ್ಲಿ 1500 ರೂಪಾಯಿ ಬಡ್ಡಿ ಲಭಿಸಿದರೆ ಬಡ್ಡಿಯ ದರ, $\frac{1500}{15000} \times 100 = 10\%$

ನಂದಿನಿ ಬ್ಯಾಂಕ್
100 ರೂಪಾಯಿಗೆ
ತಿಂಗಳಿಗೆ ಒಂದೂವರೆ

ಕೆ.ಎಸ್. ಬ್ಯಾಂಕ್
50 ರೂಪಾಯಿಗೆ
4 ತಿಂಗಳಿಗೆ 3

ಹೆಚ್ಚು ಬಡ್ಡಿ ನೀಡುವ ಬ್ಯಾಂಕ್ ಯಾವುದು?

ನಂದಿನಿ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ

100 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಒಂದು ತಿಂಗಳಿಗಾಗುವ ಬಡ್ಡಿ $1\frac{1}{2}$ ರೂಪಾಯಿ

100 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಒಂದು ವರ್ಷದ ಬಡ್ಡಿ $12 \times 1\frac{1}{2} = 18$ ರೂಪಾಯಿ

ಬಡ್ಡಿಯ ದರ 18%

ಕೆ.ಎಸ್. ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ

50 ರೂಪಾಯಿಗೆ 4 ತಿಂಗಳಾಗುವ ಬಡ್ಡಿ = 3 ರೂಪಾಯಿ

100 ರೂಪಾಯಿಗೆ 4 ತಿಂಗಳಿಗಾಗುವ ಬಡ್ಡಿ $3 \times 2 = 6$ ರೂಪಾಯಿ

100 ರೂಪಾಯಿಗೆ 1 ವರ್ಷಕ್ಕಾಗುವ ಬಡ್ಡಿ $6 \times 3 = 18$ ರೂಪಾಯಿ

ಬಡ್ಡಿಯ ದರ 18%

ಎರಡೂ ಬ್ಯಾಂಕ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಸಮಾನವಾಗಿವೆಯಲ್ಲವೇ?

ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಲೆಕ್ಕಗಳಿಗೆ ಬಡ್ಡಿಯ ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮೊಬಲಗು	ಕಾಲಾವಧಿ	ಬಡ್ಡಿ
500 ರೂ.	1 ವರ್ಷ	30 ರೂ.
1000 ರೂ.	4 ತಿಂಗಳು	40 ರೂ.
200 ರೂ.	2 ತಿಂಗಳು	2 ರೂ.
2 ರೂ.	1 ತಿಂಗಳು	3 ಪೈಸೆ
5000 ರೂ.	2 ವರ್ಷ	1200 ರೂ.

ಕಾಲಾವಧಿ ಬದಲಾಗುವಾಗ

ಸಹಕಾರಿ ಬ್ಯಾಂಕುಗಳಲ್ಲಿ ನಿಕ್ಷೇಪಿಸಿದ ಹಣಕ್ಕೆ 9% ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕೊಡುತ್ತಾರೆ. ರವಿಯು ಆ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ರೂ. 30000 ವನ್ನು ನಿಕ್ಷೇಪಿಸುತ್ತಾನೆ. ಒಂದು ವರ್ಷ ಕಳೆಯುವಾಗ ಅವನಿಗೆ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಲಭಿಸಬಹುದು.

ಒಂದು ವರ್ಷದ ಬಡ್ಡಿಯು ನಿಕ್ಷೇಪಿಸಿದ ಹಣದ 9% ಆಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ $30000 \times \frac{9}{100} = 2700$ ರೂಪಾಯಿ

ಹಾಗಾದರೆ ಒಂದು ವರ್ಷ ಕಳೆದಾಗ 32700 ರೂಪಾಯಿ ಅವನಿಗೆ ಲಭಿಸುವುದು.

ಸಾಲ ಮನ್ನಾ

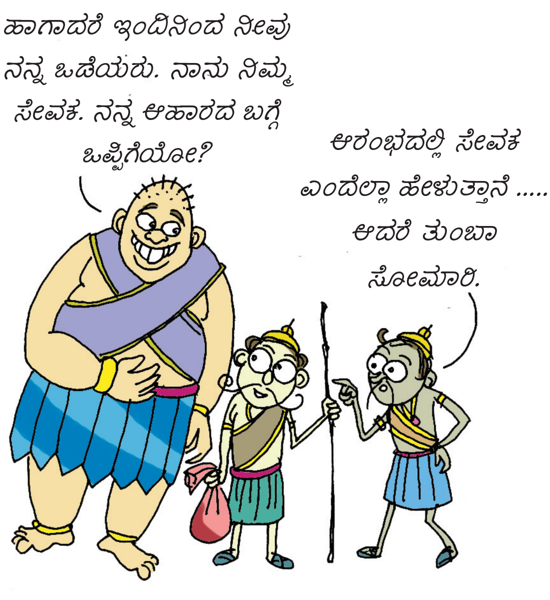
ಪ್ರಾಚೀನ ಕಾಲದಲ್ಲೂ ಕೃಷಿ ಸಾಲಗಳನ್ನು ಮನ್ನಾ ಮಾಡುವ ಪದ್ಧತಿ ಇತ್ತು. ಈಜಿಪ್ಟ್ ಹಾಗೂ ಬಾಬಿಲೋನಿಯದಲ್ಲಿ ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಹಣದ ವ್ಯವಹಾರವನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದರು. ಬೆಳೆಯಲ್ಲಿನ ಏರಿಳಿತಗಳು ಬೆಲೆಯನ್ನು ಬಾಧಿಸದಿರಲು ಅಂದಿನ ರಾಜರು ನಾಣ್ಯ ಹಾಗೂ ಕೃಷಿ ಉತ್ಪನ್ನಗಳೊಳಗಿನ ವಿನಿಮಯ ದರಗಳನ್ನು ನಿಗದಿಪಡಿಸಿದ್ದರು. ಕ್ಷಾಮ ಬಂದಾಗ ಅಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಕೃಷಿಕರ ಸಾಲಗಳನ್ನು ಮನ್ನಾ ಮಾಡುವ ವಿಧಾನವೂ ಜಾರಿಯಲ್ಲಿತ್ತು.

ಸೋಲೋನಿನ ಪರಿಷ್ಕಾರ

ಪುರಾತನ ಗ್ರೀಸಿನಲ್ಲಿ ಕೃಷಿಕರು ಸಾಲವನ್ನು ಹಿಂತಿರುಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದೇ ಇದ್ದಲ್ಲಿ ಅವರ ಭೂಮಿ ವಶಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದರು. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಅವರನ್ನೇ ಜೀತದಾಳುಗಳಾಗಿ ಮಾಡುವ ರೀತಿ ಜಾರಿಯಲ್ಲಿತ್ತು.

ಕ್ರಿ.ಪೂ. ಆರನೆ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಎಥೆನ್ಸ್‌ನಲ್ಲಿದ್ದ ಒಬ್ಬ ಆಡಳಿತಾಧಿಕಾರಿಯಾದ ಸೋಲೋನ್ ಇಂತಹ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ನಿಲ್ಲಿಸಿದನು. ಜೀತದಾಳುಗಳಾಗಿ ಹೊರ ರಾಜ್ಯಗಳಿಗೆ ಕಳುಹಿಸಿದ ಕೃಷಿಕರನ್ನು ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಕರೆಸಿಕೊಂಡನು. ಕೃಷಿ ಉತ್ಪನ್ನಗಳಿಗೆ ನಿಶ್ಚಿತ ಬೆಲೆಯನ್ನು ನಿಗದಿಪಡಿಸಿದನು.

ಎಥೆನ್ಸ್ ನಲ್ಲಿ ಪ್ರಜಾಪ್ರಭುತ್ವವನ್ನು ಜಾರಿಗೆ ತಂದಂತಹ ವ್ಯಕ್ತಿ ಇವನೇ ಆಗಿರುವನೆಂದು ನಂಬಲಾಗಿದೆ.



ಎರಡು ವರ್ಷಗಳಿಗಾಗುವ ಬಡ್ಡಿ ಸಿಗುವುದು.

$$\text{ಅಂದರೆ} = 2 \times 2700$$

$$= 5400 \text{ ರೂಪಾಯಿ}$$

ಎರಡು ವರ್ಷಗಳ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$$30000 \times \frac{9}{100} \times 2 = 5400 \text{ ರೂಪಾಯಿ.}$$

3 ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಹೇಗೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು?

ಇದರಂತೆ 20000 ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ 8% ದರದಲ್ಲಿ 4 ವರ್ಷಗಳಿಗಾಗುವ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು?

- ಸುಮಾ ಒಂದು ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ 25000 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ನಿಕ್ಷೇಪಿಸಿದಳು. ಬಡ್ಡಿಯ ದರ 11% ಆಗಿದೆ. 3 ವರ್ಷ ಕಳೆಯುವಾಗ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಲಭಿಸಬಹುದು?

3 ವರ್ಷಗಳಿಗಾಗುವ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$$25000 \times \frac{11}{100} \times 3 = 8250 \text{ ರೂಪಾಯಿ}$$

ಹಿಂದಿರುಗಿ ಪಡೆಯುವ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಿಕ್ಷೇಪಿಸಿದ ಹಣದೊಂದಿಗೆ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.

ಅದು ಎಷ್ಟು?

- ವಿಜಯನು ಒಂದು ಬ್ಯಾಂಕಿನಿಂದ 12% ದರದಲ್ಲಿ 50000 ರೂಪಾಯಿ ಸಾಲ ಪಡೆದನು. ಎರಡು ವರ್ಷ ಕಳೆದಾಗ 25000 ರೂಪಾಯಿ ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಕಟ್ಟಿದನು. ಮೂರನೇ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಗೆ ಸಾಲ ತೀರಿಸಲು ಇನ್ನು ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಕಟ್ಟಬೇಕು?

  ಇಲ್ಲಿ 2 ವರ್ಷ ಕಳೆಯುವಾಗ ಸ್ವಲ್ಪ ಹಣವನ್ನು ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಕಟ್ಟಿದನು. ಆದುದರಿಂದ 2 ವರ್ಷಗಳಿಗಾಗುವ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

$$\text{ಎರಡು ವರ್ಷಗಳಿಗಾಗುವ ಬಡ್ಡಿ} = 50000 \times \frac{12}{100} \times 2$$

$$= 12000 \text{ ರೂಪಾಯಿ}$$

2 ವರ್ಷ ಕಳೆಯುವಾಗ ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಕಟ್ಟಬೇಕಾದ ಮೊತ್ತ

$$50000 + 12000 = 62000 \text{ ರೂಪಾಯಿ}$$

ಇದರಲ್ಲಿ 25000 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಮರುಪಾವತಿಸಲಾಯಿತು.

$$\text{ಉಳಿದುದು } 62000 - 25000 = 37000 \text{ ರೂಪಾಯಿ.}$$

ಇನ್ನು ಹಿಂದಿರುಗಿಸಬೇಕಾದುದು 37000 ರೂಪಾಯಿ ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಒಂದು ವರ್ಷಕ್ಕಾಗುವ ಬಡ್ಡಿ. ಅದನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಿರಿ.

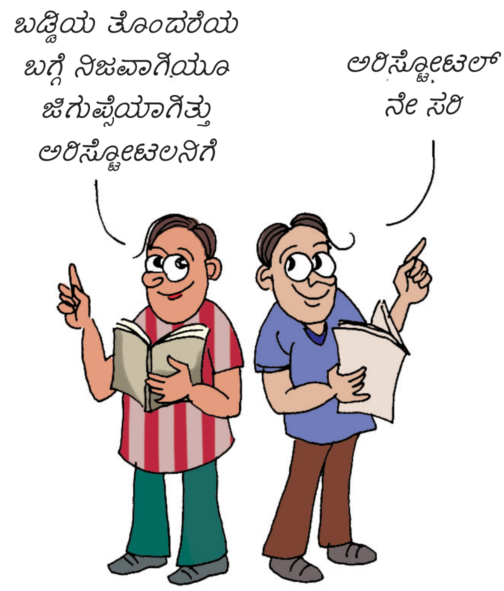
- ಬಾಬು 25000 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ನಿಕ್ಷೇಪಿಸಿದನು, ಬ್ಯಾಂಕ್ 15% ದರದಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವುದಾದರೆ 2 ವರ್ಷ ಕಳೆಯುವಾಗ ಅವನಿಗೆ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಲಭಿಸಬಹುದು?
- ದಿಲೀಪನು ಒಂದು ಬ್ಯಾಂಕಿನಿಂದ ರೂಪಾಯಿ 36000 ವನ್ನು ಸಾಲ ಪಡೆದನು. ಬಡ್ಡಿಯದರ 10% ಆಗಿದೆ. ಬಡ್ಡಿ ಸಹಿತ 2 ವರ್ಷಗಳಿಗಾಗುವ ಮೊತ್ತವನ್ನು 24 ತಿಂಗಳ ಕಂತುಗಳಾಗಿ ಕಟ್ಟಲು ಅವನು ತೀರ್ಮಾನಿಸಿದನು. ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳೂ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಕಟ್ಟಬೇಕು?
- ಜೋನನು ಒಂದು ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ 60000 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ನಿಕ್ಷೇಪಿಸಿದನು. ಬ್ಯಾಂಕ್ ಒಂದು ರೂಪಾಯಿಗೆ ತಿಂಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಪೈಸೆಯಂತೆ ಬಡ್ಡಿ ಕೊಡುವುದಾದರೆ ಎರಡು ವರ್ಷ ಕಳೆಯುವಾಗ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಲಭಿಸಬಹುದು?
- ಸುಜಿತ್ ಹಾಗೂ ಅನೀಶ್ ಬ್ಯಾಂಕ್ ಒಂದರಿಂದ 50000 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಕೃಷಿ ಸಾಲವನ್ನು ಪಡೆದರು. ಬಡ್ಡಿಯ ದರ 4% ಆಗಿದೆ. ಸುಜಿತ್ ಒಂದು ವರ್ಷ ಕಳೆಯುವಾಗ ಸಾಲವನ್ನು ಹಿಂದಿರುಗಿಸಿದನು. ಅಂದೇ 50,000 ರೂಪಾಯಿ ಸಾಲ ಪಡೆದನು. ಮುಂದಿನ ವರ್ಷ ಎಲ್ಲಾ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಹಿಂದಿರುಗಿಸಿದನು. ಅನೀಶನಿಗೆ ಒಂದು ವರ್ಷ ಕಳೆದಾಗ ಸಾಲ ತೀರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಲಿಲ್ಲ. ಎರಡನೇ ವರ್ಷ ಬ್ಯಾಂಕ್ 7% ಬಡ್ಡಿ ಕೊಡಬೇಕೆಂದು ಹೇಳಿತು. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ಬಡ್ಡಿಯಾಗಿ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಕೊಟ್ಟರು?
- ರಾಹುಲ್ ಹಾಗೂ ರಜನಿ ಒಂದು ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ದಿನ 8000 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ನಿಕ್ಷೇಪಿಸಿದರು. ಬ್ಯಾಂಕ್ 10% ದರದಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುತ್ತದೆ. ಒಂದು ವರ್ಷ ಕಳೆದಾಗ ಬಡ್ಡಿ ಸಹಿತ ಎಲ್ಲಾ ಹಣವನ್ನು ರಾಹುಲ್ ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಪಡೆದು ಅಂದೇ ಪುನಃ ನಿಕ್ಷೇಪಿಸಿದನು. ಪುನಃ ಒಂದು ವರ್ಷ ಕಳೆದಾಗ ಇಬ್ಬರೂ ಪೂರ್ಣ ಹಣವನ್ನು ಬಡ್ಡಿ ಸಹಿತ ಹಿಂಪಡೆದರು. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ ಲಭಿಸುವ ಹಣ ಎಷ್ಟು? ಲಭಿಸುವ ಮೊತ್ತದಲ್ಲಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಬರಲು ಕಾರಣವೇನು?

ಬದಲಾಗುವ ಕಾಲ

ಪುರಾತನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿ ಎಂಬ ಆಶಯದೊಂದಿಗೆ ವಿರೋಧವಿತ್ತು. ಕ್ರಿ.ಪೂ 5ನೇ ಶತಮಾನದ ಕೆಲವು ಭಾರತೀಯ ಗ್ರಂಥಗಳಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಧಾರ್ಮಿಕ ನಿಷೇಧವಿರುವುದಾಗಿ ಹೇಳಲಾಗಿದೆ.

ಕ್ರಿ.ಪೂ. 3ನೇ ಶತಮಾನದ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಗ್ರೀಕ್ ಚಿಂತಕನಾಗಿದ್ದ ಅರಿಸ್ಟೋಟಲ್ ಬಡ್ಡಿಯ ಬಗ್ಗೆ ಕಟುವಾಗಿ ವಿಮರ್ಶಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಧನ ಸಂಪಾದನೆಯ ಅತಿ ನೀಚ ಮಾರ್ಗ ಎಂದು ಅವನು ಬಡ್ಡಿಯ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಳುತ್ತಾನೆ.

ಅನೇಕ ವರ್ಷಗಳು ಕಳೆದು ಕ್ರಿ.ಶ. ಎರಡನೇ ಶತಮಾನವಾಗುವಾಗ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲೂ ಈ ವಿರೋಧವು **ಅಮಿತವಾದ** ಬಡ್ಡಿಗೆದುರಾಗಿ ಮಾತ್ರ ಸೀಮಿತವಾಯಿತು.

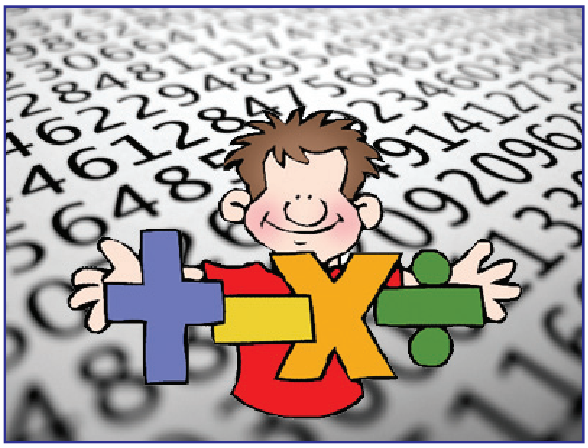


ಪುನರವಲೋಕನ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯ ವಾಯಿತು	ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸಲಿಕ್ಕಿದೆ.
• ಅಸಲು, ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ, ಲಾಭ, ನಷ್ಟ, ಲಾಭ ಹಾಗೂ ನಷ್ಟದ ಶೇಕಡಾಮಾನ ಎಂಬಿವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಶೇಕಡಾಮಾನ ಎಂಬ ಆಶಯುವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು.			
• ಡಿಸ್ಕೌಂಟ್, ರಿಬೇಟ್ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದು.			
• ನಮೂದು ಬೆಲೆ, ಡಿಸ್ಕೌಂಟ್ ಮೊದಲಾದ ವ್ಯಾಪಾರ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ವಿಮರ್ಶಾತ್ಮಕವಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದು.			
• ಒಂದು ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವರ್ಷಗಳಿಗಿರುವ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.			
• ಬಡ್ಡಿ, ಅಸಲು, ದರ, ಕಾಲಾವಧಿ ಎಂಬಿವುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದು.			
• ವಾರ್ಷಿಕವಾಗಿ ಸೂಚಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿಯ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ವಾರ್ಷಿಕ ಬಡ್ಡಿಯ ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಪ್ರಶ್ನಾವಿಶ್ಲೇಷಣೆ ಮಾಡಿ ಪರಿಹರಿಸುವುದು.			
• ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರಕ್ಕೆ ಯೋಗ್ಯವಾದ ದಾರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡು ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹಾರಕ್ಕಿರುವ ದಾರಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.			

11

ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಬೀಜಗಣಿತವೂ



ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ

ಈ ಮೊತ್ತವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

$$1 + 2 = 3$$
$$2 + 3 = 5$$
$$3 + 4 = 7$$

ಎಲ್ಲಾ ಮೊತ್ತಗಳು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲವೇ?

ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದು ಯಾಕೆ?

n ಒಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯೆಂದು ಭಾವಿಸಿರಿ. ಆಗ ಅದರ ಮುಂದಿನ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $n + 1$ ಎಂದು ಬರೆಯಬೇಕು. ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತವು ಏನಾಗಿರುವುದು?

$$n + (n + 1) = 2n + 1$$

$2n+1$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಭಾಗಲಬ್ಧವು n ಮತ್ತು ಶೇಷವು '1' ಆಗಿರುವುದು.

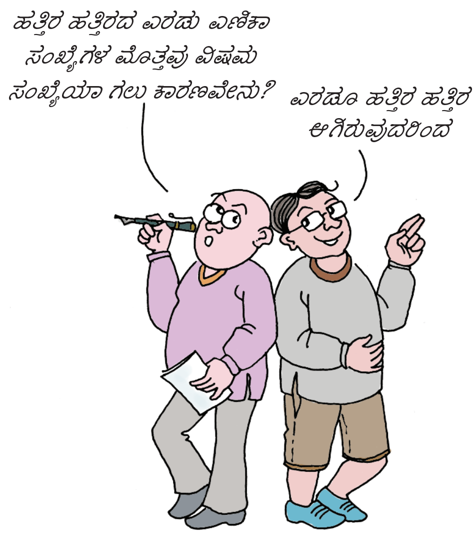
ಅಂದರೆ n ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ, $2n+1$ ಎಂಬುದು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

ಆದುದರಿಂದ ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆಯೆಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಇನ್ನು ಈ ಮೊತ್ತಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

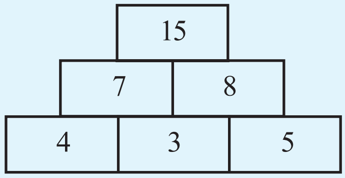
$$1 + 3 = 4$$
$$2 + 4 = 6$$
$$3 + 5 = 8$$

ಒಂದು ಎಡೆ ಬಿಟ್ಟು ಒಂದರಂತೆ ಬರುವ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದೆಂದು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಬಹುದೇ?



ಸಂಖ್ಯಾಗೋಪುರ

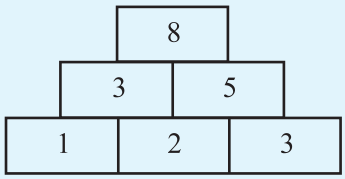
ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ



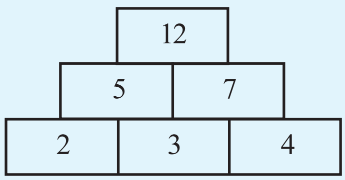
ಈ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಸಂಬಂಧವಿರುವುದೇ?

ಕೆಳಗಿನ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮೀಪದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದುದಾಗಿದೆ ಮೇಲಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಅವುಗಳೆರಡನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆದಿರುವುದು.

1,2,3 ಎಂಬ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಇಂತಹ ಗೋಪುರವನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ನೋಡೋಣ.



ಆರಂಭಿಸುವುದು 2,3,4 ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಆದರೋ?



ಇದರಂತೆ ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಇತರ ಮೂರು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಿಶೇಷತೆಯ ಕುರಿತು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಏನಾದರೂ ಹೇಳಬಹುದೇ?

ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಯಾವ ಮೂರು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿದರೆ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ 100 ಸಿಗುವುದು?

ಬೀಜಗಣಿತ ಸಹಾಯ

ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿದರೂ ನಮ್ಮ ಸಂಖ್ಯಾಗೋಪುರವು 4 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುವುದು ಯಾಕೆ?

ಆರಂಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ x ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ನೋಡೋಣ. ಆಗ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ $x, x+1, x+2$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.

	(ಖಾಲಿ)	
(ಖಾಲಿ)		(ಖಾಲಿ)
x	$x+1$	$x+2$

ಅದರ ಮೇಲಿನ ಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವೆಲ್ಲ?

$$x + (x+1) = 2x + 1$$
$$(x+1) + (x+2) = 2x + 3$$

	(ಖಾಲಿ)	
$2x+1$		$2x+3$
x	$x+1$	$x+2$

ಆಗ ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ?

$$(2x+1) + (2x+3) = 4x + 4$$

	$4x+4$	
$2x+1$		$2x+3$
x	$x+1$	$x+2$

ಇದರಲ್ಲಿ $4x+4$ ಎಂಬುದನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆಯೋಣ..

$$4x + 4 = 4(x+1)$$

ಅಂದರೆ, ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿದರೂ, ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ 4 ಮಡಿಯಾಗಿದೆ. (ಇದನ್ನು ಈ ಮೊದಲೇ ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರೋ?)
ಆಗ 100ರಲ್ಲಿ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳಬೇಕಾದರೆ 24, 25, 26 ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಆರಂಭಿಸಬೇಕು.

ಇನ್ನು ಆರಂಭಿಸುವುದು ಒಂದು ಎಡೆಬಿಟ್ಟು ಒಂದರಂತೆ ಬರುವ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೋ?

ಎರಡು ಎಡೆಬಿಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೋ?
ಬರೆದು ನೋಡಿರಿ.

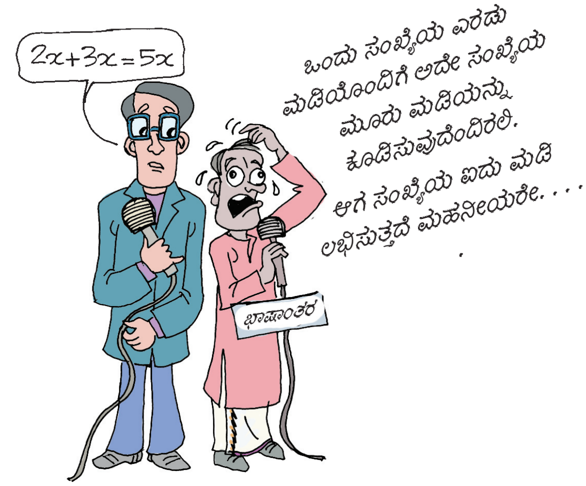
ಸಂಖ್ಯಾ ತತ್ವಗಳು

ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕೆಲವು ವಿಷಯಗಳು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಸರಿಯಾಗುವುದೆಂದು ಮನದಟ್ಟಾಗಲು ಬೀಜ ಗಣಿತವು ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ, ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಲು n ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸಿದರೆ ಅದರ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯು $n+1$ ಆಗಿದೆ ಎಂದೂ, ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವು $2n+1$ ಆಗಿದೆ ಎಂದೂ ತಿಳಿದಿರಬೇಕು. ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ n ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ $2n+1$ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಯೆಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಇತರ ಕೆಲವು ವಿಜ್ಞಾನ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿಚಾರವು ಹಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲೂ ಸರಿಯಾಗಿರುವುದೆಂದು ಕಂಡರೆ ಅದನ್ನು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವೆಂದು ಅಂಗೀಕರಿಸುವರು. ಆದರೆ ಈ ರೀತಿ ನಿಗಮನ ರೂಪೀಕರಣವು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸಾಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಅದು ಸರಿಯಾಗಿರುವುದು ಯಾಕೆ ಎಂಬುದನ್ನೂ ಸಾಧಿಸಬೇಕು. ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕುರಿತಾಗಿರುವ ವಿಷಯವಾದರೆ, ಈ ಕಾರ್ಯಕಾರಣ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದ ಮೂಲಕ ಸಾಧಿಸಬೇಕು.

ಅನೇಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವ ವಿಷಯಗಳು ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸರಿಯಲ್ಲದ ಹಲವಾರು ಸಂದರ್ಭಗಳು ಗಣಿತದಲ್ಲಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ 2^2 ನ್ನು 2 ರಿಂದ 2^3 ನ್ನು 3 ರಿಂದ, 2^4 ನ್ನು 4 ರಿಂದ ಬಾಗಿಸಿದರೆ ಶೇಷ 3 ಸಿಗುವುದಿಲ್ಲ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ 4700063497 ಕ್ಕಿಂತ ಸಣ್ಣ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು n ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ 2^nನ್ನು n ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 3 ಸಿಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ n ನ್ನು 4700063497 ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಶೇಷ 3 ಆಗುವುದು.

ಇಲ್ಲಿ ನಾನ್ನೂರ ಎಪ್ಪತ್ತು ಕೋಟಿಗಿಂತಲೂ ಅಧಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವ ಒಂದು ಸತ್ಯಾಂಶವು ಅನಂತರ ತಪ್ಪಾಗುವುದು.



ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಯೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿದೆವಲ್ಲವೆ. ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಮೂರು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೋ?

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$2 + 3 + 4 = 9$$

$$3 + 4 + 5 = 12$$

ಇವುಗಳೆಲ್ಲ 3ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಾಗಿವೆ. ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದರೂ ಇದು ಸರಿಯಾಗುವುದೇ?

ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ n ಎಂದು ಬರೆದಾಗ, ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $n + 1$, $n + 2$ ಎಂದಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ .

$$n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3$$

ಇನ್ನು

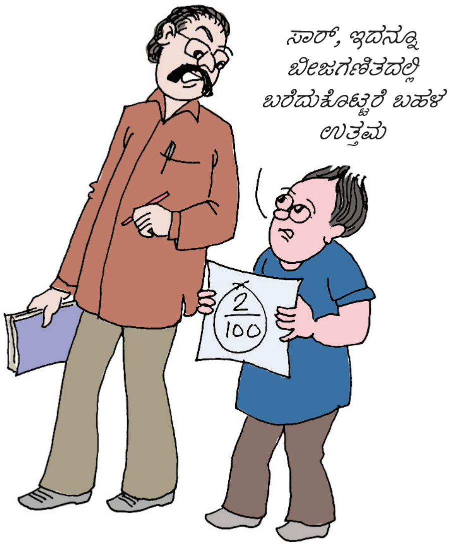
$$3n + 3 = 3(n + 1)$$

ಎಂದು ಬರೆದರೆ, ಮೊತ್ತ 3ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವೆಂದು ಸಿಗುವುದು.

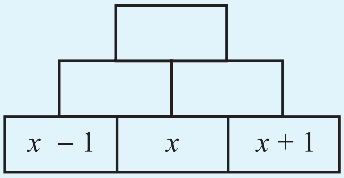
ಇಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ವಿಚಾರವೂ ಇದೆ. ಅದೇನೆಂದರೆ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂರು ಮಡಿಯು ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ. ಆಗ ಇನ್ನೂ ನಿಖರವಾದ ಒಂದು ಸಾಮನ್ಯ ತತ್ವವು ಸಿಗುವುದು.

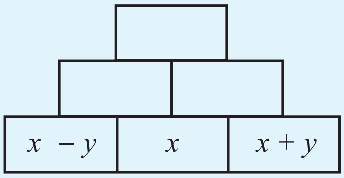
ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಮೂರು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂರು ಮಡಿಯಾಗಿರುವುದು.

ಅನುಕ್ರಮವಾದ ನಾಲ್ಕು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ನಾಲ್ಕರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿರುವುದೇ?



ಈ ಗೋಪುರವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಿರಿ.

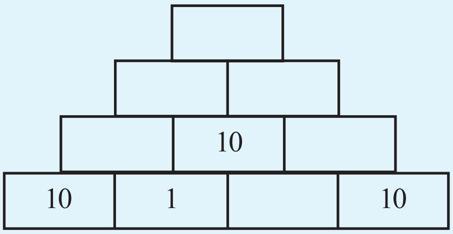




ಎರಡನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾಗೋಪುರದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಶೇಷತೆಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ?

ಮತ್ತೊಂದು ಗೋಪುರ

ಸ್ವಲ್ಪ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುವ ಗೋಪುರ:



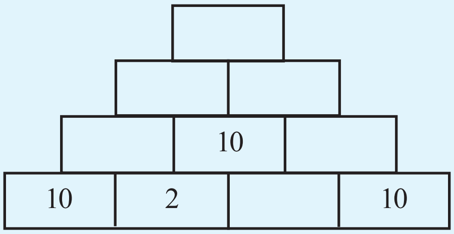
ಇದರ ಉಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಬರೆಯಬಹುದೇ?

ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಇನ್ನು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬೇಕು?

ಅದರೊಂದಿಗೆ 1ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ 10 ಸಿಗಬೇಕಲ್ಲವೆ.

ಇನ್ನುಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಬರೆಯಿರಿ. ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲೆ 50 ಸಿಗುವುದಿಲ್ಲವೇ?

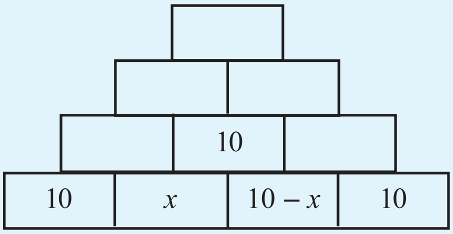
ಇನ್ನು ಈ ಗೋಪುರದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಬರೆಯಿರಿ.



ಈಗಲೂ ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆ 50 ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

2ರ ಬದಲಾಗಿ ಇತರ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಯಾಕೆ ಈ ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲೂ 50 ರಲ್ಲಿಯೇ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುವುದು?

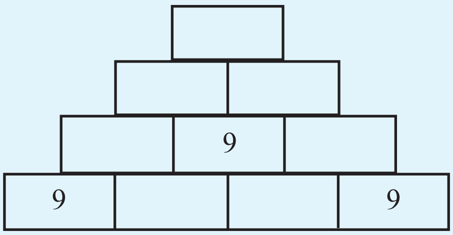
ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನ ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ಎಂದು ಬರೆಯೋಣ. ಆಗ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾವುದು?



ಇನ್ನು ಅದರ ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಸಾಲುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ? ಮೂರನೇ ಸಾಲಿನ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $20+x$, $30-x$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದಿಲ್ಲವೇ? ಆಗ ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆ

$$(20+x) + (30-x) = 50$$

ಇನ್ನು 10 ರ ಬದಲು 9ನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ರೀತಿಯ ಒಂದು ಗೋಪುರವನ್ನು ಆರಂಭಿಸಿದರೋ?



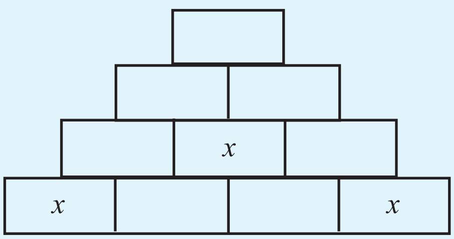
ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ 9ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕ ಯಾವುದಾದರೂ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಗೋಪುರವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಿರಿ. (9ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಬೇಕು ಯಾಕೆ?)

ಗೆಳೆಯರು ರಚಿಸಿದ ಗೋಪುರಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಸಿಕ್ಕಿರುವ ಕೊನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆ 45 ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

ಇನ್ನು 9ರ ಬದಲು 11ನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಆರಂಭಿಸಿದರೆ ಅದರ ಮುಂದಿನ (11ಕ್ಕಿಂತ ಸಣ್ಣ) ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ?

ಈ ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲೂ ಆರಂಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ 5 ಮಡಿ ಸಿಗುವುದು ಯಾಕೆ?

ಆರಂಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ



ಮತ್ತೊಂದು ದಾರಿ

ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂರು ಮಡಿಯಾಗಿದೆಯೆಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಇನ್ನೊಂದು ದಾರಿ ಇದೆ.

ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆ n ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯು $n-1$, ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆ $n+1$. ಆಗುವುದು. ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ,

$$(n-1) + n + (n+1) = 3n$$

ಇದರಲ್ಲಿ $n-1$, $n+1$ ಎಂಬಿವುಗಳ ಮೊತ್ತ $2n$ ಆಗಿದೆ ಎಂದು ಸುಲಭದಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು.

ಇನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಐದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯದ (3ನೇಯ) ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು n ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಈ ಐದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು

$$n-2, \quad n-1, \quad n, \quad n+1, \quad n+2$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು; ಮೊದಲು

$$(n-2) + (n+2) = 2n$$

$$(n-1) + (n+1) = 2n$$

ಎಂದು ಕೂಡಿಸಿದರೆ,

$$(n-2) + (n-1) + n + (n+1) + (n+2)$$

$$= (n-2) + (n+2) + (n-1) + (n+1) + n$$

$$= 2n + 2n + n$$

$$= 5n$$

ಎಂದು ಸುಲಭದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಮೊತ್ತವು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಐದು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಏಳು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ಕುರಿತು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

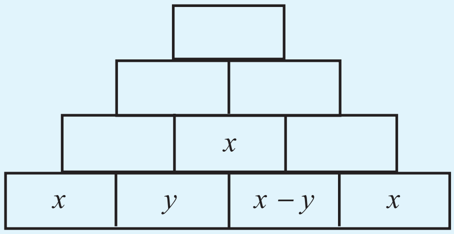
ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪಗಳು

2,4,6,8 ಮೊದಲಾದ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಲ್ಲವೂ 2ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಾಗಿವೆಯಲ್ಲವೇ. ಅಥವಾ, 1, 2, 3, ... ಎಂಬೀ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ. ಆಗ n ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ $2n$ ಎಂಬುದು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಬದಲಾಗಿ ಯಾವುದೇ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $2n$ ಎಂಬ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

2, 4, 6, 8,........ ಎಂಬೀ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ 1ನ್ನು ಕಳೆದರೆ 1, 3, 5, 7....... ಎಂಬಿವುಗಳಂತೆ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಿಗುವುವು. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 1ನ್ನು ಕಳೆದರೆ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಿಗುವವು. ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ n ಎಂಬ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ $2n$, ಅದರಿಂದ 1ನ್ನು ಕಳೆದರೆ $2n-1$ ಸಿಗುವುದು. ಅಂದರೆ n ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದರೆ $2n-1$ ಎಂಬುದು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಬದಲಾಗಿ ಯಾವುದೇ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $2n-1$ ಎಂಬ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

n ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ $2n + 1$ ಎಂಬುದು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಆದರೆ n ಗೆ 1,2,3..... ಎಂಬಂತೆ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದರೆ $2n + 1$ ಎಂಬುದರಿಂದ 1 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಿಗುವುದಿಲ್ಲ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಿಗಲು n ಗೆ 0, 1, 2...... ಎಂಬಂತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

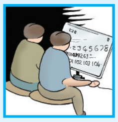
ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ y ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಆಗ ಮೊದಲ ಸಾಲು ಈ ರೀತಿಯಾಗುವುದು.



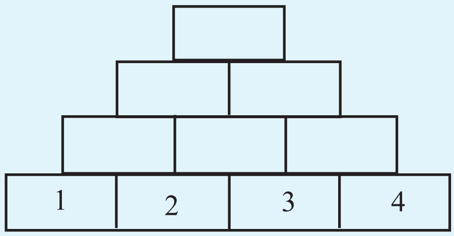
ಮುಂದಿನ ಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು?

ಅದರ ಮುಂದಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲೋ? $2x + y$, $3x - y$ ಎಂದು ಲಭಿಸುವುದಲ್ಲವೇ? ಹಾಗಾದರೆ ಕೊನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ?

$$(2x + y) + (3x - y) = 5x$$

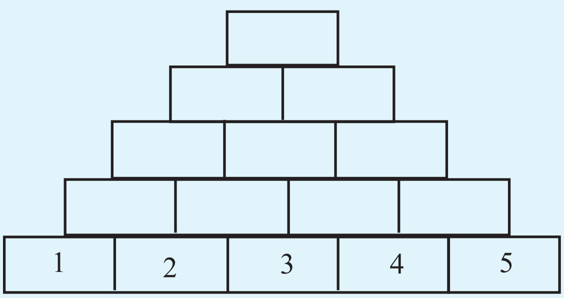


- ಈ ಕೆಳಗಿನ ಗೋಪುರವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಿರಿ.



ಅನುಕ್ರಮವಾದ ನಾಲ್ಕು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಹಲವು ಗೋಪುರಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿರಿ. ಆರಂಭದ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವೇನು? ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನ ಮಧ್ಯದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವೇನು? ಈ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಿರಿ.

- ಇನ್ನು ಐದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಆದರೋ? ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲಿನ ಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಅತ್ಯಂತ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಿರಿ.



- ಮೇಲಿನ ಗೋಪುರದಲ್ಲಿ ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬದಲು ಒಂದು ಎಡೆ ಬಿಟ್ಟು, ಎರಡು ಎಡೆ ಬಿಟ್ಟು ಎಂಬಂತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಿರಿ. ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಿರಿ.

11ರ ಆಟಗಳು

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

12, 23, 34, ..., ...

12ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ 11 ಸೇರಿಸಿ, ಪುನಃ 11 ಸೇರಿಸಿ ಮುಂದುವರಿ ಯುವುದು ಇದನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ 100 ಸಿಗುವುದೇ?

ಬರೆದು ನೋಡಿರಿ.

12, 23, 34, 45, 56, 67, 78, 89, 100

ಇನ್ನೂ ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ 1000 ಸಿಗುವುದೇ?

ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆದು ನೋಡುವುದು ಸುಲಭವೇ?

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ನೋಡಿರಿ.

11ಕ್ಕೆ 1 ಸೇರಿಸಿರುವುದು 12

22 ಕ್ಕೆ 1 ಸೇರಿಸಿರುವುದು 23

33 ಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸೇರಿಸಿರುವುದು 34

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಲ್ಲವೂ 11ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಕ್ಕೆ 1 ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿರುವುದಾಗಿದೆ.

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಇವುಗಳೆಲ್ಲ 11 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 1 ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಇನ್ನು ಈ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ 1000 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬರಬಹುದೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕಷ್ಟವಿಲ್ಲವಲ್ಲವೇ?

1000ವನ್ನು 11 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಶೇಷ 1 ಆಗದಿರುವುದರಿಂದ ಈ ಸಂಖ್ಯಾ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ 1000ವು ಬರುವುದಿಲ್ಲ.

ಇನ್ನು ಈ ಸಂಖ್ಯಾ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ 10,000ವು ಬರಬಹುದೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ.

100000 ಆದರೋ?

ಈ ನಮೂನೆಯ ಕುರಿತು ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವುದು, 12ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ, ಬಳಿಕ 11 ಕೂಡಿಸುತ್ತಾ ಬರುವುದು ಎಂದಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

ಈಗ ಕಂಡುಹಿಡಿದ ರೀತಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಈ ಸಂಖ್ಯಾ ಕ್ರಮವನ್ನು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಒಂದು ಕ್ರಿಯಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯೋಣ.

ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 11 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 1 ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿರಿ.

ಇದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಳಿದರೋ?

$11n + 1$ ಎಂಬುದರಲ್ಲಿ n ಗೆ, 1, 2, 3, ... ಕ್ರಮವಾಗಿ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕೊಡಿರಿ.

(ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ n, m, p, k ಎಂಬಂತೆ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು ರೂಢಿಯಾಗಿದೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಇರಬೇಕು ಎಂಬ ನಿಬಂಧನೆ ಏನೂ ಇಲ್ಲ. ಆದರೆ ಇದು ಒಂದು ವಾಡಿಕೆ ಮಾತ್ರವಾಗಿದೆ.)

ಪುನಃ ಕೆಲವು ಮೊತ್ತಗಳು

ಎರಡು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಸಿಗುವುದು. ಎರಡು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೋ?

ಈ ರೀತಿಯಾಗುವುದು ಯಾಕೆ?

ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ನೋಡುವ, ಎರಡು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು $2m$, $2n$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ $2m + 2n = 2(m + n)$

ಇದರಿಂದ ಮೊತ್ತವು 2ರ ಅಪವರ್ತ್ಯ ಅಥವಾ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಇನ್ನು ಎರಡು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸು ವುದಾದರೋ?

ಅವುಗಳನ್ನು $2m - 1$, $2n - 1$ ಎಂದು ತೆಗೆದು ಕೊಂಡರೆ, ಮೊತ್ತವು

$$(2m - 1) + (2n - 1) = 2m + 2n - 2$$
$$= 2(m + n - 1)$$

ಇದು 2ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ? ಅಂದರೆ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ

ಎರಡು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬದಲು ಮೂರು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದಾದರೋ? ನಾಲ್ಕು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೋ?

ಮೂರು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ಕುರಿತು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು? ನಾಲ್ಕು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೋ?

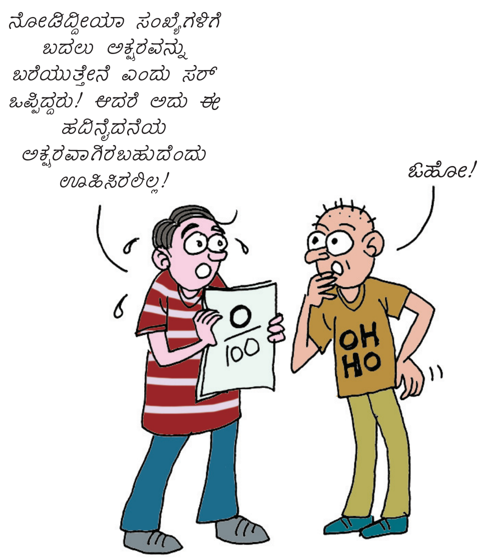
ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಅಕ್ಷರಗಳೂ

ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಹೇಳಲು ಬೀಜಗಣಿತ ಉಪಯೋಗಿಸುವಾಗ, ಅಕ್ಷರಗಳು ಯಾವ ವಿಧದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದೆಂದು ವ್ಯಕ್ತ ಪಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ, $2n - 1$ ಎಂಬ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಂದು ಹೇಳುವಾಗ, ಇದರಲ್ಲಿರುವ n ಎಂಬುದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರವೇ ಸೂಚಿಸುವುದೆಂದು ಹೇಳಬೇಕು. $2n–1$ ರಲ್ಲಿ, n ಗೆ $1\frac{1}{2}$ ಎಂಬ ಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡರೆ,

$$2n - 1 = (2 \times 1\frac{1}{2}) - 1 = 2$$

ಎಂಬ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಸಿಗುವುದು.



ಇನ್ನು 12ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವ ಬದಲು 21ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಅನಂತರ 11 ಕೂಡಿಸುತ್ತಾ ಬಂದರೋ

$$21, 32, 43, \ldots$$

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ?

ಇವುಗಳನ್ನು

$$11 + 10, \quad 22 + 10, \quad 33 + 10, \ldots$$

ಎಂದೆಲ್ಲಾ ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ? ಅಂದರೆ,

$11n + 10$ ಎಂಬುದರಲ್ಲಿ n ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು 1, 2, 3, ... ಎಂಬಂತೆ ತೆಗೆಯಬೇಕು.

ಈ ಕ್ರಮ ಪಾಲಿಸಿದರೆ 100, 1000, 10,000, 100000 ಎಂಬಿವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೆಲ್ಲಾ ಸಿಗುವುವೆಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ? ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 11 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಸಿಗುವ ಶೇಷ ಯಾವುದು?

ಇನ್ನು ಈ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯಾ ಕ್ರಮಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ನೋಡಿರಿ.

12	23	34	45	...
21	32	43	54	...

ಮೇಲಿನ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಕೂಡಿಸಿದರೋ?

$$33 \quad 55 \quad 77 \quad 99 \ldots$$

ಯಾಕೆ 11ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು ಮಾತ್ರ ಸಿಗುವುವು? ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ನೋಡೋಣ.

ಮೊದಲಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $11n + 1$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ? ಎರಡನೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಅದೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು $11n + 10$ ಆಗಿದೆ. (ಎರಡೂ ಸಾಲುಗಳಲ್ಲೂ n ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ) ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತವೆಷ್ಟು?

$$(11n + 1) + (11n + 10) = 22n + 11$$
$$= 11(2n + 1)$$

11ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವು ಸಿಗಲಿರುವ ಕಾರಣ ಮನದಟ್ಟಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

ಹೀಗೆ ಲಭಿಸಿರುವ ಮೊತ್ತಗಳನ್ನು ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ನೋಡಿರಿ.

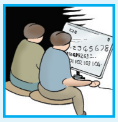
ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು ಮಾತ್ರವೇ ಸಿಗುವುದು ಯಾಕೆ?

ಮೊತ್ತದ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆದು ನೋಡಿರಿ. ಅದರಲ್ಲಿ n ಗೆ 1, 2, 3, ... ಎಂಬಿವುಗಳಂತೆ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದರೆ $2n + 1$ ಕ್ಕೆ ಯಾವ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಲಭಿಸುವುದು?

ಇಲ್ಲಿ $11n + 1$, $11n + 10$, $2n + 1$ ಎಂಬೀ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪಗಳನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೇವಲ್ಲವೇ. ಇವುಗಳೆಲ್ಲಾ ವ್ಯತ್ಯಸ್ತ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ $11n+1$ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥ, n ಎಂಬ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 11 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 1 ಕೂಡಿಸುವುದು

ಎಂದಾಗಿದೆ. ಹೀಗೆ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪಗಳನ್ನು ಬೀಜೀಯ ವಾಚಕಗಳು (algebraic expressions) ಎಂದು ಕರೆಯುವರು.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ 1 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ 11 ಕೂಡಿಸುತ್ತಾ ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ 12, 23, 34........ ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಿಗುವುವು. ಇವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ $11n+1$ ಎಂಬ ಒಂದು ಬೀಜೀಯ ವಾಚಕದಲ್ಲಿ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.



- 1 ರೊಂದಿಗೆ ಪುನಃ ಪುನಃ 10ನ್ನು ಕೂಡಿಸುತ್ತಾ ಬಂದರೆ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೀಜೀಯ ವಾಚಕವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
- 9 ರೊಂದಿಗೆ ಪುನಃ ಪುನಃ 10ನ್ನು ಕೂಡಿಸುತ್ತಾ ಬಂದರೆ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೀಜಿಯ ವಾಚಕ ಯಾವುದು?
- ಮೊದಲ ಎರಡೂ ಕ್ರಮಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಸಮಾನ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿರಿ. ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 10ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳೇ ಆಗಿವೆ. ಯಾಕೆ? 10 ರ ಎಲ್ಲಾ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಿಗಬಹುದೇ?

ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

10ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಾದ 10, 20, 30, ... ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ $10n$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ n ಗೆ ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಬಹುದು.

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮಾತ್ರ ಬೇಕಾದರೋ? n ಗೆ 1ರಿಂದ 9ರ ವರೆಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಸಾಕು.

$10n$ $(n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇನ್ನೂ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆದರೆ,

$$10n \ (n = 1, 2, 3, ..., 9)$$

ಇದರಂತೆ 10ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳೊಂದಿಗೆ 1ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ 11, 21, 31....... ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ $10n + 1$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ n ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಬಹುದು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮಾತ್ರ ಬೇಕಾದರೆ,

$$10n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, ..., 9)$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

10ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳೊಂದಿಗೆ 2 ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ 12, 22, 32....... ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಬೀಜೀಯ ವಾಚಕವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು?

ಇವುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೋ? ಇದು ವರೆಗೆ ಲಭಿಸಿದ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಒಟ್ಟಾಗಿ ನೋಡೋಣ.

ಬೀಜೀಯ ರೂಪಗಳು

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ಸುಲಭವಾಗಿದೆ. ಯಾಕೆಂದರೆ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಬರೆದರೆ ಸಾಕು.

$$18 \times 10 = 180$$

$$250 \times 10 = 2500$$

ಆದರೆ ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆದರೆ

$$10 \times n = 10n$$

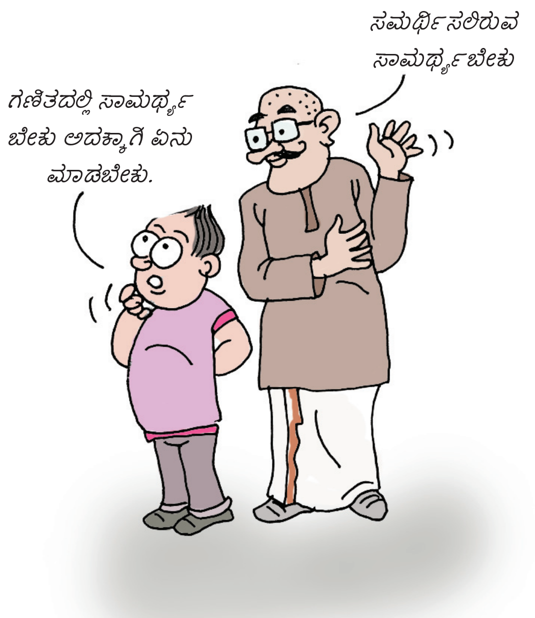
ಎಂದು ಮಾತ್ರವೇ ಬರೆಯುವುದು. ಬದಲಾಗಿ $n0$ ಎಂದು ಬರೆಯುವುದಿಲ್ಲ.

ಇದರಂತೆ 10ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳೊಂದಿಗೆ 1 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆ 1 ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಅವುಗಳ ಬೀಜೀಯ ವಾಚಕ $10n + 1$ ಎಂದಲ್ಲದೆ $n10$ ಎಂದು ಬರೆಯುವುದಿಲ್ಲ.

10ರ ಅಪವರ್ತ್ಯದೊಂದಿಗೆ 1ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬುದರ ಬದಲು 10ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 1 ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಇವುಗಳನ್ನು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೂ ಶೇಷ 1 ಆಗಿದೆ, ಕಾರಣವೇನೆಂದರೆ

$$10\,n + 1 = (5 \times 2n\,) + 1$$

$n1$ ಎಂದು ಬರೆದರೆ, ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಗಳು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.



ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

35 ಎಂಬ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆ 3ನ್ನು 10 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 5ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪವಾಗಿದೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಒಂದಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಮೊದಲನೆಯದಕ್ಕೆ 10 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಎರಡನೆಯದನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವುದನ್ನು, ಈ ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿಟ್ಟು ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂಬುದಾಗಿ ಭಾಷಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಹೇಳಬಹುದು.

ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಾಗುವಾಗ m ಎಂಬ ಒಂದಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ n ಎಂಬ ಒಂದಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆ $10m+n$ ಎಂದು ಬರೆಯಲು ಮಾತ್ರ ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.

m, n ಇವುಗಳು ಸೇರಿಸಿ mn ಎಂದು ಬರೆಯುವುದಿಲ್ಲ.

ಹಾಗಾದರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೇ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವುದನ್ನು

$$10\,n + n = 11n$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದರಿಂದ ಹೀಗೆ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಲ್ಲ 11ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿದೆಯೆಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

$10n$	:	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$10n+1$	:	11	21	31	41	51	61	71	81	91
$10n+2$	:	12	22	32	42	52	62	72	82	92

ಹೀಗೆ ಎಲ್ಲಾ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೇಕಾಗಿದ್ದರೆ ಯಾವೆಲ್ಲಾ ಬೀಜಿಯ ವಾಚಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು?

$10n$, $10n+1$, $10n+2$ ಎಂಬಂತೆ $10n+9$ ರ ವರೆಗಿರುವ ಬೀಜೀಯ ವಾಚಕಗಳಿಗಿರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ ಯಾವುದು?

$10n$ ಎಂಬ ಬೀಜೀಯ ವಾಚಕದೊಂದಿಗೆ ಹಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು. (ಮೊದಲು ಕೂಡಿಸಿರುವುದು 0 ಆಗಿದೆ.)

ಈ ಕೂಡಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಸೂಚಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಆಗ ಇವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ $10n+m$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ m ನ ಬೆಲೆಗಳಾಗಿ 0 ಯಿಂದ 9 ರ ವರೆಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು.

ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಎಲ್ಲಾ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

$$10n + m \ (n = 1, 2, 3, ..., 9;\ m = 0, 1, 2, ..., 9)$$

ಎಂಬ ರೂಪದಲ್ಲಾಗಿವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ $n = 5$, $m = 3$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ

$$10n + m = (10 \times 5) + 3 = 53$$

ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.

$n = 3$, $m = 5$ ಎಂದಾದರೋ?

ಆಗ, ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವಾದ $10n+m$ ನಲ್ಲಿ ಮೊದಲ (ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದ) ಅಂಕೆಯು n; ಎರಡನೆಯ (ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದ) ಅಂಕೆಯು m ಆಗಿರುವುದು.

ಇನ್ನು ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿರಿ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ 25. ಇದರ ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿ ಬರೆದರೆ 52. ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ 77 ಆಗುವುದು.

36 ಮತ್ತು 63ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೋ?

ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲೂ ಅಂಕೆಗಳು ಆವರ್ತಿಸುವುದೇ?

28 ಮತ್ತು 82 ಆದರೋ?

ಹೀಗೆ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಏನಾದರೂ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳು ಇವೆಯೇ?

ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲೂ 11ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು ಸಿಗುವುದು ಯಾಕೆ?

ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಮನದಟ್ಟು ಮಾಡಲು ಬೀಜಗಣಿತವು ಸಹಾಯಕವಾಗಿದೆ.

ಯಾವುದೇ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $10m + n$ ಎಂಬ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ? ಇದನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿ ಬರೆಯುವುದೆಂದರೆ ಅಂಕೆಗಳ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಬದಲಾಯಿಸುವುದಾಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ $10n + m$.

ಇವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ.

$$\begin{aligned}(10m + n) + (10n + m) &= (10m + m) + (10n + n)\\ &= 11m + 11n\\ &= 11(m + n)\end{aligned}$$

ಇನ್ನು ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿ ಕೂಡಿಸುವುದರ ಬದಲು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದು ನೋಡಿರಿ. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಕ್ರಿಯೆಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

ಕಳೆದು ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಲ್ಲವೂ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತ್ಯ ಗಳಾಗಿವೆಯೇ? ಕಾರಣವೇನು?

$$\begin{aligned}(10m + n) - (10n + m) &= 10m + n - 10n - m\\ &= 9m - 9n\\ &= 9(m - n)\end{aligned}$$

ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

- ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಅದರ ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಕೂಡಿಸಿರಿ. ಈ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಮೊದಲ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಿಂದ ಕಳೆಯಿರಿ. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ. ಹೀಗೆ ಕಳೆದು ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ವಿಶೇಷತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- ಯಾವುದೇ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಅದರ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಳೆದರೆ 9ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವು ಸಿಗುವುದು ಯಾಕೆಂದು ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಿರಿ.

- ಮೂರಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
- ಒಂದು ಮೂರಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊದಲ, ಎರಡನೆಯ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ (ನೂರರ, ಹತ್ತರ ಮತ್ತು ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ) ಅಂಕೆಗಳನ್ನು m, n, p ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯುವುದು ಹೇಗೆ? ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿ ಬರೆದರೆ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು?
- ಯಾವುದೇ ಮೂರಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿ ಬರೆದು, ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು 99ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಿರಿ.
- ಮೂರಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಅದರ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು 9ರ ಅಪವರ್ತ್ಯ ಆಗಿದೆ ಎಂದು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಿರಿ.

ಪುನಃ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಅನುಕ್ರಮ ಮೂರು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿಸಿರಿ. ಈ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧ ವೇನು?

ಹೀಗೆ ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಮೊತ್ತವು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮರ್ಥಿಸಿರಿ.

ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಮೂರು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು (ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ 2,4,6) ತೆಗೆದರೂ ಇದು ಸರಿಯಾಗುವುದೇ? ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೋ?

ಇನ್ನು ಮೂರರ ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಮೂರು ಅಪವರ್ತ್ಯ ಗಳನ್ನು (3,6,9) ತೆಗೆದರೆ ಇದು ಸರಿಯಾಗುವುದೇ?

ಮೂರರ ಅಪವರ್ತ್ಯಕ್ಕೆ 1ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ 4,7,10) ಆದರೋ?

ಮೂರರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳ ಬದಲಾಗಿ 4ರ ಅಥವಾ ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾದರೋ?

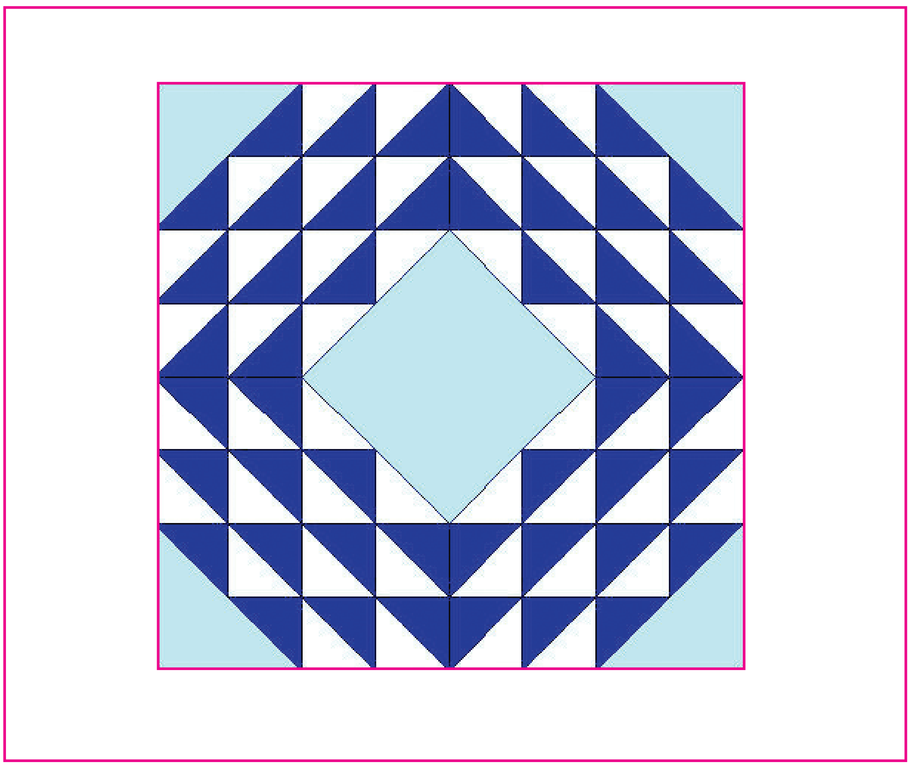
ಹೀಗೇ ಲಭಿಸುವ ನಿಗಮನಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಬೀಜ ಗಣಿತವನ್ನು ಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮರ್ಥಿಸಿರಿ.

ಪುನರವಲೋಕನ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ
• ಸಂಖ್ಯಾ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದ ಸಹಾಯದಿಂದ ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.			
• ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿ ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.			
• ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.			
• ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.			

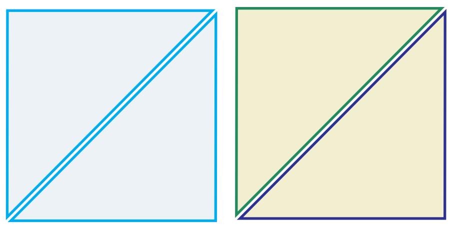
12

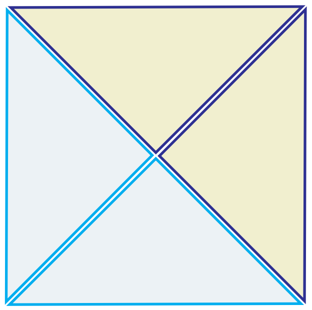
ಚೌಕಗಳೂ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳೂ



ಇನ್ನೊಂದು ವಿಧಾನ

ಸಮಾನ ಗಾತ್ರಗಳಿರುವ ಎರಡು ಚೌಕಗಳನ್ನು ತುಂಡುಮಾಡಿ ಜೋಡಿಸಿ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಇನ್ನೊಂದು ವಿಧಾನವಿದೆ.

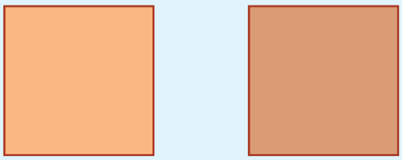




ಈ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ಬದಿಯ ಉದ್ದವು ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕದ ಯಾವುದರೂ ಅಳತೆಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯೇ?

ಇಮ್ಮಡಿ ಗಾತ್ರ

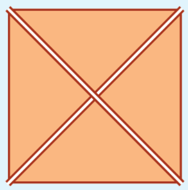
ಸಮಾನ ಗಾತ್ರಗಳಿರುವ ಎರಡು ಚೌಕಗಳನ್ನು ದಪ್ಪ ಕಾಗದದಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ



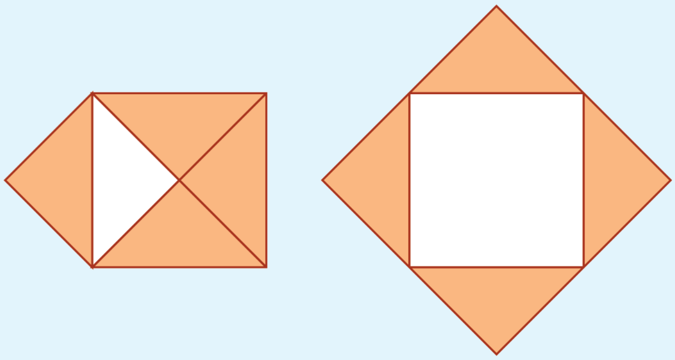
ಇವುಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಸಿಗುವ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ದೊಡ್ಡದೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಬೇಕು.

ಅದಕ್ಕೊಂದು ವಿಧಾನವಿದೆ.

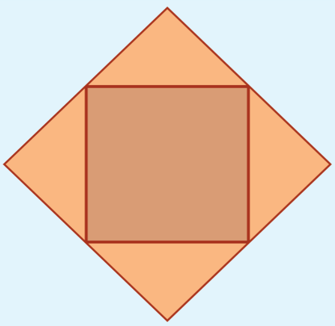
ಮೊದಲು ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿ ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿಸಿರಿ.



ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಹೊರಕ್ಕೆ ಬಿಡಿಸಿ ಇಡಿರಿ.



ಇನ್ನು ತುಂಡರಿಸದ ಚೌಕವನ್ನು ಮಧ್ಯದ ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟು ನೋಡಿರಿ.



ಎರಡನೇ ಚೌಕವು ಇದರೊಳಗೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಸೇರಿಕೊಂಡಿರುವುದು ಯಾಕೆ?

ಮೊದಲು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆದ ಚೌಕಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಬದಿಯ ಉದ್ದವು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸುವ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಆಗ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ನಿರ್ಮಿಸುವ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೋ?

ಇನ್ನು ಮುಂದೆ 9 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಎರಡು ಚೌಕಗಳನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ಜೋಡಿಸಿ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವ. 9 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಬದಿಯ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ತೆಗೆಯಬೇಕು.

ಈ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಚೌಕಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ಈಗ ಮಾಡಿದ ಹಾಗೆಯೇ ಕತ್ತರಿಸಿ ಜೋಡಿಸಿ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವ. ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಎಷ್ಟು?

50 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?

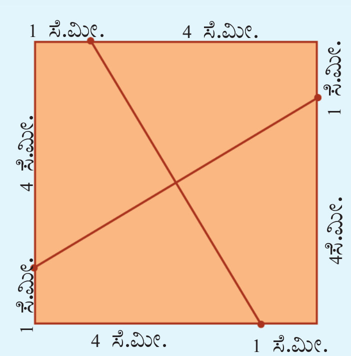
32 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವಾದರೋ?

ಗಾತ್ರವನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸುವ

ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಕರ್ಣಗಳ ಮೂಲಕ ತುಂಡರಿಸಿ, ಅದೇ ಗಾತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, ಇಮ್ಮಡಿ ಗಾತ್ರವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಬಹುದೆಂದು ಕಂಡುಕೊಂಡೆವು.

ಇನ್ನು, ಬೇರೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತುಂಡರಿಸಿ ನೋಡುವ, 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಗಳಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ದಪ್ಪ ಕಾಗದದಿಂದ ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆಯುವ.

ವಿರುದ್ಧ ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವುದಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ, ಮೂಲೆಗಳಿಂದ 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬಿಟ್ಟು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸುವ.



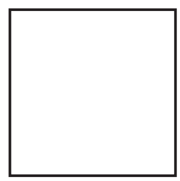
ಗೆರೆಗಳ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ನಾಲ್ಕು ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಈ ಹಿಂದೆ ಮಾಡಿದಂತೆ ಹೊರಭಾಗಕ್ಕೆ ಬಿಡಿಸಿ ಇರಿಸಬೇಕು.

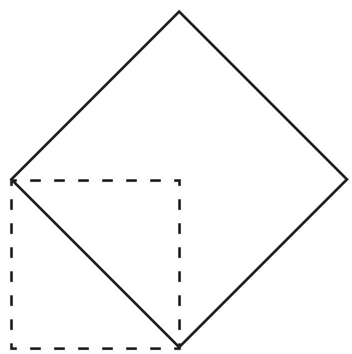
ರಚಿಸುವ ದಾರಿ

ಸಮಾನ ಗಾತ್ರವಿರುವ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಜೋಡಿಸಿ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವಾಗ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ಬದಿಯ ಉದ್ದವು ಸಣ್ಣ ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

ಆಗ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿದ ಅನಂತರ ಅದರ ಇಮ್ಮಡಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸುಲಭವಾಗುವುದು.

ಅದರ ಕರ್ಣವು ಬದಿಯಾಗುವಂತೆ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.





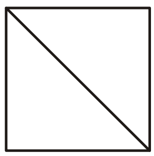
ಇದನ್ನನುಸರಿಸಿ 50 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?

32 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೋ?

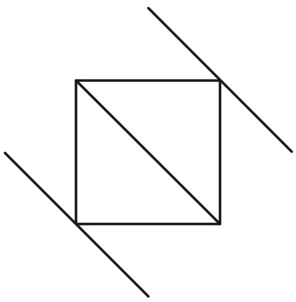
ಸಮಾನಾಂತರ ವಿಧಾನ

ಒಂದು ಚೌಕದ ಇಮ್ಮಡಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಇನ್ನೊಂದು ವಿಧಾನವಿದೆ.

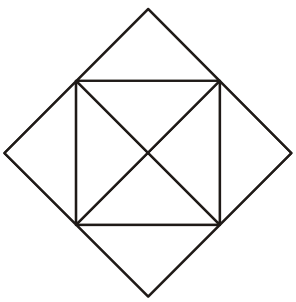
ಮೊದಲು ಚೌಕದ ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

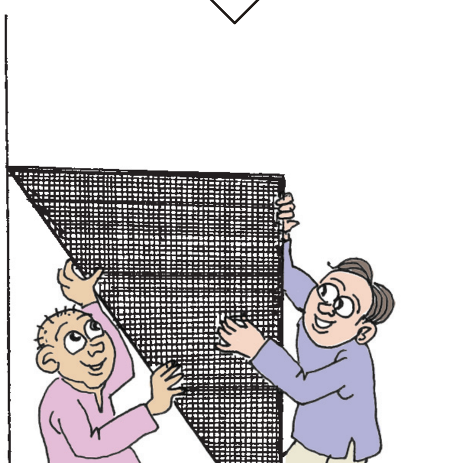


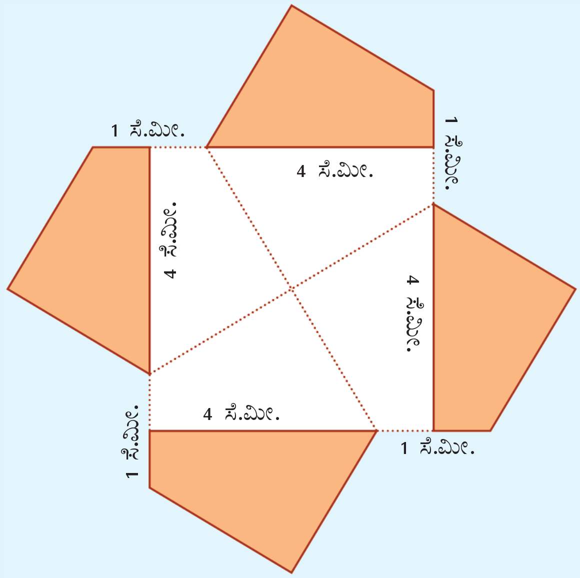
ಇನ್ನು ಚೌಕದ ಉಳಿದ ಎರಡು ಮೂಲೆಗಳ ಮೂಲಕ ಈ ಕರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



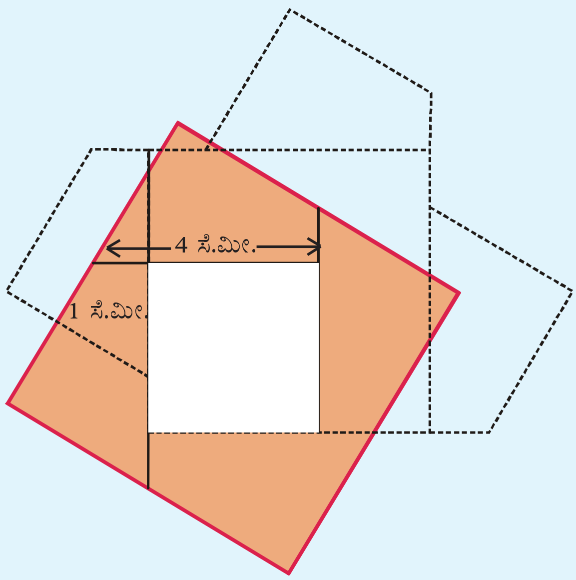
ಉಳಿದ ಕರ್ಣವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.





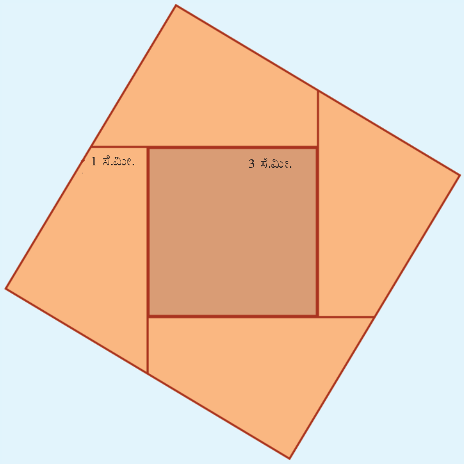


ಎಡಭಾಗದ ತುಂಡನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಕೆಳಕ್ಕೂ, ಬಲಭಾಗದ ತುಂಡನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಎಡಕ್ಕೂ, ಮೇಲಿನ ತುಂಡನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಎಡಕ್ಕೂ ಕೆಳಕ್ಕೂ ಸರಿಸಿದರೆ ಹೊರಗೆ ಒಂದು ಚೌಕವೂ, ಒಳಗೆ ಒಂದು ಚೌಕಾಕೃತಿಯ ದ್ವಾರವೂ ದೊರೆಯುವುದು.



ಒಳಗಿನ ಚೌಕದ ಒಂದು ಬದಿಯ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

ಆಗ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿ ಇರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆದರೆ, ಇದರೊಳಗೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಇರಿಸಬಹುದು.



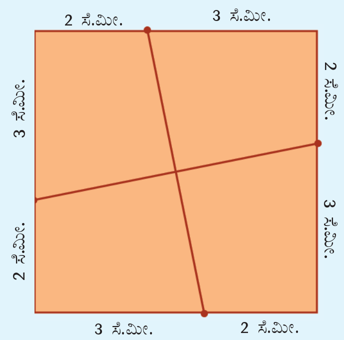
ಮೇಲೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರವು ಮೊದಲು ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆದ ಚೌಕವನ್ನು ನಾಲ್ಕು ತುಂಡುಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ಜೋಡಿಸಿರುವುದಾಗಿದೆ. ಆಗ ಈ ನಾಲ್ಕು ತುಂಡುಗಳ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಮೊದಲ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೇ ಆಗಿದೆ. ಅದು $5^2 = 25$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

ಹಾಗಾದರೆ ಚೌಕ ದ್ವಾರಕ್ಕೆ ಜೋಡಿಸಿದ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೋ?

ಅಂದರೆ ಕೊನೆಗೆ ರಚಿಸಿದ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$5^2 + 3^2 = 34 \text{ ಚ.ಸೆ.ಮೀ}$$

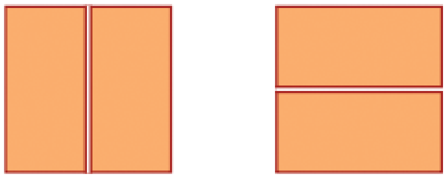
ಇನ್ನು, 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ಮೂಲೆಗಳಿಂದ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ರಚಿಸಿರಿ.



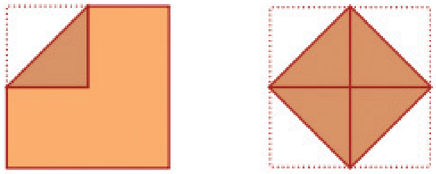
ಈ ಗೆರೆಗಳ ಮೂಲಕ ತುಂಡರಿಸಿ ನಾಲ್ಕು ತುಂಡುಗಳನ್ನೂ ಹೊರಕ್ಕೆ ಬಿಡಿಸಿ ಇರಿಸಿದಾಗ ಈ ರೀತಿ ಆಗುವುದು.

ಅರ್ಧ ಮಾಡಲು

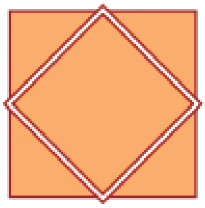
ಒಂದು ಚೌಕದ ಅರ್ಧ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ತಗೆಯಲು ಮಧ್ಯಭಾಗದಲ್ಲಿ ಉದ್ದಕ್ಕೋ ಅಡ್ಡಕ್ಕೋ ತುಂಡರಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.

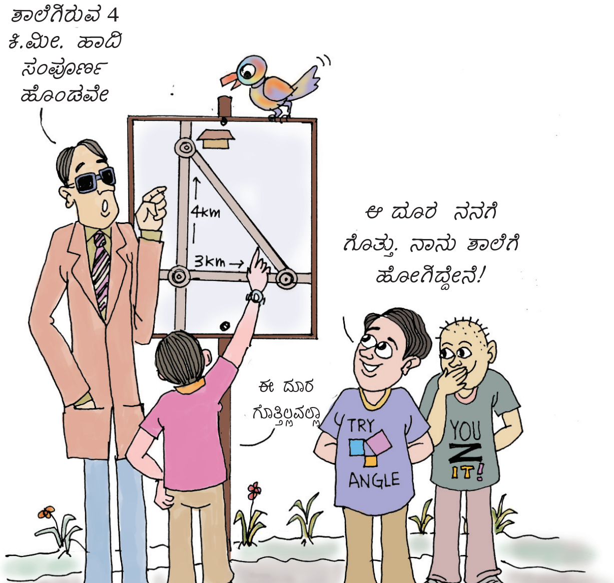


ಅರ್ಧ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ವಿರುವ ಚೌಕವೇ ಲಭಿಸಬೇಕಾದರೋ? ಚೌಕದ ಮೂಲೆಗಳೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಮಧ್ಯಕ್ಕೆ ಮಡಚಿರಿ.



ಪುನಃ ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ನೇರಗೊಳಿಸಿ ಮಡಚಿದ ಗೆರೆಗಳ ಮೂಲಕ ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆದರೆ ಅರ್ಧ ಚೌಕ ಆಗುವುದು.

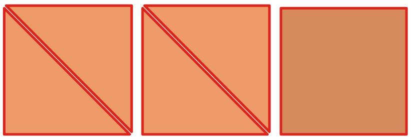




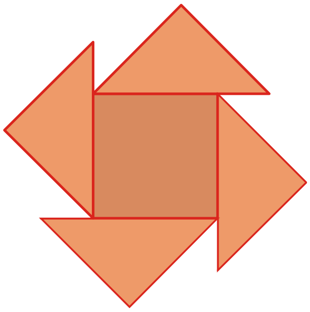
ಮೂರು ಚೌಕಗಳು

ಸಮಾನ ಗಾತ್ರವಿರುವ ಮೂರು ಚೌಕಗಳನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ಜೋಡಿಸಿ ಒಂದೇ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

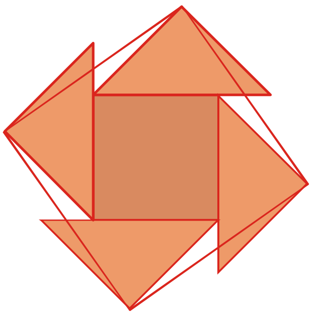
ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಮೊದಲು ಎರಡು ಚೌಕಗಳನ್ನು ಕರ್ಣಗಳ ಮೂಲಕ ತುಂಡರಿಸಿರಿ.



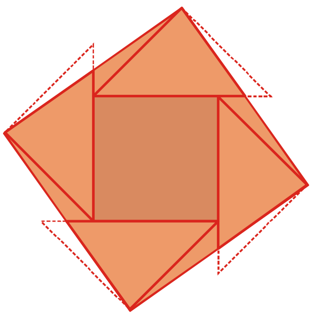
ತುಂಡರಿಸಿ ಸಿಕ್ಕಿದ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ತುಂಡರಿಸದ ಚೌಕದ ಸುತ್ತಲೂ ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಕ್ರಮೀಕರಿಸಿ ಇರಿಸಿರಿ.

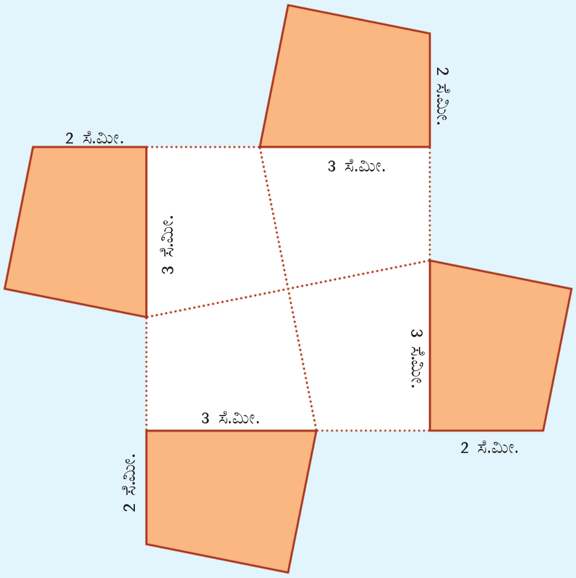


ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಜೋಡಿಸಿ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

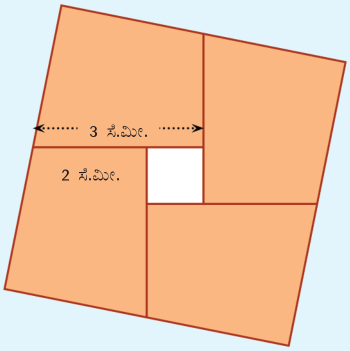


ಚೌಕದ ಹೊರಕ್ಕೆ ತಳ್ಳಲ್ಪಟ್ಟಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಚಿಕ್ಕ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆದು ಒಳಗೆ ಖಾಲಿ ಇರುವ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಹೊಂದಿಸಿ ಇರಿಸಿರಿ.

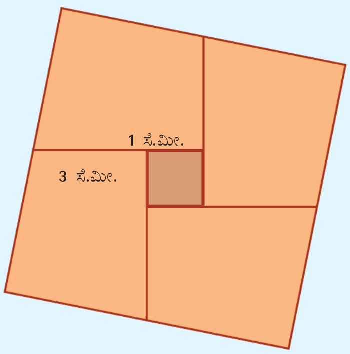




ಇನ್ನು ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿದರೋ?



ಮಧ್ಯದ ಭಾಗವನ್ನು ಮುಚ್ಚಲು ಬೇಕಾದ ಚೌಕದ ಬದಿಯ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?



ಈಗ ಲಭಿಸಿರುವ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

$5^2 + 1^2 = 26$ ಚ.ಸೆ.ಮೀ

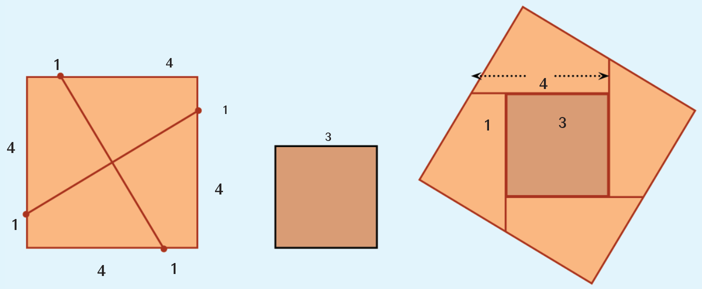
ಇದರಂತೆ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿ ಇರುವ ಚೌಕವನ್ನು ದಪ್ಪಕಾಗದದಲ್ಲಿ ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆದು, ಮೂಲೆಗಳಿಂದ 1.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ರಚಿಸಿ, ತುಂಡರಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

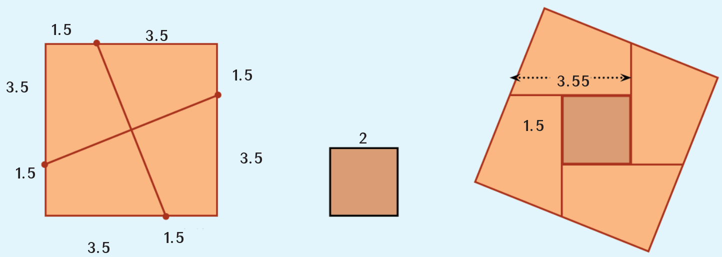
ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿ ಇರುವ ಚೌಕವನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆಯಬೇಕು?

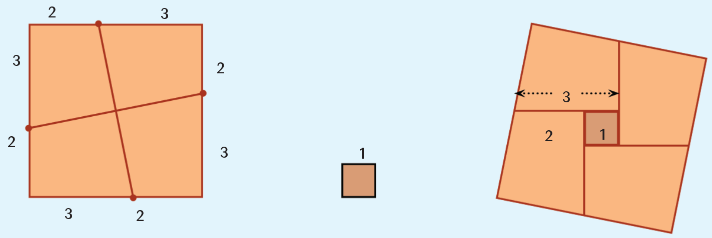
ಹೀಗೆ ಲಭಿಸುವ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಎರಡು ಚೌಕಗಳು

5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿ ಇರುವ ಚೌಕವನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತುಂಡರಿಸಿ, ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, ಹಲವು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿದರೋ?





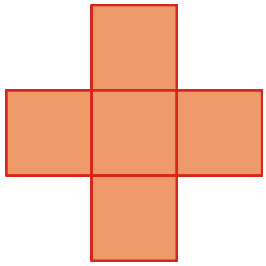


ಮೊದಲ ಚೌಕವನ್ನು ತುಂಡರಿಸಲು ನಾಲ್ಕು ಮೂಲೆಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುತ್ತೇವೆ. ಈ ಅಂತರ ಮತ್ತು ಕೊನೆಗೆ ಮಧ್ಯಭಾಗವನ್ನು ಮುಚ್ಚಲು ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆಯುವ ಚೌಕದ ಬದಿಯ ಉದ್ದ ಇವುಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು?

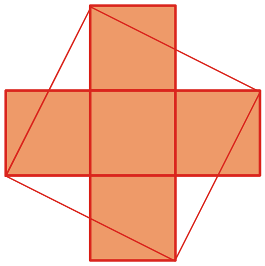
ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿದ ವಿಧಾನವನ್ನು ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ನೋಡಿರಿ.

ಐದು ಚೌಕಗಳು

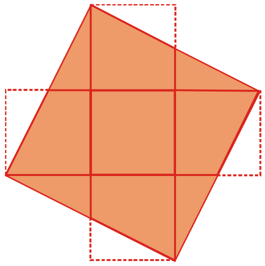
ಸಮಾನ ಗಾತ್ರವಿರುವ ಐದು ಚೌಕಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿರಿ.



ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.



ಇನ್ನು, ಚೌಕದಿಂದ ಹೊರಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆದು ಒಳಗಿನ ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿಸಿರಿ.

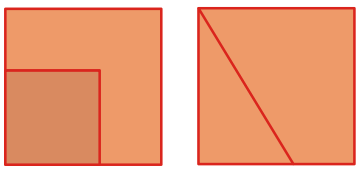


ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ್ದೀರಾ?

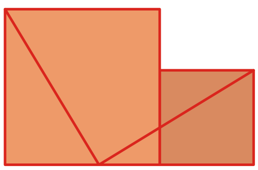
ಹೀಗೂ ತುಂಡರಿಸಬಹುದು

ಎರಡು ಚೌಕಗಳನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ಜೋಡಿಸಿ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಬೇರೆಯೂ ವಿಧಾನಗಳಿವೆ.

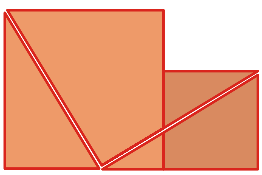
ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ಒಂದು ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕದ ಬದಿಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. ಈ ಗುರುತನ್ನು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ಒಂದು ಮೂಲೆಗೆ ಕೆಳಗೆ ಕಾಣುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿರಿ.



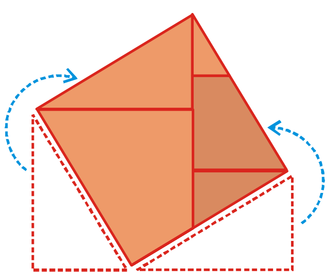
ಇನ್ನು ಚೌಕಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಇಟ್ಟು ಕೆಳಗೆ ಕಾಣುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.



ಈ ಗೆರೆಗಳ ಮೂಲಕ ತುಂಡರಿಸಿರಿ.

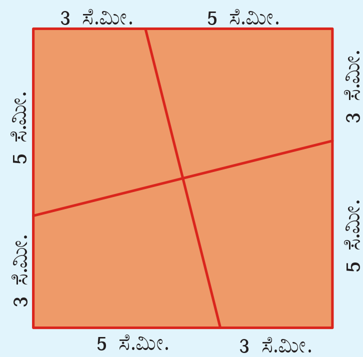


ಕೆಳಗಿನ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಮೇಲಕ್ಕೆ ತಂದಿರಿಸಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿರಿ.



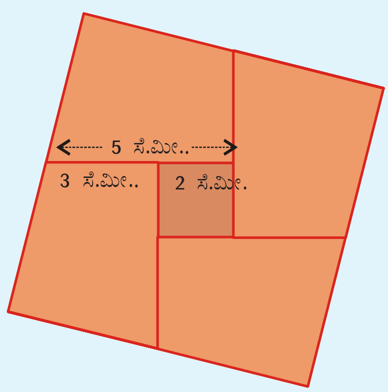
ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವಾಗ ಮೊದಲ ಚೌಕದ ಬದಿಯಿಂದ ಈ ಅಂತರವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಬೇಕು. ಉದ್ದಕ್ಕೆ ಸರಿಸುವಾಗ ಇದೇ ಅಂತರವನ್ನು ಪುನಃ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುವುದು. ಹಾಗೆಯೇ ಮೊದಲ ಚೌಕದ ಉದ್ದದಿಂದ, ಬಿಂದುಗಳಿಗಿರುವ ಅಂತರವನ್ನು ಎರಡು ಸಲ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಮಧ್ಯದ ಚೌಕದ ಬದಿಯು ಲಭಿಸುವುದು.

ಹಾಗಾದರೆ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಚೌಕದ ಮೂಲೆಗಳಿಂದ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ತುಂಡರಿಸಬಹುದೇ?



ಈ ಗೆರೆಗಳ ಮೂಲಕ ತುಂಡರಿಸಿ ಬದಲಿಸಿ ಜೋಡಿಸಿದರೆ, ಒಳಗೆ ಸರಿ ಹೊಂದಿಸಿ ಇಡುವ ಚೌಕದ ಬದಿಯು

$$8 - (2 \times 3) = 2 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$



ಈ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ

8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ಜೋಡಿಸಿ ಅದರೊಳಗೆ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಇಟ್ಟು

ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಮೊದಲ ಚೌಕವನ್ನು ಹೇಗೆ ತುಂಡರಿಸಬೇಕು?

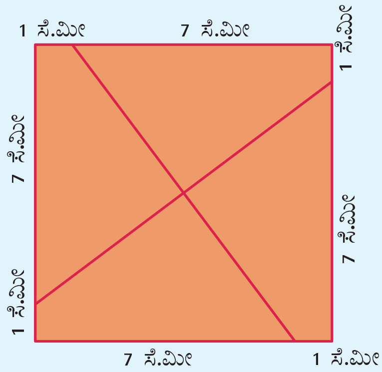
ತುಂಡರಿಸಲು ಹಾಕುವ ಗುರುತುಗಳಿಂದ ಮೂಲೆಗಿರುವ ಅಂತರದ ಎರಡು ಮಡಿಯನ್ನು 8 ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ ಸಿಗುವ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂಬುದು ಒಳಗಿನ ಚೌಕ ದ್ವಾರದ ಭುಜವಾಗಿದೆ.

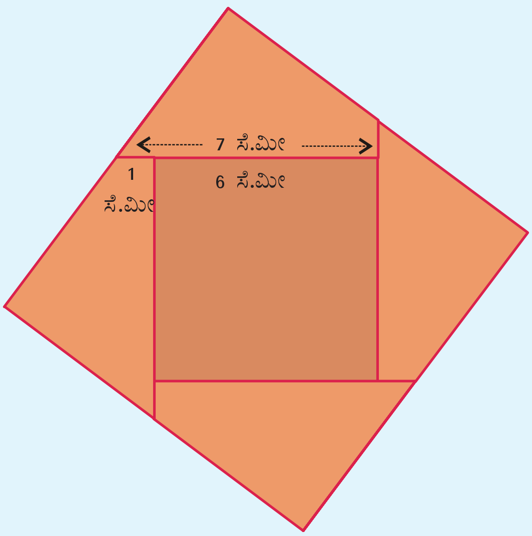
ಆಗ, ಈ ಅಂತರದ ಎರಡು ಮಡಿ ಎಂಬುದು

$$8 - 6 = 2 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

ಅಂದರೆ ಈ ಅಂತರ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರಿನ ಅರ್ಧ ಅಥವಾ 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ.

8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆದು ಮೊದಲು ಮಾಡಿದ ಹಾಗೆ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿಟ್ಟು ನೋಡಿರಿ. ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಲಭಿಸುವುದು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಚೌಕ ವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?





ಈ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

$$8^2 + 6^2 = 100 \text{ ಸೆ.ಮೀ}$$

ಸ್ವಲ್ಪ ಚರಿತ್ರೆ

ಅಬೂ ಅಲ್ ವಾಫೆ ಕ್ರಿ.ಶ. ಹತ್ತನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಪರ್ಶಿಯಾದಲ್ಲಿ ಜೀವಿಸಿದ್ದ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಖಗೋಳ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞ ಆಗಿದ್ದನು.

"ಗುಡಿ ಕೈಗಾರಿಕೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿರುವವರಿಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ನಿರ್ಮಾಣಗಳು" ಎಂಬುದು ಅವರ ಒಂದು ಕೃತಿಯಾಗಿದೆ.

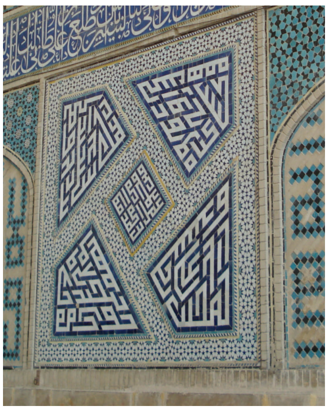
ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕ ರಚಿಸಲು ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಇರುವ ಹಲವು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

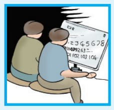
ಇದರ ಒಂದು ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಚೌಕಗಳನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ಜೋಡಿಸಿ ದೊಡ್ಡದೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಆ ಕಾಲದ ಶಿಲ್ಪಿಗಳು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದ ವಿಧಾನಗಳು ನಿಖರವಲ್ಲ ಎಂದು ಸಮರ್ಥಿಸಿದ್ದೂ ಮಾತ್ರವಲ್ಲ, ಸರಿಯಾದ ಒಂದು ವಿಧಾನವನ್ನೂ ಸೂಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಪಾಠದ **"ಮೂರು ಚೌಕಗಳು"** ಎಂಬ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಕಲೆ ಮತ್ತು ಜ್ಯಾಮಿತಿ

ಅಬು ಅಲ್ ವಾಫೆಯ ಕಾಲಕ್ಕಿಂತಲೂ ಮೊದಲೇ ಇಸ್ಲಾಂ ದೇವಾಲಯಗಳ ಗೋಡೆಗಳು ಹಾಗೂ ಪಂಚಾಂಗಗಳನ್ನು ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಕ್ರಮೀಕರಿಸಿ ಅಲಂಕರಿಸುತ್ತಿದ್ದರು. ಹೀಗಿರುವ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ತುಂಡರಿಸಿ ದೊಡ್ಡದೂ ಚಿಕ್ಕದೂ ಆದ ಇತರ ಚೌಕಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವುದಕ್ಕಿರುವ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು ಅಬು ಅಲ್ ವಾಫೆ ವಿವರಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ಮನೋಹರವಾದ ಅನೇಕ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ರೂಪಗಳನ್ನು ಇಂತಹ ಚೌಕಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು. ಕ್ರಿ.ಶ. ಹದಿನೇಳನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ನಿರ್ಮಿಸಿದ ಇರಾನಿನ ಪ್ರಸಿದ್ಧವಾದ ಜಾಮೆ ಅಬ್ಬಾಸ್ ಮಸೀದಿಯಲ್ಲಿ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅಲಂಕರಿಸಿದ್ದ ಒಂದು ಗೋಡೆಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು.





- 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಮತ್ತು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ. ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ಅಗತ್ಯಾನುಸಾರ ಕತ್ತರಿಸಿ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕವನ್ನು ಹೊಂದಿಸಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿರಿ.

  ಈ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

- 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಇದನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕದೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಿಸಿಟ್ಟು 80 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿರಿ.

- 117 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವುದಕ್ಕೆ 9 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕದೊಂದಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು? ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ತುಂಡರಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಮೂಲೆಗಳಿಂದ ಎಷ್ಟು ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಬೇಕು.

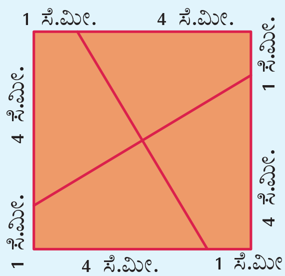
ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವ

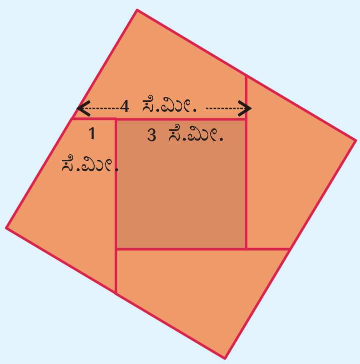
5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಮತ್ತು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕ ನಿರ್ಮಿಸಿದ್ದು ನೆನಪಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

ಮೊದಲು ಬದಿಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸದ ಅರ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

$$(5 - 3) \div 2 = 1$$

ಇನ್ನು ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ಮೂಲೆಗಳಿಂದ 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಗಳ ಮೂಲಕ ತುಂಡರಿಸಿ, ನಾಲ್ಕು ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಮಾಡಬೇಕು. ಅವುಗಳನ್ನು ಬದಲಿಸಿ ಜೋಡಿಸಿ, ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕವನ್ನು ಇರಿಸಿದರೆ 25 + 9 = 34 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವು ಲಭಿಸುವುದು.

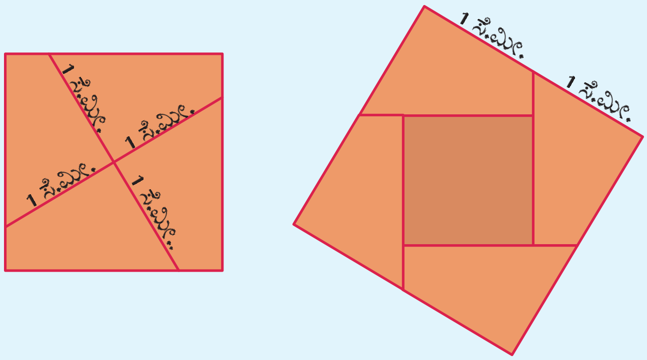




ಇದೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವ ಬದಲು ರಚಿಸುವುದಾದರೆ, ಚೌಕದ ಬದಿಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ಎಳೆದರೆ ಸಾಕು. ಅದು ಹೇಗೆಂದು ನೋಡುವ.

5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ತುಂಡು ಮಾಡಿ ಲಭಿಸುವ ನಾಲ್ಕು ತುಂಡುಗಳ ಎರಡು ಬದಿಗಳು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಈ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿಟ್ಟು ಪರಿಶೋಧಿಸಿರಿ. ಅವುಗಳ ಇತರ ಎಲ್ಲಾ ಬದಿಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

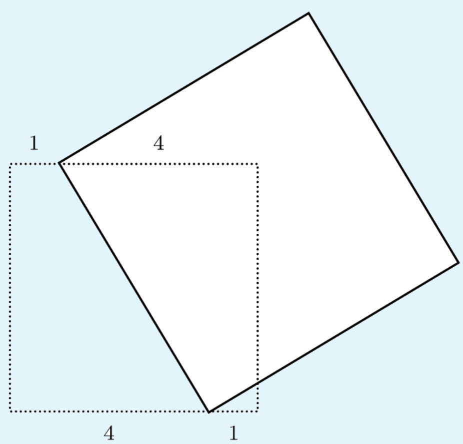
ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಮೊದಲ ಚೌಕವನ್ನು ತುಂಡರಿಸಲು ಎಳೆದ ಗೆರೆಗಳ ಉದ್ದವೇ ಕೊನೆಯ ಚೌಕದ ಬದಿಯ ಉದ್ದವೂ ಆಗಿದೆ.

ಹಾಗಾದರೆ 34 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಒಂದು ಸುಲಭ ದಾರಿ ಸಿಕ್ಕಿತಲ್ಲವೇ?

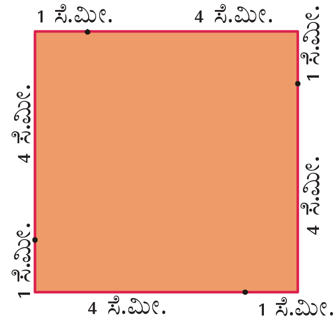
ಮೊದಲು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅದರ ಎರಡು ವಿರುದ್ಧ ಮೂಲೆಗಳಿಂದ 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಒಂದೊಂದು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಜೋಡಿಸಬೇಕು.



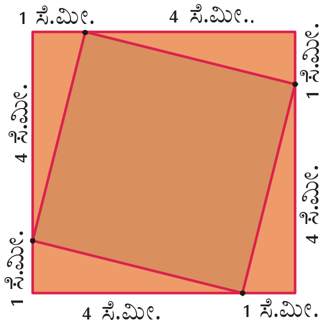
ಈ ಗೆರೆಯು ಬದಿ ಆಗುವಂತೆ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 34 ಚ.ಸೆ.ಮೀ. ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಸಣ್ಣದಾಗುವ ಚೌಕ

ಬದಿಗಳ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಇರುವ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮೂಲೆಗಳಿಂದ 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ.



ಈ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕವು ಲಭಿಸುವುದು.

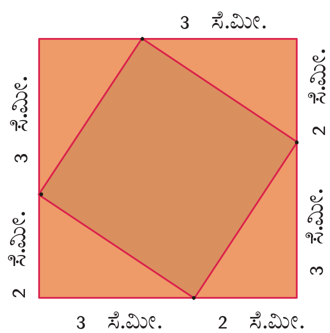


ಇದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಿಂದ ನಾಲ್ಕು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೇ?

$25 - 4 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 25 - 8 = 17$ ಚ.ಸೆ.ಮೀ.

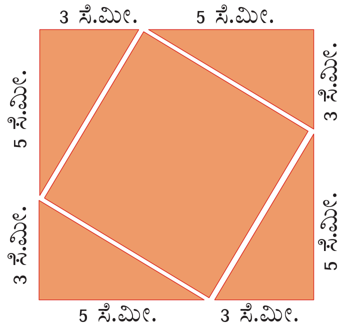
ಮೂಲೆಯಿಂದ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಜೋಡಿಸಿದರೋ?



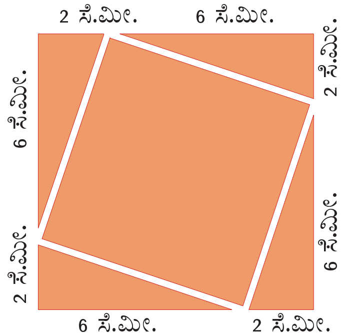
ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆದರೆ

ಬದಿಗಳ ಉದ್ದ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಚೌಕದಿಂದ ನಾಲ್ಕು ಲಂಬ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆದು 34 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಬಹುದು.



ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆದರೋ?

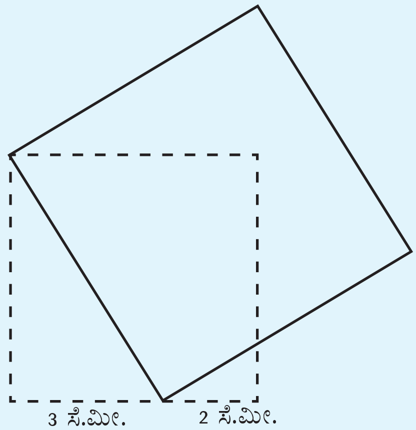


ಉಳಿದ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

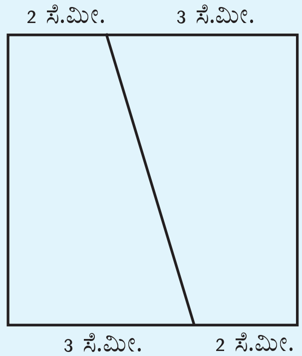
ಇದರಂತೆ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದಿಂದ 50 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಬಹುದೇ?

$44\frac{1}{2}$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವಾದರೋ?

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿರುದ್ಧ ಮೂಲೆಯಿಂದ ಒಂದೊಂದು ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಸರಿಸುವುದರ ಬದಲು ಒಂದು ಮೂಲೆಯಿಂದ $2 \times 1 = 2$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ನಂತೆ ಸರಿಸಿದರೂ ಸಾಕು.

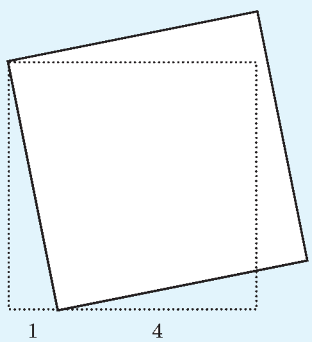


ಇದರಂತೆ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಚೌಕವನ್ನೂ 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಯಿರುವ ಚೌಕವನ್ನೂ ಜೋಡಿಸಿ $25 + 1 = 26$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು, ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ವಿರುದ್ಧ ಮೂಲೆಗಳಿಂದ $(5 - 1) \div 2 = 2$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಜೋಡಿಸಬೇಕು.

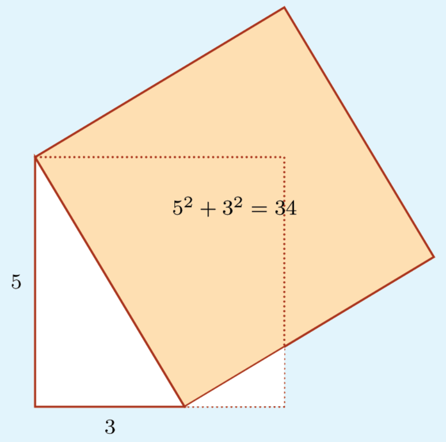


ಇನ್ನು ಈ ಗೆರೆಯು ಬದಿಯಾಗುವಂತೆ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.

$5 - 1 = 4$ ರ ಅರ್ಧವನ್ನು ತೆಗೆಯದೆಯೂ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬದಿಯಿಂದ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ತೆಗೆಯುವುದರ ಬದಲು ಒಂದು ಬದಿಯಿಂದ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ತೆಗೆದರೆ ಸಾಕು.

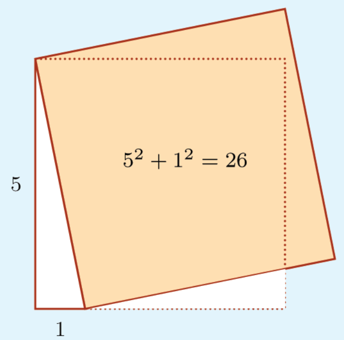


ಈಗ ರಚಿಸಿದ ಎರಡು ಚೌಕಗಳನ್ನು ಪುನಃ ನೋಡಿರಿ.

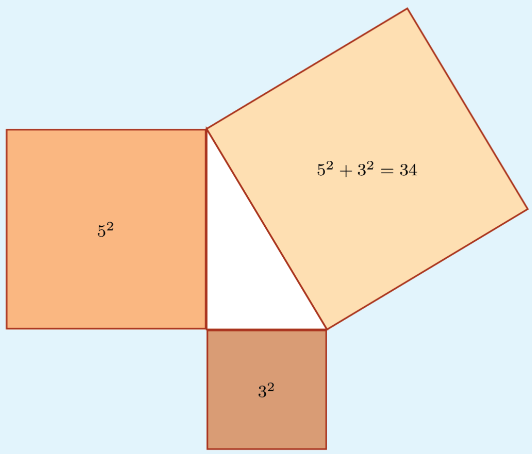


ಎರಡು ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಚೌಕದ ಒಂದು ಬದಿಯು, ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಬದಿಯಾಗಿದೆ.

ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೋ?

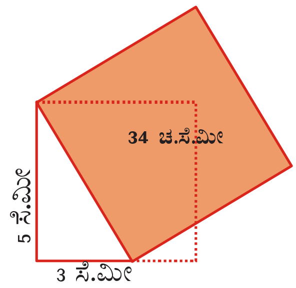


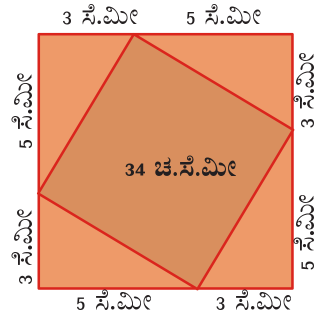
ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಉಳಿದ ಎರಡು ಬದಿಗಳು ಬದಿಗಳಾಗುವಂತೆ ರಚಿಸುವ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿರುವುದು.



ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು

34 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವ ಎರಡು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೀರಲ್ಲವೆ.



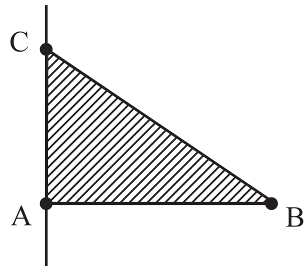


ಎರಡು ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಈ ಚೌಕದ ಬದಿಯು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಉದ್ದವಿರುವ ಬದಿಯಾಗಿದೆ.

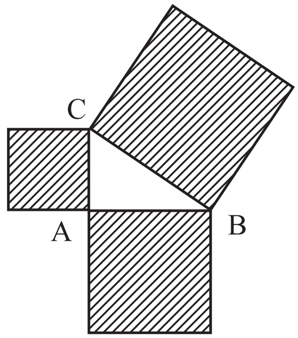
ಈ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬವಾದ ಬದಿಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಹಾಗು ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧ ವೇನು?

ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರಾ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಪರಿಶೋಧಿಸಿಬಹುದು.

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕಾಣುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ AB ಎಂಬ ಗೆರೆ ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿ A ಯ ಮೂಲಕ ಇನ್ನೊಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

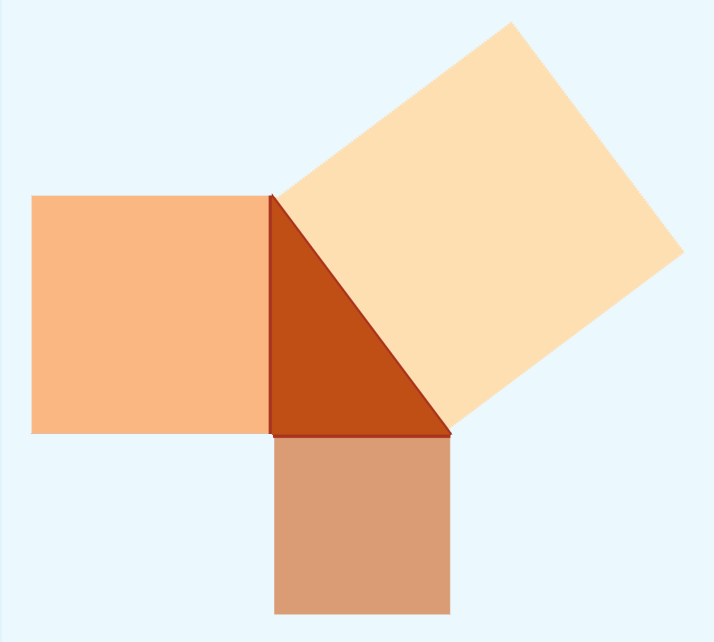


ಲಂಬವಾದ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ C ಎಂಬ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. ಇನ್ನು AC ಎಂಬ ಗೆರೆಯನ್ನು hide ಮಾಡಿರಿ. Polygon ಟೂಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನ ABC ರಚಿಸಿರಿ. Regular Polygon ಟೂಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ AB, BC, AC ಎಂಬೀ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. Area ಟೂಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಚೌಕಗಳ ಒಳಗೆ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದರೆ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

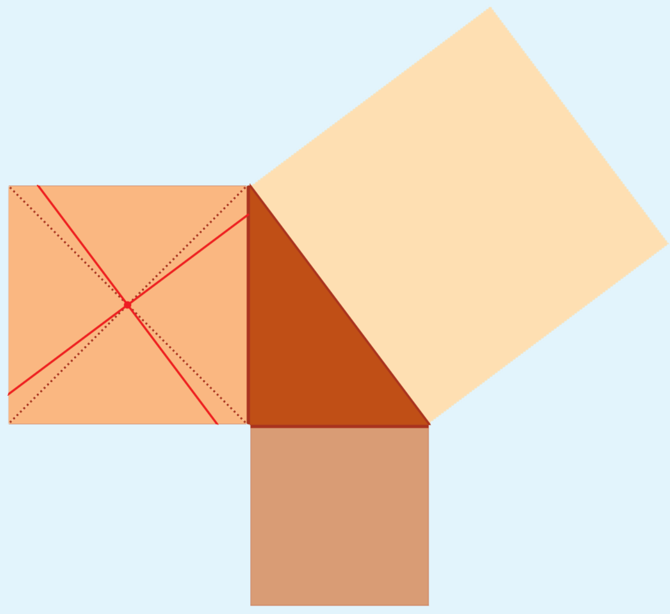


ಮೂರೂ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧ ವೇನು? ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ಬದಲಿಸಿ ನೋಡಿರಿ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆ ಕಾಣುವುದೇ? ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 25 ಚದರ ಯೂನಿಟ್ ಆಗಬೇಕಾದರೆ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳ ಬದಿಗಳು ಎಷ್ಟಾಗಿರಬೇಕು? ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 41 ಚದರ ಯೂನಿಟ್ ಆಗಬೇಕಾದರೋ?

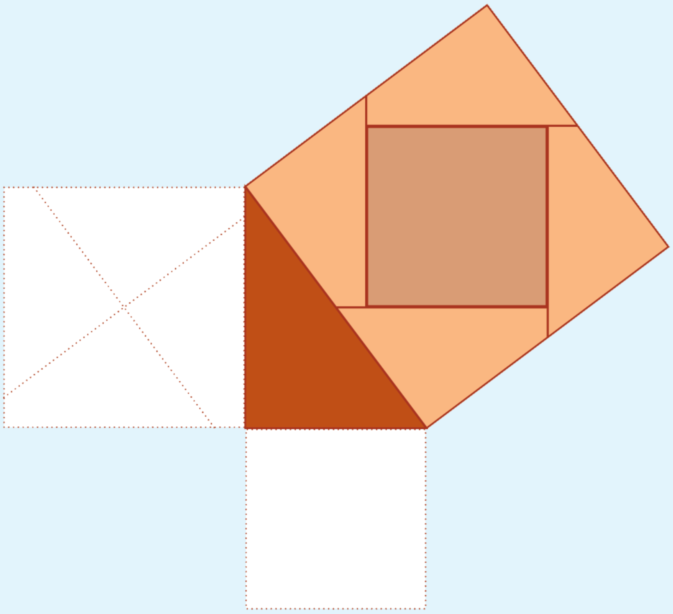
ಇನ್ನು ದಪ್ಪ ಕಾಗದದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನೂ ಅದರ ಮೂರು ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಚೌಕಗಳನ್ನೂ ರಚಿಸಿರಿ.



ದೊಡ್ಡ ಚೌಕ ಮತ್ತು ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕ ಬಿಟ್ಟುಳಿದ ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅದರ ಮೂಲಕ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ಲಂಬ ಬದಿಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ಇನ್ನು ಈ ಗೆರೆಗಳ ಮೂಲಕ ತುಂಡರಿಸಿದಾಗ ಲಭಿಸುವ ನಾಲ್ಕು ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆದು, ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದೊಳಗೆ ಈ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಹೊಂದಿಸಿ ಇಡಿರಿ.



ಇದರಿಂದ ಏನು ತಿಳಿಯಬಹುದು?

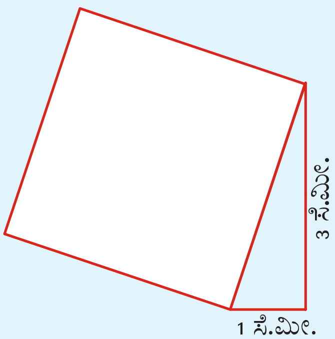
> ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಉಳಿದೆರಡು ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ.

ಗ್ರೀಸಿನಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಹಿಂದೆ ಜೀವಿಸಿದ್ದ ಪೈಥಾಗರಸ್ ಎಂಬ ತತ್ವ ಜ್ಞಾನಿಯ ಹೆಸರಿನಲ್ಲಿ ಈ ತತ್ವವು ಪೈಥಾಗರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತ ಎಂದು ಪ್ರಸಿದ್ಧವಾಗಿದೆ.

ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ 10 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವ.

$$10 = 3^2 + 1^2$$

ಅಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ? ಆಗ ಪೈಥಾಗರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತಕ್ಕನುಗುಣವಾಗಿ ಲಂಬ ಬದಿಗಳು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಇರುವ ಲಂಬ ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಬದಿಗೆ ಹೊಂದಿಕೊಂಡು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.



7 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವಾದರೋ?

ಪೈಥಾಗರಸ್

ಪ್ರಾಚೀನ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರಲ್ಲಿ ಪ್ರಮುಖನಾದ ಪೈಥಾಗರಸ್‌ನ ಕುರಿತಾಗಿ ಹೆಚ್ಚೇನೂ ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿಲ್ಲ. ಸುಮಾರು ಕ್ರಿ.ಪೂ. 570 ರಲ್ಲಿ ಗ್ರೀಸಿನ ಸಮೋಸ್ ದ್ವೀಪದಲ್ಲಿ ಅವರು ಜನಿಸಿದರು.

ಯುವಕನಾಗಿದ್ದಾಗ ಈಜಿಪ್ಟ್‌ಗೆ ಹೋಗಿ ಕಲಿತನೆಂದೂ ಊರಿಗೆ ಮರಳಿ ಬಂದು ವಿದ್ಯಾಲಯ ಸ್ಥಾಪಿಸಿದನೆಂದೂ ಇತಿಹಾಸ ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ.

ಅವನು “ವಸ್ತುಗಳ ನಿಜಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಗಣಿತದ ಮೂಲಕ ಮಾತ್ರವೇ ತಿಳಿಯಲು ಸಾಧ್ಯ” ಎಂದು ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಿದನು.

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವುದು ಅವನ ಜನ್ಮ ಸ್ಥಳವಾದ ಸಮೋಸಿನಲ್ಲಿ ಸ್ಥಾಪಿಸಿರುವ ಪೈಥಾಗರಸನ ಪ್ರತಿಮೆಯಾಗಿದೆ.

ಭಾರತ ಗಣಿತ

ಶುಲ್ವಸೂತ್ರಗಳು ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತದ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಗ್ರಂಥಗಳಾಗಿವೆ.

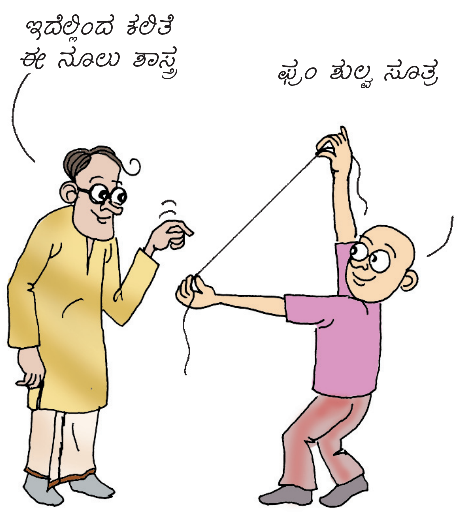
ಇದು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರು ಹಲವು ಕಾಲಘಟ್ಟಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವುದರ ಸಂಗ್ರಹವಾಗಿದೆ.

ಕ್ರಿ.ಪೂ. 800ರಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಂಬಲ್ಪಡುವ ಬೌದ್ಧಾಯನ ಶುಲ್ವಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ ಚೌಕವನ್ನು ಇಮ್ಮಡಿಗೊಳಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಹೇಳಿದ್ದಾರೆ.

ಚೌಕದ ಕರ್ಣದಲ್ಲಿ ಎಳೆದು ಹಿಡಿಯುವ ನೂಲಿನಿಂದ
ಇಮ್ಮಡಿ ಗಾತ್ರದ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿರಬೇಕು.

ಕ್ರಿ.ಪೂ. 200ರಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿರುವುದೆಂದು ತಿಳಿಯಲಾದ ಕಾತ್ಯಾಯನ ಶುಲ್ವಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ ಇನ್ನಷ್ಟು ಸರಳವಾದ ರೀತಿಯನ್ನು ಹೇಳಲಾಗಿದೆ.

ಚೌಕದ ಕರ್ಣದಲ್ಲಿ ಎಳೆದು ಹಿಡಿಯುವ ಹಗ್ಗದಿಂದ ಅಡ್ಡಕ್ಕೂ ನೀಟಕ್ಕೂ ಇರುವ ಬದಿಗಳು ನಿರ್ಮಿಸುವ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಶುಲ್ವ ಎಂಬ ಸಂಸ್ಕೃತ ಪದಕ್ಕೆ ನೂಲು, ದಾರ ಎಂಬ ಅರ್ಥಗಳಿವೆ. ಸೂತ್ರ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಇದೇ ಅರ್ಥವಲ್ಲದೆ ತತ್ವಗಳ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪ ಎಂಬ ಅರ್ಥವೂ ಇದೆ.



7 ನ್ನು ಎರಡು ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಅಲ್ಲವೇ?

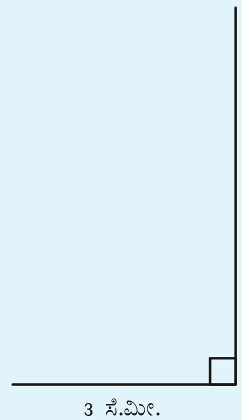
ಆದರೆ,

$$7 = 4^2 - 3^2$$

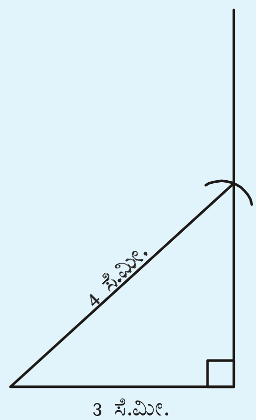
ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಆಗ ಪೈಥಾಗರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತಕ್ಕನುಸಾರವಾಗಿ ಇಂತಹದೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಬದಿ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಬದಿ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಇರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.

ಅದನ್ನು ಹೇಗೆ ರಚಿಸುವುದು?

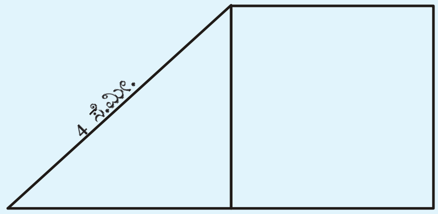
ಮೊದಲು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿ ಅದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಲಂಬವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ಇನ್ನು ಕೈವಾರವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ, ಗೆರೆಯ ಇನ್ನೊಂದು ತುದಿಯಿಂದ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ದೂರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಮೊದಲು ಎಳೆದ ಲಂಬದಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿ ಈ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿರಿ.



ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಬದಿಗೆ ಹೊಂದಿಕೊಂಡು ರಚಿಸುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಪೈಥಾಗರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತಕ್ಕನುಸಾರವಾಗಿ $4^2 - 3^2 = 7$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಲ್ಲವೇ?



ಇದರಂತೆ ಕೆಳಗೆ ಹೇಳಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

- 20 ಚ.ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್
- 39 ಚ. ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್
- 40 ಚ.ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್
- 65 ಚ. ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

ವರ್ಗ ಸಂಬಂಧ

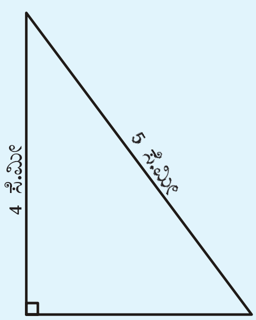
ಪೈಥಾಗರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರು ಬದಿಗಳ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು. ಒಂದು ಲಂಬ ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಅತಿ ಉದ್ದದ ಬದಿಯನ್ನು ಅದರ ಕರ್ಣ (Hypotenuse) ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣದ ವರ್ಗವು ಅದರ ಉಳಿದ ಎರಡು ಬದಿಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ.

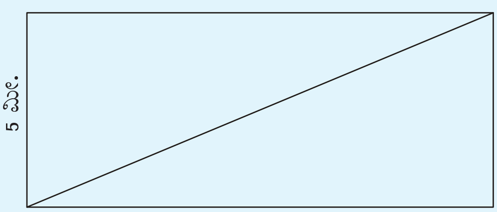
ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೆ ಕರ್ಣದ ವರ್ಗ,

$$3^2 + 4^2 = 25$$

ಆಗಿದೆ. ಆಗ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.



ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಆಯತದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?



ಪೈಥಾಗರಸ್ ಸಂಬಂಧ

ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಅತಿ ಉದ್ದವಾದ ಬದಿಯ ವರ್ಗವು, ಉಳಿದ ಎರಡು ಬದಿಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ.

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಬದಿಯ ವರ್ಗವು, ಉಳಿದ ಎರಡು ಬದಿಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದರೆ, ಅದೊಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ ಒಂದು ಬದಿಯ ವರ್ಗ ಉಳಿದೆರಡು ಬದಿಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯವಾಗಿರುವುದು.

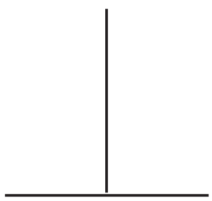
ಉದಾಹರಣೆಗೆ $3^2 + 4^2 = 5^2$ ಆದುದರಿಂದ ಬದಿಗಳ ಉದ್ದ 3,4,5 ಆದ ತ್ರಿಕೋನವು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ವಾಗಿದೆ. ಬದಿಗಳ ಉದ್ದ 6,8,10 ಆದರೋ?

ವಿಭಿನ್ನ ಉಪಯೋಗಗಳು

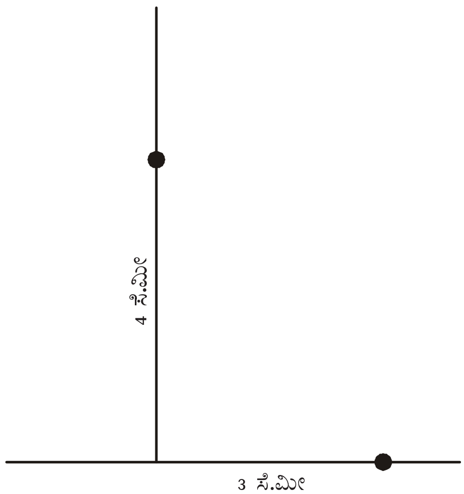
ಎರಡು ಚೌಕಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ದೊಡ್ಡದೊಂದು ಚೌಕ ನಿರ್ಮಿಸಲೂ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲೂ ಪೈಥಾಗರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

ಲಂಬಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲೂ ಲಂಬವಾಗಿದೆಯೋ ಎಂದು ಪರಿಶೋಧಿಸಲೂ ಈ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನೇ ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ ಈ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

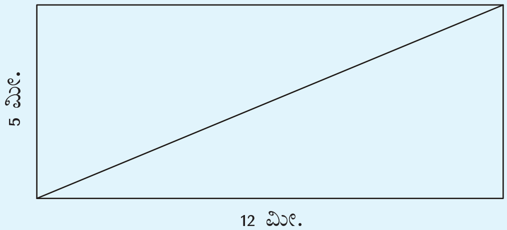


ಇವುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು, ಗೆರೆಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಸ್ಥಳದಿಂದ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ದೂರದಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದು ಗುರುತಿಸಿರಿ. 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಇರುವ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದು ಬಿಂದು ಗುರುತಿಸಿರಿ.



ಈ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳೊಳಗಿರುವ ದೂರವು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದ್ದರೆ ಗೆರೆಗಳು ಲಂಬವಾಗಿವೆ. ಹೆಚ್ಚೋ ಕಡಿಮೆಯೋ ಆಗಿದ್ದರೆ ಲಂಬವಲ್ಲ.

ಆಯತದ ಕರ್ಣವು, ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?



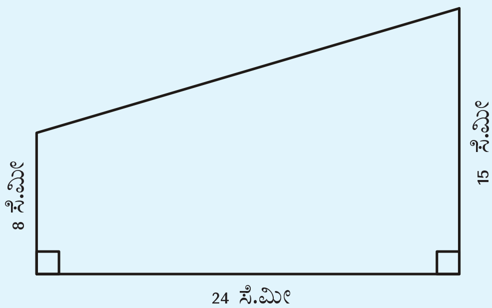
ಕರ್ಣದ ಉದ್ದದ ವರ್ಗ

$$5^2 + 12^2 = 169$$

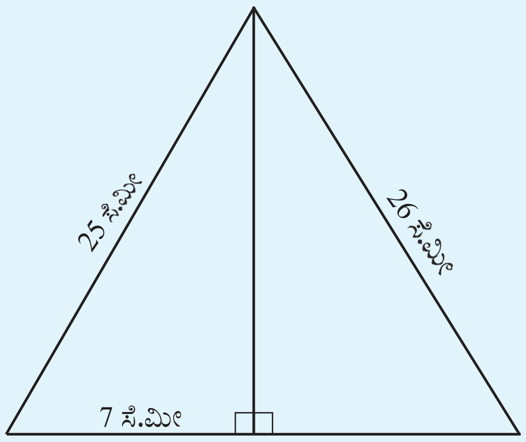
ಆಗ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ

$$\sqrt{169} = 13 \text{ ಮೀ.}$$

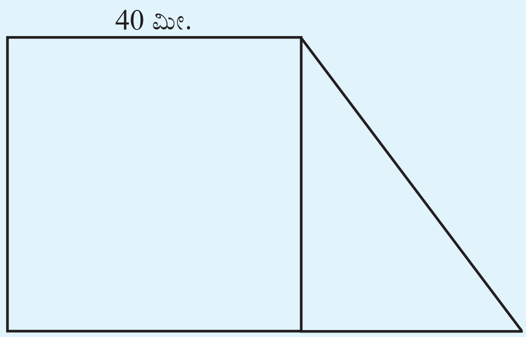
- ಕೆಳಗಿರುವ ಚಿತ್ರದ ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕನೇ ಬದಿಯ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?



- ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



- ಒಂದು ಚೌಕ ಮತ್ತು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಸೇರಿರುವ ಹಿತ್ತಿಲಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.



ಹಿತ್ತಿಲಿನ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 2200 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೆ ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟು?

ಪೈಥಾಗರಸ್ ತ್ರಯಗಳು

ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು, ಇನ್ನೊಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವಾಗಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $1^2 + 2^2 = 5$

ಆದರೆ,

$$3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$$

$$5^2 + 12^2 = 169 = 13^2$$

$$8^2 + 15^2 = 289 = 17^2$$

ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು.

ಹೀಗೆ ಮೂರು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದರೆ, ಈ ಮೂರೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪೈಥಾಗರಸ್ ತ್ರಯ ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

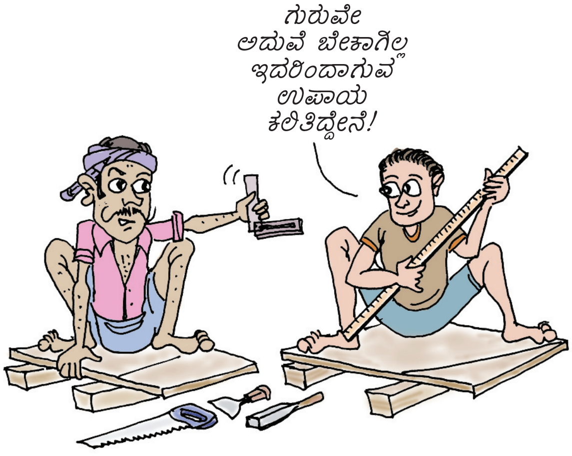
ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

3, 4, 5

5, 12, 13

8, 15, 17

ಇವುಗಳೆಲ್ಲಾ ಪೈಥಾಗರಸ್ ತ್ರಯಗಳಾಗಿವೆ. ಇನ್ನು ಕೆಲವು ಪೈಥಾಗರಸ್ ತ್ರಯಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಲ್ಲಿರಾ?

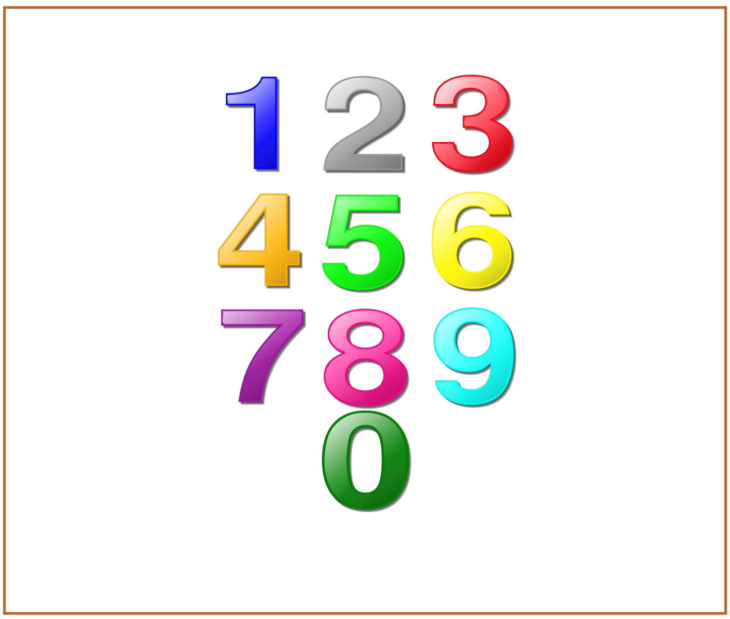


ಪುನರವಲೋಕನ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಗೊಳಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ
• ಎರಡು ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕ ನಿರ್ಮಿಸುವುದು.			
• ಹೀಗೆ ನಿರ್ಮಿಸುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತರ್ಕಬದ್ಧವಾಗಿ ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.			
• ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತರ್ಕಬದ್ಧವಾಗಿ ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.			
• ಪೈಥಾಗರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಪುರಾವೆ ಸಹಿತ ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.			
• ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಪರಿಹಾರಕ್ಕೆ ಪೈಥಾಗರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು.			
• ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ನಿಖರತೆಯನ್ನೂ ಸೂಕ್ಷ್ಮತೆಯನ್ನೂ ಪಾಲಿಸುವುದು.			

13

ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

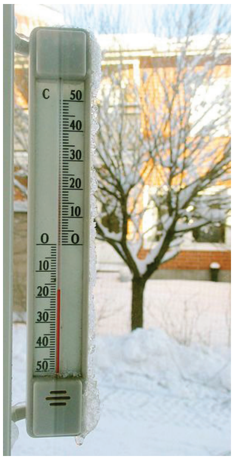


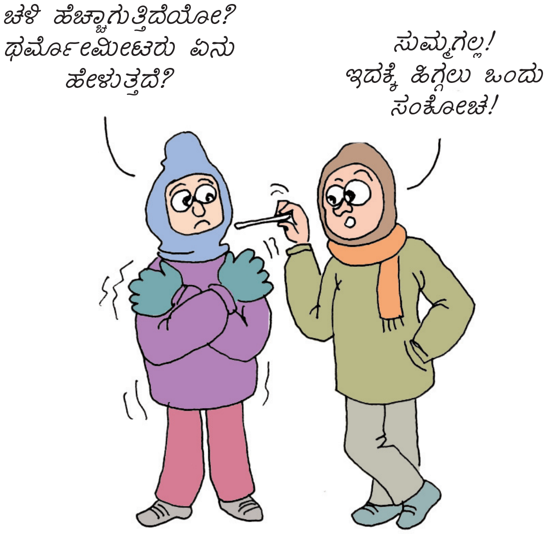
ಋಣ ಉಷ್ಣತೆ

ಪತ್ರಿಕೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಟೆಲಿವಿಷನ್‌ಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಪ್ರತಿದಿನವೂ ವಿವಿಧ ಸ್ಥಳಗಳ ತಾಪಮಾನಗಳನ್ನು ಹೇಳುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಲ್ಲವೇ? ಉತ್ತರ ಭಾರತದ ಹಲವು ಪ್ರದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ತಾಪಮಾನವು ಚಳಿಗಾಲದಲ್ಲಿ -1^0C, -2^0C ಎಂದೆಲ್ಲಾ ಹೇಳುವುದಿದೆ. ಇದರ ಅರ್ಥವೇನು?

ನೀರು ಹೆಪ್ಪುಗಟ್ಟಿ ಮಂಜುಗಡ್ಡೆಯಾಗುವ ತಾಪಮಾನವು ಸೊನ್ನೆ ಡಿಗ್ರಿ ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್ (0°C) ಆಗಿದೆ. ಇದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಕೆಳಗಿನ ತಾಪಮಾನವನ್ನು ಋಣ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಹೇಳುವರು.

ಒಂದು ಗಾಜಿನ ನಳಿಗೆಯೊಳಗಿರುವ ಪಾದರಸವು, ಉಷ್ಣತೆಯು ಹೆಚ್ಚಾಗುವಾಗ ಹಿಗ್ಗಿ ಮೇಲಕ್ಕೇರಿದರೆ, ಉಷ್ಣತೆಯು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವಾಗ ಕುಗ್ಗಿ ಕೆಳಕ್ಕೆ ಇಳಿಯುವುದು. ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಉಷ್ಣತೆಯನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡುವುದು. ಶೀತ ಪ್ರದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಈ ರೀತಿಯ ಉಷ್ಣತಾಮಾಪಕಗಳಲ್ಲಿ ಸೊನ್ನೆಗಿಂತಲೂ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಉಷ್ಣತಾಮಾಪಕದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸುವ ತಾಪಮಾನವು −20°C ಮತ್ತು −15°C ನ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವುದಾಗಿದೆ.





ಬಣ್ಣದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ನೀತು, ಹರಿ ಮತ್ತು ಅನ್ವರ್ ಮೂವರೂ ಒಂದು ಆಟದಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿದ್ದಾರೆ. ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿರುವ ಕಾರ್ಡುಗಳ ಆಟ. 1 ರಿಂದ 5ರ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದ 50 ಕಾರ್ಡುಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದ ತಲಾ 10 ಕಾರ್ಡುಗಳಿವೆ. ಒಟ್ಟು ಕಾರ್ಡುಗಳ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಕಾರ್ಡುಗಳಲ್ಲಿ ಕಪ್ಪು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಉಳಿದ ಕಾರ್ಡುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಂಪು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ.

ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ಕಪ್ಪು ಬಣ್ಣದಲ್ಲಿ 5 ಬರೆದ ಒಂದು ಕಾರ್ಡನ್ನು ತೆಗೆಯುವರು. ಉಳಿದ ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ಬೆರಕೆ ಮಾಡಿ ಅಟ್ಟಿಯಾಗಿ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಮಗುಚಿ ಇಡಬೇಕು. ಇನ್ನು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ಆಟಗಾರನೂ ಸರದಿಯಂತೆ ಒಂದೊಂದು ಕಾರ್ಡನ್ನು ಅಟ್ಟಿಯಿಂದ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಲಭಿಸುವುದು ಕಪ್ಪು ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ ಅದನ್ನು ಕೂಡಿಸಬೇಕು. ಕೆಂಪು ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ ಕಳೆಯಬೇಕು. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿಯೂ ಕಳೆದೂ ಆಟವನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಬಹುದು. ಮೊದಲು 10 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಮೊತ್ತ ಸಿಕ್ಕಿದವರು ವಿಜೇತರಾಗುವರು.

ಆಟದಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಲಭಿಸಿದ ಕಾರ್ಡುಗಳು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿವೆ.

ನೀತು **2** ಅನ್ವರ್ **1** ಹರಿ **3**

ಆಟದ ನಿಯಮದಂತೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ ಈಗ ಲಭಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯೋಣ.

ನೀತು	5	7
ಅನ್ವರ್	5	6
ಹರಿ	5	2

ಎರಡನೇ ಬಾರಿ ಲಭಿಸಿದ ಕಾರ್ಡುಗಳು ಈ ರೀತಿಯಾದರೆ

ನೀತು **1** ಅನ್ವರ್ **3** ಹರಿ **3**

ಈಗ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು?

ನೀತು	5	7	8
ಅನ್ವರ್	5	6	3
ಹರಿ	5	2	

ಹರಿಯ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯೆ ಎದುರಾಯಿತು.

2 ರಿಂದ 3 ನ್ನು ಕಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ ತನ್ನ ಈಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯು 0 ಎಂಬುದಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೆಂದು ಹರಿ ಹೇಳಿದನು.

ಹಾಗಲ್ಲ, ಆಟದಲ್ಲಿ ಹರಿಯು ಸೋತನು, ಇನ್ನು ನಾನು ಮತ್ತು ನೀತು ಮಾತ್ರವೇ ಆಟವಾಡಿದರೆ ಸಾಕು ಎಂದು ಅನ್ವರ್ ಹೇಳಿದನು.

ಅದು ಬೇಡ. ಹರಿಯು ಇನ್ನು ಆಟವಾಡಲಿ ಮುಂದೆ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ 1 ನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಸಾಕಾಗುವುದು ಎಂಬುದು ನೀತುವಿನ ಅಭಿಪ್ರಾಯ.

ಈ ಅಭಿಪ್ರಾಯವನ್ನು ಎಲ್ಲರೂ ಒಪ್ಪಿದರು. ಹರಿಯ ಅಂಕಣದಲ್ಲಿ "1 ನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು" ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದೆಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಿದರು.

ಹಾಗಾದರೆ ಅದನ್ನು ಚುಟುಕಾಗಿ –1 ಎಂದು ಬರೆದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದಾಗಿ ಅನ್ವರ್ ಹೇಳಿದನು. ಅದನ್ನು ಎಲ್ಲರೂ ಒಪ್ಪಿದರು.

ನೀತು	5	7	8
ಅನ್ವರ್	5	6	3
ಹರಿ	5	2	–1

ಮುಂದಿನ ಬಾರಿ ಹರಿಯು ಪಾರಾದನು

ನೀತು **4** ಅನ್ವರ್ **5** ಹರಿ **3**

ಆಟಗಾರರ ಈಗಿನ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದೇ?

ನೀತು	5	7	8	4
ಅನ್ವರ್	5	6	3	
ಹರಿ	5	2	–1	

ಹರಿಗೆ ಈಗ ಲಭಿಸಿರುವುದು 3; ಮೊದಲು ಲಭಿಸಿದ 1ರ ಸಾಲವನ್ನು 3 ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ ಲಭಿಸುವುದು 2 ಆಗಿದೆ.

ಅನ್ವರ್‌ನ ವಿಷಯದಲ್ಲಿಯೋ?

3 ರಿಂದ 5ನ್ನು ಕಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಮೊದಲು ಹರಿಯ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದಂತೆ ಮುಂದಿನ ಆಟದಲ್ಲಿ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಕಳೆದರೆ ಸಾಕಾಗುವುದು ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಲಾಯಿತು.

ಎಷ್ಟನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು

2 ನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಮೊದಲು ಮಾಡಿದಂತೆ –2 ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು

ನೀತು	5	7	8	4
ಅನ್ವರ್	5	6	3	–2
ಹರಿ	5	2	–1	2

ನಾಲ್ಕನೇ ಬಾರಿ ಲಭಿಸಿದ ಕಾರ್ಡುಗಳು ಹೀಗಿವೆ.

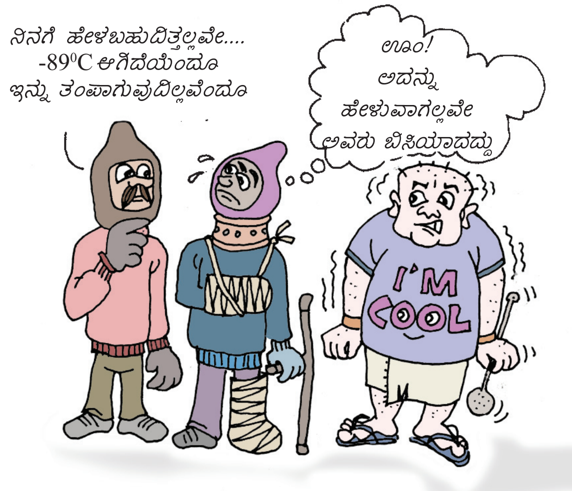
ನೀತು **1** ಅನ್ವರ್ **3** ಹರಿ **3**

ಶೈತ್ಯ, ಅತಿ ಶೈತ್ಯ

ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಅತಿ ತಂಪಾದ ಪ್ರದೇಶವು ಕಾಶ್ಮೀರದ ಕಾರ್ಗಿಲ್ ಜಿಲ್ಲೆಯಲ್ಲಿರುವ ದ್ರಾಸ್ ಎಂಬ ಪಟ್ಟಣವಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿನ ತಾಪಮಾನವು –60 °C ನ ವರೆಗೆ ಇಳಿದಿರುವುದಾಗಿ ದಾಖಲಿಸಲಾಗಿದೆ.

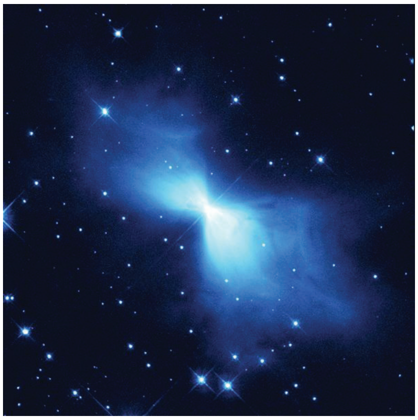
ಭೂಮಿಯಲ್ಲಿರುವ ಅತ್ಯಂತ ಶೈತ್ಯ ಪ್ರದೇಶವು ಅಂಟಾರ್ಟಿಕಾ ಭೂಖಂಡವಾಗಿದೆ.

ಭೂಮಿಯ ಮೇಲಿನ ಕನಿಷ್ಠ ತಾಪಮಾನವಾದ -89°C ಇಲ್ಲಿ ದಾಖಲಾಗಿದೆ.



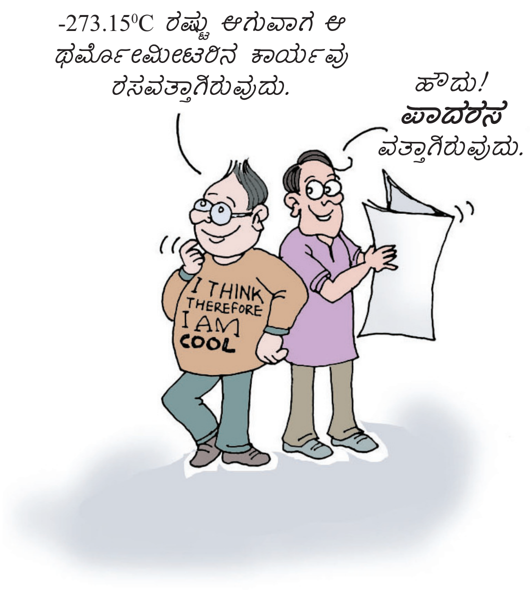
ಶೈತ್ಯದ ಪರಿಧಿ

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವ ವಿಶ್ವವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, ಭೂಮಿಯಿಂದ ಐನೂರು ಕೋಟಿ ಕೋಟಿ (5×10^{16}) ಕಿಲೋ ಮೀಟರು ದೂರದಲ್ಲಿರುವ "ಬೂಮರಾಂಗ್ ನೆಬುಲ" ಎಂಬ ಹೆಸರಿನ ನಕ್ಷತ್ರದಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ತಾಪಮಾನ ವಿರುವುದು. ಅದು –272.15°C ಆಗಿದೆ.



ಪ್ರಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿ ಕಂಡುಬರುವ ಕನಿಷ್ಠ ಉಷ್ಣತೆ ಇಷ್ಟಾದರೂ ಇದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಕಡಿಮೆ ಉಷ್ಣತೆಯನ್ನು ಪ್ರಯೋಗಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಕೃತಕವಾಗಿ ಸೃಷ್ಟಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಆದರೆ, ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಉಷ್ಣತೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳ ಪ್ರಕಾರ, –273.15°C ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಉಷ್ಣತೆ ಇರಲು ಅಥವಾ ಸೃಷ್ಟಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.



ಈಗಿನ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದೇ?

ನೀತು	5	7	8	4	
ಅನ್ವರ್	5	6	3	–2	
ಹರಿ	5	2	–1	2	

ಸೊನ್ನೆಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ

ಕಾರ್ಡಿನ ಆಟದಲ್ಲಿ 2 ರಿಂದ 3 ನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕಾಗಿ ಬಂದಾಗ ಅದನ್ನು –1 ಎಂದು ಬರೆದೆವಲ್ಲವೇ. ಇದನ್ನು

$$2 - 3 = -1$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬೇಕು. ಇದರ ಅರ್ಥವೇನು?

2 ರಿಂದ 2ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ 0 ಆಯಿತು. ಇಲ್ಲಿ ಕಳೆಯಬೇಕಾದುದು 3 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಇನ್ನೂ 1ನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು; ಇದನ್ನು –1 ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

$$0 - 1 = -1$$

ಅದೇ ರೀತಿ 3 ರಿಂದ 5 ನ್ನು ಕಳೆದುದು ಹೇಗೆ?

3 ರಿಂದ 3ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ 0 ಲಭಿಸುವುದು. ಇನ್ನೆಷ್ಟನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು?

$$0 - 2 = -2$$

ಹೀಗೆ ಋಣ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಬರೆಯುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು (Negative numbers) ಎನ್ನುವರು.

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ 25 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿವೆ. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ 2 ಅಂಕಗಳಂತೆ ಲಭಿಸುವುದು. ತಪ್ಪಾದ ಉತ್ತರಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ 1 ಅಂಕ ಕಳೆಯಲಾಗುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ, 19 ಸರಿ ಉತ್ತರ ಮತ್ತು 6 ತಪ್ಪು ಉತ್ತರವಾಗಿದ್ದರೆ ಒಟ್ಟು ಲಭಿಸುವ ಅಂಕಗಳು.

$$(19 \times 2) - 6 = 32$$

ಇದಕ್ಕೆ ವಿರುದ್ಧವಾದ ಸ್ಥಿತಿಯಾದರೋ,

ಸರಿಯಾದ 6 ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ $(6 \times 2) = 12$ ಮಾರ್ಕು ಲಭಿಸುವುದು. ತಪ್ಪಾದ 19 ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ 19 ಮಾರ್ಕು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು.

ಮಾರ್ಕು 12 – 19

ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು?

12 ರಿಂದ 12ನ್ನು ಕಳೆಯುವಾಗ 0 ಲಭಿಸುವುದು. ಇನ್ನು ಎಷ್ಟನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು?

$$19 - 12 = 7$$

ಆಗ

$$12 - 19 = 0 - 7 = -7$$

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಲ್ಲಿ ಋಣವೂ ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಬೇಕಾಗಿ ಬರಬಹುದು. ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ 10 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿವೆ. ಸರಿಯಾದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ 1 ಅಂಕ, ತಪ್ಪಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ $\frac{1}{2}$ ಕಳೆಯಲಾಗುವುದು. 3 ಉತ್ತರ ಮಾತ್ರ ಸರಿಯಾದ ಒಬ್ಬನಿಗೆ ಲಭಿಸುವ ಮಾರ್ಕು ಎಷ್ಟು? ಸರಿಯಾದ 3 ಉತ್ತರಕ್ಕೆ 3 ಮಾರ್ಕು ಲಭಿಸುವುದು. ತಪ್ಪಾದ 7 ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ 7 ರ ಅರ್ಧ $3\frac{1}{2}$ ಮಾರ್ಕು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು. 3 ರಿಂದ 3 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ 0 ಲಭಿಸುವುದು. ಇದರಿಂದ ಪುನಃ $\frac{1}{2}$ ಕಳೆಯಬೇಕು.

ಆಗ ಒಟ್ಟು ಮಾರ್ಕು

$$3 - 3\frac{1}{2} = 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

ಈ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಉತ್ತರ ಮಾತ್ರ ಸರಿಯಾದ ವ್ಯಕ್ತಿಗೆ ಲಭಿಸುವ ಮಾರ್ಕೆಷ್ಟು?

$$1 - 4\frac{1}{2}$$

ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

$$1 - 1 = 0$$

ಇನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕಾದುದು

$$4\frac{1}{2} - 1 = 3\frac{1}{2}$$

ಆಗ

$$1 - 4\frac{1}{2} = 0 - 3\frac{1}{2} = -3\frac{1}{2}$$

ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಆರಂಭಿಸುವಾಗ $1, 2, 1\frac{1}{2}$ ಎಂಬೀ (ಋಣವಲ್ಲದ) ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (Positive numbers) ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

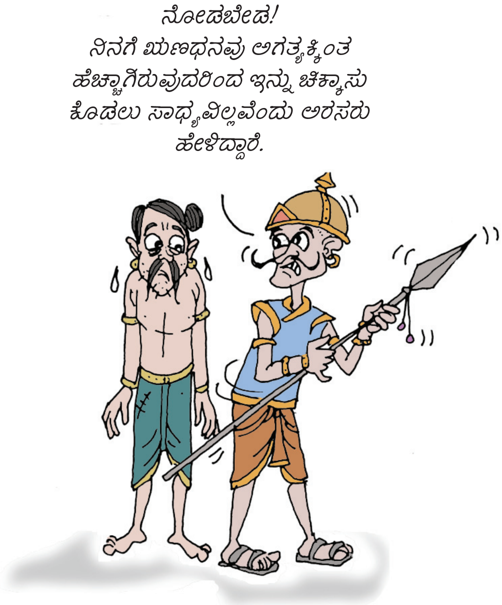
ಹಾಗಾದರೆ 0 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ? ಅದು ಧನಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅಲ್ಲ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅಲ್ಲ.

ಸಣ್ಣ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ದೊಡ್ಡ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಳೆಯುವಾಗ ಲಭಿಸುವ ಋಣಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಮೊದಲಾಗಿ ಸೊನ್ನೆಗೆ ತಲುಪಿಸಿ

ಋಣಧನ

ಕ್ರಿ.ಶ. 7 ನೇ ಶತಮಾನದಿಂದಲೇ ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಹಣ ವಿನಿಮಯಗಳಲ್ಲಿನ ಸಾಲವನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಿದರು. ಈಗಲೂ ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವರು.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ, ಹೆಚ್ಚಿನವರು ಮುಂಚಿತವಾಗಿ ಹಣವನ್ನು ಪಾವತಿಸಿ ಮೊಬೈಲ್ ಫೋನನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವರು. ಮೊಬೈಲ್ ಫೋನಿನ ಉಪಯೋಗಕ್ಕನುಸಾರವಾಗಿ ಹಣವು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಾ ಬರುವುದು. ಯಾವುದೇ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಫೋನಿನ ಉಳಿದ ಹಣವನ್ನು ತಿಳಿಯುವ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಿದೆ. ಚಾರ್ಜು ಮಾಡಿದ ಹಣ ಮುಗಿದರೂ ಸ್ವಲ್ಪ ಸಮಯದ ವರೆಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. ಈ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಹಣವನ್ನು ತೋರಿಸುವುದು −2 ರೂಪಾಯಿ, −3 ರೂಪಾಯಿ ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಾಗಿದೆ. ಬಳಿಕ ಹಣವನ್ನು ಚಾರ್ಜು ಮಾಡುವಾಗ ಈ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಳೆಯಲಾಗುವುದು ಎಂದಾಗಿದೆ ಇದರ ಅರ್ಥ.

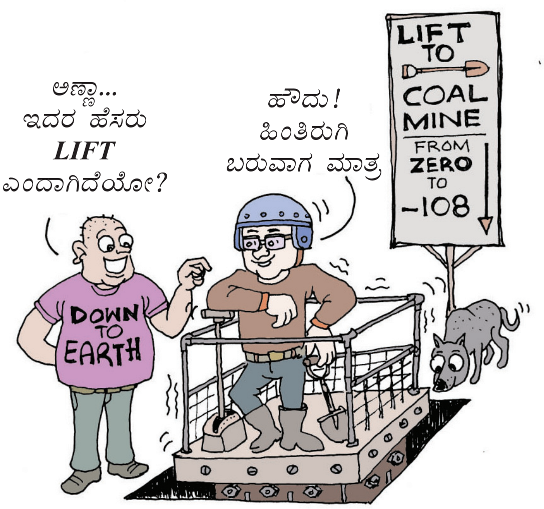


ಋಣ ಅಂತಸ್ತುಗಳು

ಎತ್ತರದ ಕಟ್ಟಡಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮಹಡಿಯಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ಮಹಡಿಗೆ ಹೋಗಲು ಲಿಫ್ಟ್ ಎಂಬ ಯಂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವರು. ಇದರಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಮಹಡಿಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದ ಬಟನುಗಳು ಇರುವುವು. ಈ ಬಟನುಗಳನ್ನು ಒತ್ತಿದರೆ ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಮಹಡಿಗೆ ತಲುಪಬಹುದು. ಒಂದು ಲಿಫ್ಟ್‌ನ ಈ ರೀತಿಯ ಬಟನುಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಇದರಲ್ಲಿ −1, −2 ಎಂಬೀ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾಕೆ?

ಈ ಕಟ್ಟಡದ ನೆಲ ಅಂತಸ್ತಿನ ಕೆಳಗೆ ಕೆಲವು ಮಹಡಿಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯದನ್ನು −1 ಎಂಬುದಾಗಿಯೂ, ಅದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಕೆಳಗಿನ ಮಹಡಿಯನ್ನು −2 ಎಂಬುದಾಗಿಯೂ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.



ಬಳಿಕ ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಕಳೆಯಲಾಯಿತು. ಇದರ ಬದಲು ನೇರವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಬಹುದಲ್ಲವೇ?

ಮೇಲೆ ಬರೆದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ನೋಡೋಣ.

$$2 - 3 = -1 \qquad 3 - 2 = 1$$

$$3 - 5 = -2 \qquad 5 - 3 = 2$$

$$12 - 19 = -7 \qquad 19 - 12 = 7$$

$$3 - 3\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \qquad 3\frac{1}{2} - 3 = \frac{1}{2}$$

$$1 - 4\frac{1}{2} = -3\frac{1}{2} \qquad 4\frac{1}{2} - 1 = 3\frac{1}{2}$$

ಇದರಿಂದ ಏನು ತಿಳಿಯಿತು?

> ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು, ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಸಿಗುವುದರ ಋಣವಾಗಿದೆ.

ಇದನ್ನು ಬೀಜ ಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆಯೋಣ.

> x, y ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ $x < y$ ಆದರೆ
>
> $$x - y = -(y - x)$$

ಇನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡೋಣ

- $4 - 9$
- $14 - 29$
- $\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$
- $5 - 10$
- $25 - 65$
- $\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$

ಕೂಡಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಕಳೆಯುವುದು

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿರುವ ಕಾರ್ಡು ಆಟದಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬನ ಸಂಖ್ಯೆಯು −2 ಆಗಿದೆ ಎಂಬುವುದರ ಅರ್ಥವೇನೆಂದರೆ ಇನ್ನು ಲಭಿಸುವ ಕಾರ್ಡಿನಲ್ಲಿ ಬರೆದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ 2 ನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು ಎಂಬುದಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಕಾರ್ಡುಗಳ ಅಟ್ಟಿಯಿಂದ ಕಪ್ಪು ಬಣ್ಣದಲ್ಲಿರುವ 2 ಎಂಬ ಕಾರ್ಡು ಲಭಿಸಿದರೆ ಅವನಿಗೆ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು,

$$2 - 2 = 0$$

ಸಂಖ್ಯೆಯು −2 ಆಗಿರುವಾಗ 2 ಸಿಗುವುದನ್ನು

$$-2 + 2$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಅಂದರೆ

$$-2 + 2 = 2 - 2 = 0$$

10 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿರುವ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ 1 ಮಾರ್ಕು ಕೊಟ್ಟು ತಪ್ಪಾದ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ 1 ಮಾರ್ಕನ್ನು ಕಡಿಮೆಮಾಡಬೇಕು.

ಮೊದಲ ಐದು ಉತ್ತರ ತಪ್ಪಾಗಿದ್ದು ಉಳಿದ ಐದು ಉತ್ತರಗಳು ಸರಿಯಾದರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಮಾರ್ಕು ಲಭಿಸುವುದು?

ಸರಿಯಾದ 5 ಉತ್ತರದ 5 ಮಾರ್ಕಿನಿಂದ ತಪ್ಪಾದ ಉತ್ತರಗಳ 5 ಮಾರ್ಕನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಲಭಿಸುವ ಒಟ್ಟು ಮಾರ್ಕು 0 ಆಗಿದೆ.

ಪರೀಕ್ಷೆಯ ಉತ್ತರವನ್ನು ಬರೆದ ಕ್ರಮಕ್ಕನುಗುಣವಾಗಿ ಮಾರ್ಕನ್ನು ಗಣನೆ ಮಾಡಿದರೆ ಒಟ್ಟು ಮಾರ್ಕು $-5+5$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಅಂದರೆ

$$-5+5=5-5=0$$

ಮೊದಲ 4 ಉತ್ತರಗಳು ತಪ್ಪಾಗಿದ್ದು, ಬಳಿಕದ 6 ಉತ್ತರಗಳು ಸರಿಯಾದರೋ?

ಅದನ್ನು $-4+6$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಲಭಿಸಿದ 6 ಮಾರ್ಕಿನಿಂದ ತಪ್ಪಾದ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ನಷ್ಟವಾಗುವ 4 ಮಾರ್ಕನ್ನು ಕಳೆದರೆ $6-4=2$. ಆಗ

$$-4+6=6-4=2$$

ಮೊದಲ 6 ಉತ್ತರಗಳು ತಪ್ಪು, ಬಳಿಕ 4 ಉತ್ತರಗಳು ಸರಿಯಾದರೋ?

ಒಟ್ಟು ಮಾರ್ಕು $-6+4$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು

ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ಲಭಿಸಿದ 4 ಮಾರ್ಕಿನಿಂದ ತಪ್ಪಾದ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ನಷ್ಟವಾಗುವ 6 ಮಾರ್ಕನ್ನು ಕಳೆದರೆ $4-6=-2$ ಆಗ

$$-6+4=4-6=-2$$

10 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ 1 ಮಾರ್ಕನ್ನು ನೀಡಿ ತಪ್ಪಾದ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ $\frac{1}{2}$ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುವ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಕೊನೆಯ 3 ಉತ್ತರಗಳು ಮಾತ್ರವೇ ಸರಿಯಾದರೆ ಒಟ್ಟು ಮಾರ್ಕು ಎಷ್ಟಾಗಿದೆ?

ಒಟ್ಟು ಮಾರ್ಕು $3-3\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ ಎಂದು ಮೊದಲೇ ನೋಡಿದೆವು. ಉತ್ತರಗಳಿಗನುಸಾರವಾಗಿ ಮಾರ್ಕನ್ನು ಗಣನೆ ಮಾಡಿದರೆ, ಒಟ್ಟು ಮಾರ್ಕು $-3\frac{1}{2}+3$ ಎಂದೂ ಹೇಳಬಹುದು. ಹಾಗಾದರೆ,

$$-3\frac{1}{2}+3=3-3\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$$

ಈ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರವನ್ನೆಲ್ಲಾ ಒಟ್ಟಿಗೆ ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

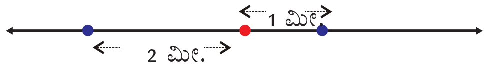
$$-2+2 = 2-2=0$$

$$-5+5 = 5-5=0$$

$$-4+6 = 6-4=2$$

ದಿಶೆಯ ಬದಲಾವಣೆ

ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿರುವ ಚಲನೆಯ ಕುರಿತು ಹೇಳುವಾಗ, ರೇಖೆಯ ಒಂದು ನಿಶ್ಚಿತ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದು ದಿಶೆಗಿರುವ ಅಂತರವನ್ನು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದಲೂ, ವಿರುದ್ಧ ದಿಶೆಗಿರುವ ಅಂತರವನ್ನು ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದಲೂ ಸೂಚಿಸುವುದಿದೆ.



ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೆಂಪು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಬಲಭಾಗಕ್ಕಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿಯೂ ಎಡಭಾಗಕ್ಕಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿಯೂ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ.

ಆ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಮೊದಲು 3 ಮೀಟರು ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಂಚರಿಸಿದ ಬಳಿಕ 5 ಮೀಟರು ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಂಚರಿಸಿದರೆ ತಲುಪುವುದು ಬಿಂದುವಿನ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲೋ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲೋ? ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿ?

ಇದನ್ನು

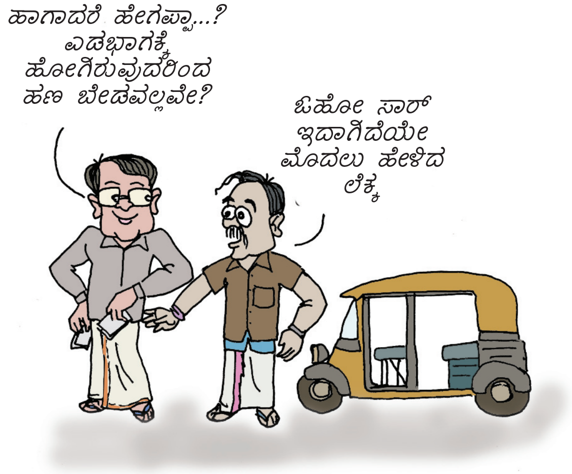
$$3-5= -2$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಮೊದಲು 5 ಮೀಟರು ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಂಚರಿಸಿದ ಬಳಿಕ 3 ಮೀಟರು ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಂಚರಿಸಿದರೋ?

$$-5+3= -2$$

ಮೊದಲು 5 ಮೀಟರು ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಂಚರಿಸಿದ ಬಳಿಕ ಪುನಃ 3 ಮೀಟರು ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಂಚರಿಸಿದರೋ?



ವೇಗದ ಗಣಿತ

ಭೂಮಿಯಿಂದ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಎಸೆಯಲ್ಪಟ್ಟ ಒಂದು ವಸ್ತುವು ಎತ್ತರಕ್ಕೆ ಹೋದಂತೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕ್ಷಣದಲ್ಲಿಯೂ ಅದರ ವೇಗವು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು, ವೇಗವು ಕಡಿಮೆಯಾಗಿ ಸೊನ್ನೆಯಾಗುವಾಗ ವಸ್ತುವು ಕೆಳಕ್ಕೆ ಬೀಳಲು ಆರಂಭಿಸುವುದು. ಬೀಳುವಾಗ ವೇಗವು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತಾ ಬರುವುದು. ಹಾಗೆ ನೆಲಕ್ಕೆ ತಲಪುವುದು.

ವಸ್ತುವನ್ನು ಮೇಲಕ್ಕೆ ಎಸೆಯುವುದಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ 9.8 ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು ಎಂಬ ದರದಲ್ಲಿ ವೇಗವು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ 49 ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು ಎಂಬ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಮೇಲಕ್ಕೆಸೆಯುವ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ವೇಗವು 1 ಸೆಕೆಂಡು ಕಳೆಯುವಾಗ $49 - 9.8 = 39.2$ ಮೀಟರು /ಸೆಕೆಂಡು ಆಗುವುದು. 2 ಸೆಕೆಂಡು ಕಳೆಯುವಾಗ $49 - (2 \times 9.8) = 29.4$ ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು ಆಗುವುದು.

5 ಸೆಕೆಂಡು ಕಳೆದಾಗ ವೇಗವು

$$49 - (5 \times 9.8) = 0$$

ಆಗುವುದು. ಬಳಿಕ ವಸ್ತುವು ಕೆಳಕ್ಕೆ ಬೀಳುವುದು.

ಮೇಲಕ್ಕೆಸೆದು 7 ಸೆಕೆಂಡು ಆಗುವಾಗಲೋ?

ಬೀಳಲು ಆರಂಭಗೊಂಡು $7 - 5 = 2$ ಸೆಕೆಂಡು ಆಗಿರುವುದು. ಆಗ ವೇಗವು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ 2×9.8 ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು. ಅಂದರೆ 19.6 ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು.

ಇದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯೋಣ. ವಸ್ತುವನ್ನು ಮೇಲಕ್ಕೆಸೆದು t ಸೆಕೆಂಡು ಆಗುವಾಗ ವೇಗವು ಎಷ್ಟಾಗುವುದು?

$t < 5$ ಆದರೆ ವೇಗವು

$49 - 9.8\,t$ ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು

$t > 5$ ಆದರೋ ಕೆಳಕ್ಕೆ ಬೀಳಲು ಆರಂಭಿಸಿ $t - 5$ ಸೆಕೆಂಡು ಆಯಿತು. ಆಗ ವೇಗವು

$(t - 5) \times 9.8 = 9.8t - 49$ ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು.

$$-6 + 4 = 4 - 6 = -2$$

$$-3\frac{1}{2} + 3 = 3 - 3\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

ಇದರಿಂದ ಏನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು?

ಒಂದು ಧನಸಂಖ್ಯೆಯ ಋಣದೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವು ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು ಎಂಬುವುದಾಗಿದೆ.

ಬೀಜಗಣಿತ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೆ

x, y ಎಂಬುದು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೂ

$$-x + y = y - x$$

ಇನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡೋಣ.

- $-4 + 9$
- $-15 + 8$
- $-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$
- $-9 + 4$
- $-8 + 15$
- $-\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$

ಪುನಃ ಕಳೆಯೋಣ

ತಪ್ಪಾದ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ 1 ಮಾರ್ಕನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುವ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲ 2 ಉತ್ತರಗಳು ತಪ್ಪಾದರೆ ಒಟ್ಟು ಮಾರ್ಕುಗಳು ಎಷ್ಟಾಗುವುದು?

ಬಳಿಕದ ಉತ್ತರವೂ ತಪ್ಪಾದರೆ?

3 ಉತ್ತರಗಳು ತಪ್ಪಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಮಾರ್ಕು -3 ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

ಇದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಬಹುದು. ಮೊದಲ 2 ಉತ್ತರ ತಪ್ಪಾದಾಗ ಲಭಿಸಿದ ಮಾರ್ಕು -2 ಆಗಿದೆ. ಬಳಿಕದ ಉತ್ತರವೂ ತಪ್ಪಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಇನ್ನೂ 1 ಮಾರ್ಕನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ $-2-1$.

ಅಂದರೆ, $-2 - 1 = -3$

ಬಳಿಕದ ಎರಡು ಉತ್ತರವೂ ತಪ್ಪಾಗಿದ್ದರೋ?

5 ಉತ್ತರ ತಪ್ಪು, ಲಭಿಸಿದ ಮಾರ್ಕು -5. ಇನ್ನೊಂದು ವಿಧದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದರೆ,

-3 ರಿಂದ ಪುನಃ 2 ಕಡಿಮೆಯಾಯಿತು. ಅಂದರೆ $-3 - 2$

ಇದನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$-3 - 2 = -5.$$

ಹಾಗಾದರೆ $-5 - 3$ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

-5 ಎಂದರೆ 0 ಗಿಂತ 5 ಕಡಿಮೆ; ಪುನಃ 3 ಕಡಿಮೆಯಾದರೋ?

ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು?

ಅಂದರೆ

$$-5-3=-(5+3)=-8$$

ಅದೇ ರೀತಿ $-5-7$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ?

$$-5-7=-(5+7)=-12$$

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ

ಒಂದು ಧನಸಂಖ್ಯೆಯ ಋಣದಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ಧನಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದರೆ, ಈ ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ಋಣವು ಲಭಿಸುವುದು.

ಇದನ್ನು ಬೀಜ ಗಣಿತ ರೂಪವನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದರೋ?

x, y ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೂ

$$-x-y=-(x+y)$$

ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

- $-1-1$
- $-7-8$
- $-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$
- $-2-2$
- $-8-7$
- $-2\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}$
- $8-12$
- $-10-4$
- $1\frac{1}{2}-7\frac{1}{2}$
- $-25-3\frac{1}{2}$
- $-8+8$
- $-10+20$
- $-3\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}$
- $-20+40$
- $-7+4$
- $-4\frac{1}{2}+5\frac{1}{2}$
- $-12\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

ಋಣವೇಗ

49 ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು ಎಂಬ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಮೇಲಕ್ಕೆಸೆದ ವಸ್ತುವಿನ ವೇಗವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು ಎರಡು ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಯಲ್ಲವೇ?

$t<5$ ಆದರೆ $v=49-9.8t$

$t>5$ ಆದರೆ $v=9.8t-49$

ಮೇಲಕ್ಕಿರುವ ವೇಗವನ್ನು ಧನಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದಲೂ ಕೆಳಕ್ಕಿರುವ ವೇಗವನ್ನು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದಲೂ ಸೂಚಿಸಿದರೆ ಯಾವುದೇ ಸಮಯದ ವೇಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು,

$$v=49-9.8t$$

ಎಂಬ ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಕ್ಯವು ಸಾಕಾಗುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ ಮೇಲಕ್ಕೆಸೆದು 8 ಸೆಕೆಂಡಿನ ಬಳಿಕದ ವೇಗವು

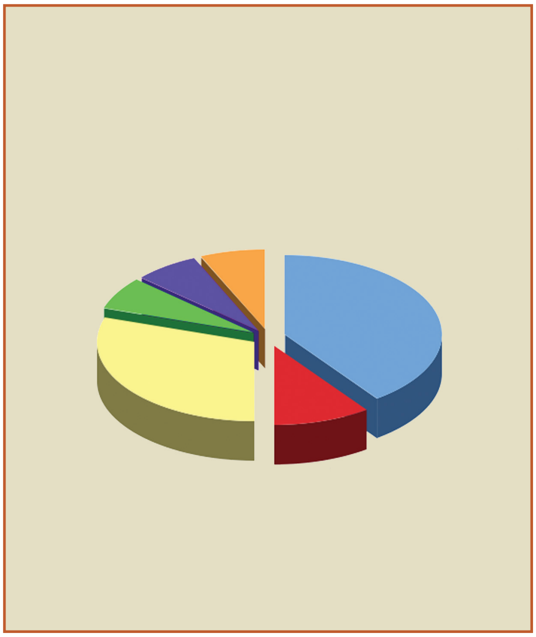
$49-(9.8\times 8)=-29.4$ ಮೀಟರು/ಸೆಕೆಂಡು.

ಪುನರವಲೋಕನ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ
• ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕಾದ ಸಂದರ್ಭಗಳ ಮೂಲಕ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ಒಂದು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಯೊಡನೆ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದಕ್ಕೂ ಮತ್ತು ಒಂದು ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಧನಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯುವುದಕ್ಕಿರುವ ಕ್ರಿಯಾ ರೀತಿಯನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.			
• ಆಟಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಸ್ಕೋರನ್ನು ದಾಖಲಿಸುವ ಇನ್ನಿತರ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು.			

14

ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳು

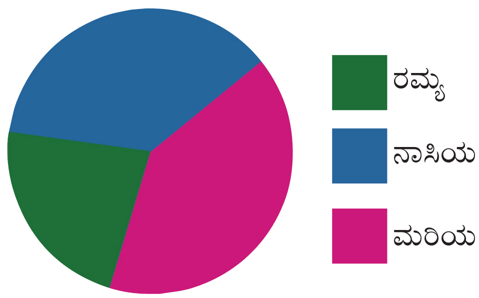


ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳು (Pie diagrams)

ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಯಾವುದೇ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಹಲವು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಲು ಮತ್ತು ಇವುಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲಿಸಬೇಕಾದ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವರು. ಇದರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವೃತ್ತಭಾಗದ ಗಾತ್ರವು ಅದು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗನು ಸಾರವಾಗಿ ಇರುವುದು.

ಚುನಾವಣೆ

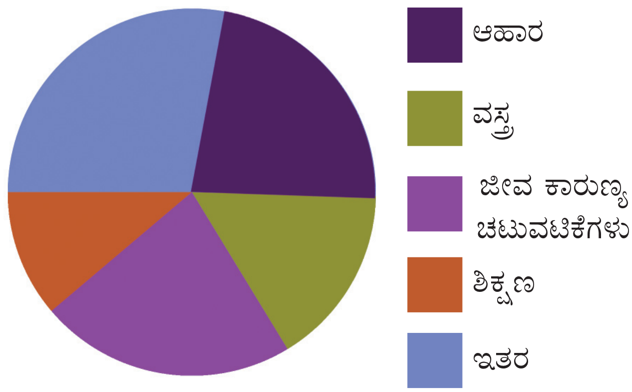
ಗಣಿತಪುರ ಶಾಲೆಯ ಚುನಾವಣೆಯಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಲಭಿಸಿದ ಮತಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.



- ಗೆದ್ದವರು ಯಾರು?
- ಇತರ ಯಾವ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರದಿಂದ ತಿಳಿಯಲು ಸಾಧ್ಯ?

ಮನೆಯ ಖರ್ಚುಗಳು

ಫಾತಿಮಳ ಮನೆಯ ವಿವಿಧ ಖರ್ಚುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಖರ್ಚು ಯಾವುದಕ್ಕೆ?

ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಖರ್ಚು ಯಾವುದಕ್ಕೆ?

ಯಾವುದಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ಮೊತ್ತ ಖರ್ಚಾಗುವುದು?

ಸಮಾನ ಮೊತ್ತ ಖರ್ಚಾಗಿದೆ ಎಂದು ಹೇಗೆ ತಿಳಿಯಿತು?

-
-

ಚಿತ್ರದಿಂದ ಇನ್ನೂ ಯಾವ ಯಾವ ವಿಷಯಗಳು ತಿಳಿದೆವು?

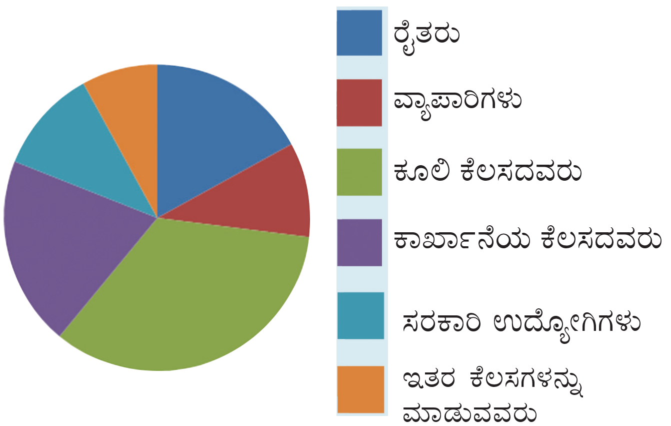
-
-
-

ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ವೃತ್ತದ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಸೂಚಿಸುವ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳು (pie diagram) ಎಂದು ಕರೆಯುವರು.

ಉದ್ಯೋಗ

- ಒಂದು ಪಂಚಾಯತಿನಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಉದ್ಯೋಗಗಳಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಂಡಿರುವವರನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

  ಚಿತ್ರವನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿರಿಸಿ, ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿರಿ.

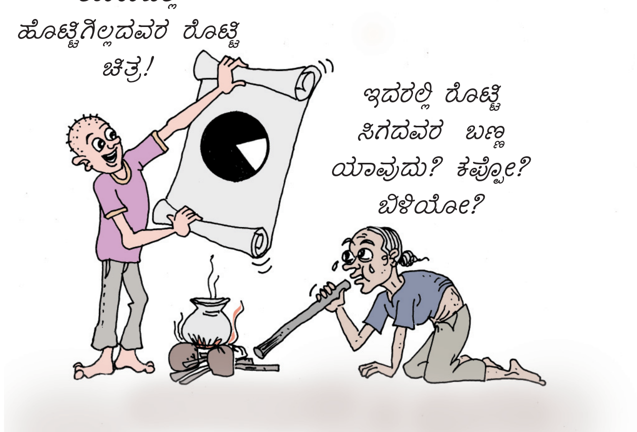


- ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಜನರು ಮಾಡುವ ಕೆಲಸ ಯಾವುದು?
- ರೈತರಿಗಿಂತ ಕೂಲಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡುವವರು ಅಂದಾಜು ಎಷ್ಟು ಮಡಿ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದಾರೆ?
- ಕಾರ್ಖಾನೆ ಕಾರ್ಮಿಕರು ಒಟ್ಟು ಕೆಲಸದವರ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂದಾಜು ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆ?
- ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೆಲಸಗಾರರನ್ನು ಅವರ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.
- ಈ ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಇತರ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಿರಿ.

ಫಲಾಹಾರ ಚಿತ್ರ

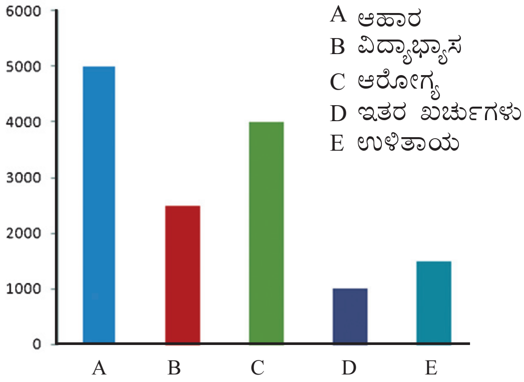
ಬ್ರಿಟಿಷರಿಗೆ ಮತ್ತು ಅಮೇರಿಕನ್ನರಿಗೆ ಬಹಳಷ್ಟು ಪ್ರಿಯವಾದ ಫಲಾಹಾರವಾಗಿದೆ ಪೈ (Pie).

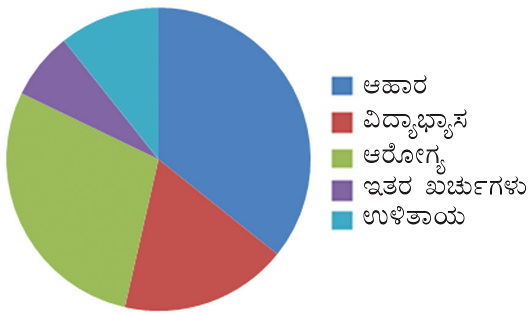
ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಇದನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕಾಣುವಂತೆ ತುಂಡುಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿ ಹಂಚಲಾಗುವುದು. ಇದರಿಂದ ವೃತ್ತಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಪೈಡಯಾಗ್ರಂ ಎಂಬ ಹೆಸರು ಬಂದಿರುವುದು.



ಆಯತ ಚಿತ್ರ ಮತ್ತು ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರ

ರೇಣುವಿನ ಕುಟುಂಬದಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಅಗತ್ಯಗಳಿಗಿರುವ ಖರ್ಚುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಆಯತ ಚಿತ್ರ ಮತ್ತು ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

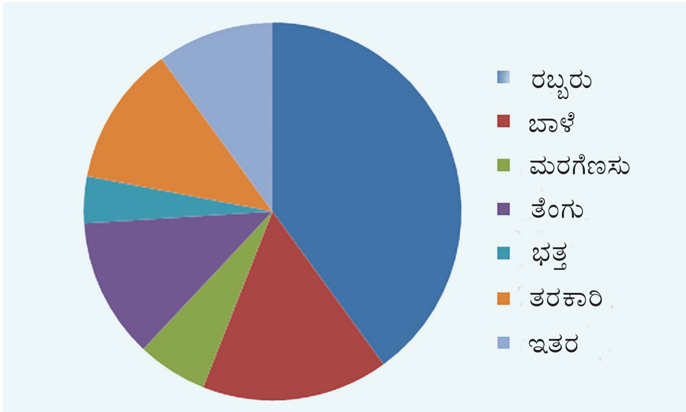




ಆಯತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಖರ್ಚುಗಳು ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಗಳಾಗಿವೆಯೆಂಬುದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಹೇಳಲು ಮತ್ತು ತುಲನೆ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಲ್ಲವೇ? ಆದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿನ ಖರ್ಚುಗಳು ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚಿನ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆಯೆಂಬುದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆಯೋ? ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿನ ಖರ್ಚುಗಳು ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚಿನ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆಯೆಂಬುದನ್ನು ತುಲನೆ ಮಾಡಲು ಮತ್ತಷ್ಟು ಸುಲಭವಾಗಿರುವುದು. ಆದರೆ ಖರ್ಚು ಎಷ್ಟಾಗಿದೆಯೆಂಬುದನ್ನು ಹೇಳಲು ಅಷ್ಟು ಸುಲಭವಲ್ಲ. ಹೀಗೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಚಿತ್ರರೂಪಗಳಿಗೆ ಅದರದ್ದೇ ಆಗಿರುವ ಗುಣ ದೋಷಗಳಿವೆ. ನಾವು ಹೇಳಬೇಕಾದ ವಿಷಯಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳಿಗನುಸಾರವಾಗಿ ಯೋಗ್ಯವಾದುದನ್ನು ಆರಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಕೃಷಿ

- ಒಂದು ಪಂಚಾಯತಿನ ಒಟ್ಟು ಕೃಷಿ ಸ್ಥಳವನ್ನು ವಿವಿಧ ಕೃಷಿಗಳಿಗಾಗಿ ಹೇಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಚಿತ್ರವನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿರಿಸಿ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿರಿ.



- ಯಾವ ಕೃಷಿಗೆ ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಸ್ಥಳವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವರು?
- ಯಾವ ಕೃಷಿಗೆ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಸ್ಥಳವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವರು?
- ತರಕಾರಿ ಕೃಷಿಯು ಒಟ್ಟು ಕೃಷಿಯ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆ?

ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸೋಣ

ಒಂದು ಯು.ಪಿ.ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ತರಕಾರಿ ಕೃಷಿಯನ್ನು ಮಾಡಲು ತೀರ್ಮಾನಿಸಿದರು. ಒಟ್ಟು ಇರುವ ಸ್ಥಳದ ಅರ್ಧಭಾಗದಲ್ಲಿ ಹರಿವೆ ಕೃಷಿಯನ್ನು ಬಾಕಿ ಉಳಿದ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸಮಾನವಾಗಿ ಅಲಸಂಡೆ ಮತ್ತು ಬದನೆಯನ್ನು ಕೃಷಿ ಮಾಡಲು ತೀರ್ಮಾನಿಸಿದರು. ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನೂ ಕೃಷಿ ಮಾಡುವ ಸ್ಥಳದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಒಂದು ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸೋಣ.

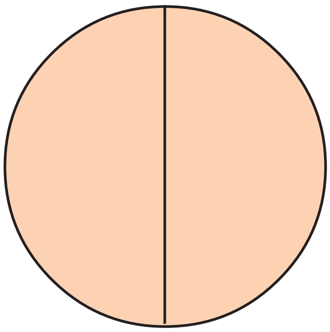
ಮೊದಲು ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸೋಣ.

ಒಟ್ಟು ಸ್ಥಳದ ಅರ್ಧಭಾಗವನ್ನು ಹರಿವೆ ಕೃಷಿ ಮಾಡಲು ತೆಗೆದಿರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಸೂಚಿಸಬಹುದು?

ವೃತ್ತದ ಅರ್ಧವನ್ನು ಹೇಗೆ ಎಳೆಯಬಹುದು?

ಇನ್ನು ಉಳಿದ ಎರಡು ಕೃಷಿಗೆ ಇರುವ ಸ್ಥಳವನ್ನು ಹೇಗೆ ತಿಳಿಸಬಹುದು?



ವೃತ್ತದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಪುನಃ ಅರ್ಧಮಾಡಬೇಕು. ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭಾಗವನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

ಯಾತ್ರಾಗಣಿತ

ಒಂದು ಯು.ಪಿ. ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ 7 ಎ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 40 ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ. ಇದರಲ್ಲಿ 20 ಮಕ್ಕಳು ಶಾಲಾ ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಬರುವವರಿದ್ದಾರೆ. 15 ಮಂದಿ ನಡೆದುಕೊಂಡು ಮತ್ತು ಉಳಿದ 5 ಮಂದಿ ಸೈಕಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಬರುವರು. ಈ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸೋಣ.

ಒಟ್ಟು ಮಕ್ಕಳ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವು ಶಾಲಾ ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಬರುವರು?

ಮೊದಲು ಮಾಡಿದಂತೆ ಇದನ್ನು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ?

ಒಟ್ಟು ಮಕ್ಕಳ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವು ಸೈಕಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಬರುವವರಿದ್ದಾರೆ?

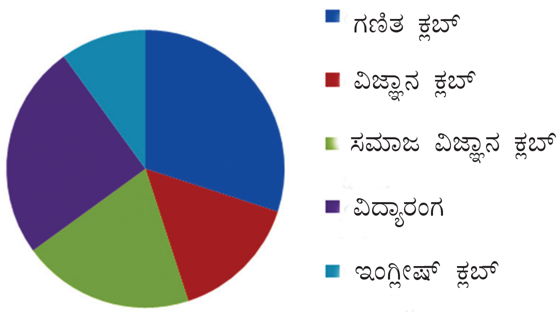
ವೃತ್ತದ $\frac{1}{8}$ ಭಾಗವನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುರುತಿಸಬಹುದು?

ಅದರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಡಿಗ್ರಿ ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು?

$360°$ ಯ $\frac{1}{8}$ ಭಾಗ $= 45°$

ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡೋಣ

ಒಂದು ಶಾಲೆಯ 7ನೇ ತರಗತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಮಕ್ಕಳು ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಕ್ಲಬ್‌ನಲ್ಲಿ ಸದಸ್ಯರಾಗಿರುವರು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕ್ಲಬ್ಬಿನ ಸದಸ್ಯರ ವಿವರಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಒಂದು ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.



ವಿದ್ಯಾರಂಗದಲ್ಲಿನ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು 50ಆಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕ್ಲಬ್ಬಿನ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಒಂದು ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿರಿ.

ಕಂಪ್ಯೂಟರಿನಲ್ಲಿ ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳು

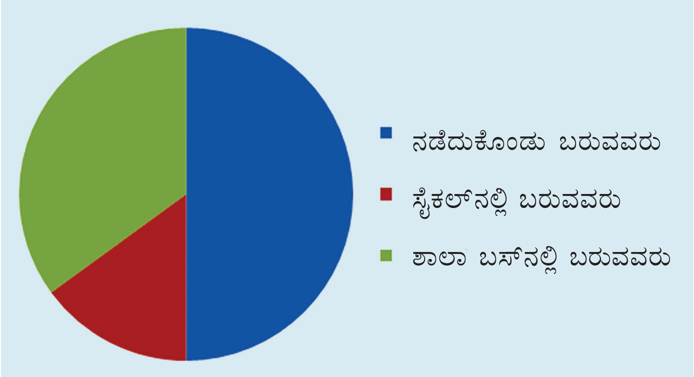
ಕಂಪ್ಯೂಟರಿನ ಸಹಾಯದಿಂದ ವೃತ್ತಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುವುದನ್ನು ನೋಡೋಣ.

Libre Office Calc ತೆರೆದು, ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವಂತೆ ನೀಡಿರಿ.

Maths Club	30
Science Club	20
Social Science Club	25
Vidhyarangam	15
English Club	10

ಇದರ ಯಾವುದಾರೊಂದು ಸೆಲ್ (cell) ನಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿ.

Insert → Chart → Pie ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಬದಲಾವಣೆ ಉಂಟಾಗುವುದು.



ವೃತ್ತದಲ್ಲಿನ ಉಳಿದ ಭಾಗವು ನಡೆದು ಬರುವವರನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದು.

- ಇದು ವೃತ್ತದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆ?
- ಈ ಭಾಗದ ಕೋನವು ಎಷ್ಟು ಡಿಗ್ರಿಯಾಗಿದೆ?

ಶಾಲಾ ಕ್ಲಬ್

ಒಂದು ಯು.ಪಿ. ಶಾಲೆಯ 7ನೆಯ ತರಗತಿಯ ಎಲ್ಲಾ 100 ಮಕ್ಕಳು ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಕ್ಲಬ್ಬಿನ ಸದಸ್ಯರಾಗಿರುತ್ತಾರೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕ್ಲಬ್ಬಿನ ಸದಸ್ಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

ಕ್ಲಬ್	ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ
ಗಣಿತ ಕ್ಲಬ್	30
ವಿಜ್ಞಾನ ಕ್ಲಬ್	20
ಸಮಾಜ ವಿಜ್ಞಾನ ಕ್ಲಬ್	25
ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಕ್ಲಬ್	10
ವಿದ್ಯಾರಂಗ	15

ಈ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಒಂದು ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕ್ಲಬ್ಬಿನ ಸದಸ್ಯರನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ವೃತ್ತದ ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ಭಾಗವನ್ನು ಗುರುತಿಸಬಹುದು?

ಒಟ್ಟು ಮಕ್ಕಳು 100 ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

ಗಣಿತ ಕ್ಲಬ್ಬಿನ ಸದಸ್ಯರ ಸಂಖ್ಯೆ 30 ಆಗಿದೆ.

ಇವರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ವೃತ್ತದ $\frac{30}{100}$ ಭಾಗ.

ಅದನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಬೇಕಾದ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

$$360^{\circ} \times \frac{3}{10} = 108^{\circ}$$

ಅದೇ ರೀತಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕ್ಲಬ್ಬಿನ ಸದಸ್ಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಯಾವ ಯಾವ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು?

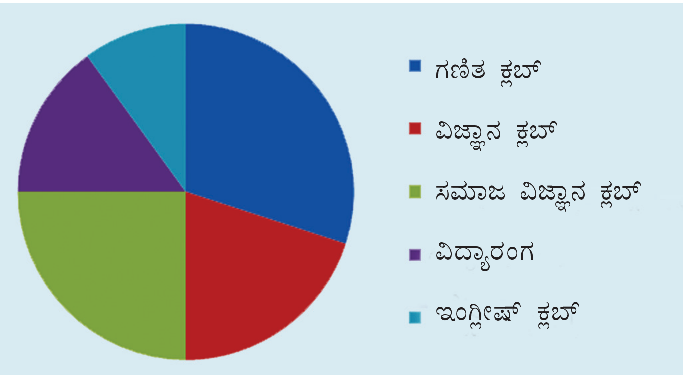
ವಿಜ್ಞಾನ ಕ್ಲಬ್ : $360^{\circ} \times \frac{20}{100} = 72^{\circ}$

ಸಮಾಜ ವಿಜ್ಞಾನ ಕ್ಲಬ್ =

ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಕ್ಲಬ್ =

ವಿದ್ಯಾರಂಗ =

ಇನ್ನು ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ.



ಗ್ರೇಡಿನ ಲೆಕ್ಕ

ಒಂದು ಯು.ಪಿ. ಶಾಲೆಯ 7 ಬಿ ಯಲ್ಲಿನ ಮಕ್ಕಳು 25% ಮಂದಿಗೆ 'ಎ' ಗ್ರೇಡು, 45% ಮಂದಿಗೆ 'ಬಿ' ಗ್ರೇಡು, 20% ಮಂದಿಗೆ 'ಸಿ' ಗ್ರೇಡು ಮತ್ತು ಉಳಿದವರಿಗೆ 'ಡಿ' ಗ್ರೇಡು ಲಭಿಸಿತು. ಈ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗ್ರೇಡು ಲಭಿಸಿದವರನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ವೃತ್ತದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವನ್ನು ಗುರುತಿಸಬೇಕೆಂಬುವುದನ್ನು, ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಯಾವ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕೆಂಬುವುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

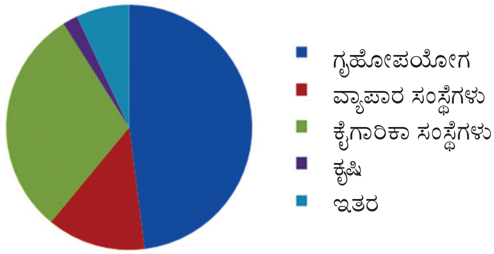
'ಎ' ಗ್ರೇಡು ಲಭಿಸಿದವರು 25% ಆಗಿದ್ದಾರೆ.

ಇದನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ವೃತ್ತದ 25% ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು.

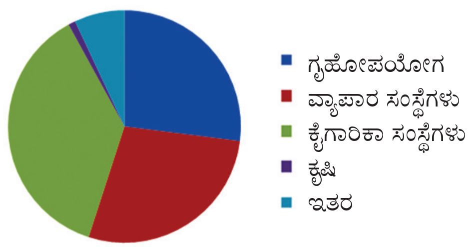
$$360^{\circ} \times \frac{25}{100} = 90^{\circ}$$

ವಿದ್ಯುತ್ ವಿತರಣೆ

ಈ ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೇರಳ ಪ್ರಾಂತ್ಯ ವಿದ್ಯುತ್ ನಿಗಮವು 2011–12ರಲ್ಲಿ ವಿತರಿಸಿದ ವಿದ್ಯುತ್ತಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಮಾಹಿತಿಗಳಾಗಿವೆ.



ಈ ಚಿತ್ರದಿಂದ ಏನೆಲ್ಲಾ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಲು ಸಾಧ್ಯ. 2011–12 ರ ವಿದ್ಯುತ್ ವಿತರಣೆಯಿಂದಿರುವ ಆದಾಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಈ ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ.



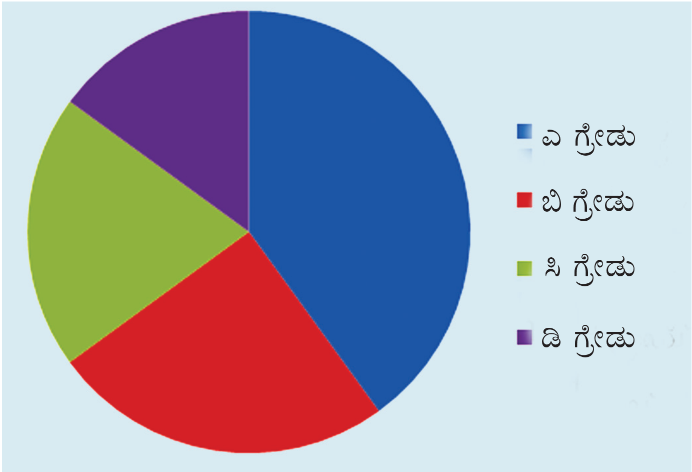
ಇದರಿಂದ ಯಾವೆಲ್ಲಾ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಸಾಧ್ಯ?

ಎರಡು ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ತುಲನೆ ಮಾಡಿರಿ.

‘ಬಿ’ ಗ್ರೇಡು ಲಭಿಸಿದವರು 45%.

$$360° \times \frac{45}{100} = 162°$$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ‘ಸಿ’ ಮತ್ತು ‘ಡಿ’ ಗ್ರೇಡು ಲಭಿಸಿದವರನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಎಳೆಯಬೇಕಾದ ಕೋನದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದು ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ?



ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಯ ಮತ್ತು ತರಗತಿಯ ಈ ರೀತಿಯ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ, ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಗಣಿತ ಲ್ಯಾಬ್‌ನಲ್ಲಿ ಪ್ರದರ್ಶಿಸಿರಿ.

ಕೆಳಗಿನ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

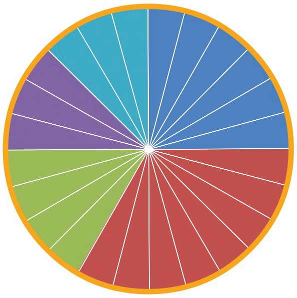
- ಶಾಲಾ ಕ್ರಿಕೆಟ್ ಸ್ಪರ್ಧೆಯ ಫೈನಲ್‌ನಲ್ಲಿ ರಾಮಾನುಜನ್ ಹೌಸ್ ಮತ್ತು ಸಿ.ವಿ.ರಾಮನ್ ಹೌಸ್ ಗಳಿಸಿದ ರನ್ನುಗಳ ವಿವರಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹೌಸಿನ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ಗಳಿಸಿದ ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಸಿ.ವಿ.ರಾಮನ್ ಹೌಸ್	
ಬ್ಯಾಟ್ಸ್‌ಮೆನ್	**ರನ್ಸ್**
ಜಿಷ್ಣು	56
ಎಬಿನ್	35
ಅಜ್ಮಲ್	21
ಸಚ್ಚು	7
ಇತರರು	21
ಒಟ್ಟು	**140**

ರಾಮನುಜನ್ ಹೌಸ್	
ಬ್ಯಾಟ್ಸ್‌ಮೆನ್	**ರನ್ಸ್**
ಅನಂತು	72
ತೌಫೀಖ್	36
ಅಭಿಲಾಷ್	18
ಇತರರು	18
ಒಟ್ಟು	**144**

ಸಮಯ ಕ್ರಮೀಕರಣ

ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿಯುವ ಅರವಿಂದನು ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಅಗತ್ಯಗಳಿಗಾಗಿ ವಿನಿಯೋಗಿಸುವ ಸಮಯವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.



ವೃತ್ತವನ್ನು 24 ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಭಾಗವು ಒಂದು ಗಂಟೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ವಿವಿಧ ಬಣ್ಣಗಳಿರುವ ಭಾಗಗಳು ಏನನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದೆಂಬುದನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ಈ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಒಂದು ಆಯತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?

- ಶಾಲಾ ಲೈಬ್ರರಿಯಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು 1600 ಪುಸ್ತಕಗಳಿವೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಕಥೆ	-	320
ಕವಿತೆ	-	192
ಕಾದಂಬರಿ	-	384
ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಪುಸ್ತಕಗಳು	-	544
ಜೀವನ ಚರಿತ್ರೆ	-	160

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದ ಪುಸ್ತಕದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.

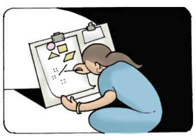
- ಶಾಲೆಯ 240 ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ನಡೆಸಿದ ಒಂದು ಸರ್ವೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಬಯಸುವವರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲಾಯಿತು.

ಕಥೆ	-	84
ಕವಿತೆ	-	36
ಕಾದಂಬರಿ	-	48
ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಪುಸ್ತಕಗಳು	-	60
ಜೀವನ ಚರಿತ್ರೆ	-	12

ಇದನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಒಂದು ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

- ಮೇಲಿನ ಎರಡು ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ತುಲನೆ ಮಾಡಿರಿ.

ಮಕ್ಕಳ ಆಸಕ್ತಿಗೆ ಹೊಂದಿಕೊಂಡು ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಲಾಗಿದೆಯೇ?

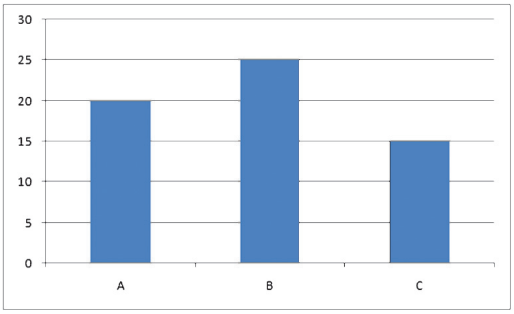


ಪ್ರೋಜೆಕ್ಟ್

- ಪತ್ರಿಕೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ ನಿಯತಕಾಲಿಕಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಕಂಡುಬರುವ ಪಿಕ್ಟೋಗ್ರಾಫ್, ಬಾರ್‌ಗ್ರಾಫ್, ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳು ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿರಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ ಮಾಡಿ ವರದಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಹೋಲಿಸಿರಿ.
- ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಒಂದು ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕಂಪ್ಯೂಟರಿನಲ್ಲಿ ತಯಾರಿಸಿರಿ.

ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಮಾಡುವ

ಒಂದು ಶಾಲೆಯ ಏಳನೇ ತರಗತಿಯ ಮೂರು ಡಿವಿಷನ್‌ಗಳಲ್ಲಾಗಿ ಕಲಿಯುವ ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಿರುವ ಆಯತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.



ಈ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಒಂದು ವೃತ್ತಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಪುನರವಲೋಕನ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ
• ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಸೂಚಿಸುವ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು ಮತ್ತು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದು.			
• ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು.			
• ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮಾಹಿತಿಗಳಿಗನುಸಾರವಾಗಿ ವೃತ್ತವನ್ನು ಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.			
• ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಐ.ಟಿ.ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು.			

ಪದ ಸೂಚಿ (Glossary)

ರೇಖೀಯ ಜೋಡಿ (Linear pair)

ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು (Parallel lines)

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ (Parallelogram)

ಸಮಸ್ಥಾನೀಯ ಕೋನಗಳು (Corresponding angles)

ಏಕಾಂತರ ಕೋನಗಳು (Alternate angles)

ಆಂತರಿಕ ಸಹಕೋನಗಳು Co-interior angles)

ಬಾಹ್ಯ ಸಹಕೋನಗಳು (Co-exterior angles)

ಆಯತ (Rectangle)

ತ್ರಿಕೋನ (Triangle)

ಲಂಬ (Perpendicular)

ಕೋನ (Angle)

ಸಮಲಂಬ (Trapezium)

ಬೀಜಗಣಿತ (Algebra)

ಘಾತ ಸೂಚೀಕರಣ (Exponentiation)

ಪರಿಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (Perfect numbers)

ಅಪವರ್ತನಗಳು (Factors)

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (Area)

ಲಂಬ ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ (Right angled triangle)

ವರ್ಗ (Square)

ವರ್ಗಮೂಲ (Square root)

ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳು (Perfect squares)

ಚೌಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (Square numbers)

ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (Triangular numbers)

ಅಂಕೆ ಮೊತ್ತ (Digital root)

ವೇಗ (Speed)

ಸರಾಸರಿ ವೇಗ (Average speed)

ವೃತ್ತ (Circle)

ನಿಷ್ಪತ್ತಿ (Ratio)

ಲಾಭ (Profit)

ನಷ್ಟ (Loss)

ಬಡ್ಡಿ (Interest)

ಕರ್ಣ (Hypotenuse)

ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (Negative numbers)

ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (Positive numbers)

ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರ (Pie diagram)

ಗೆರೆ (Line)

ಬಿಂದು (Point)

ಭುಜ (Side)

ಲಂಬ ಕೋನ (Right angle)

ಚೌಕ (Square)

ಮಟ್ಟ (Set square)

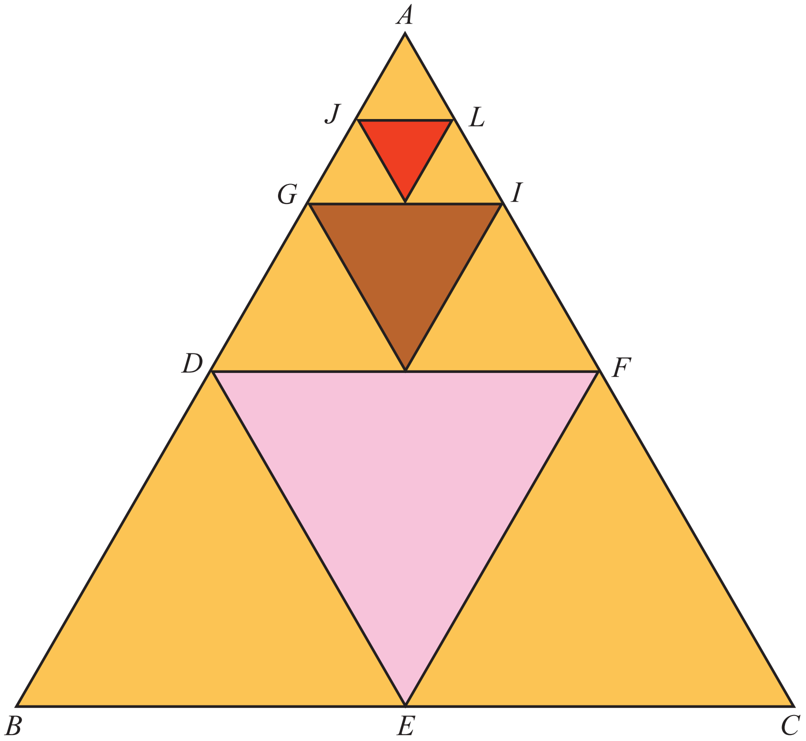
ಸ್ವಲ್ಪ ಯೋಚಿಸುವ

1. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB, BC, AC ಎಂಬಿವುಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ D, E, F ಆಗಿವೆ.

   AD, DF, AF ಎಂಬಿವುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ G, H, I ಆಗಿವೆ.

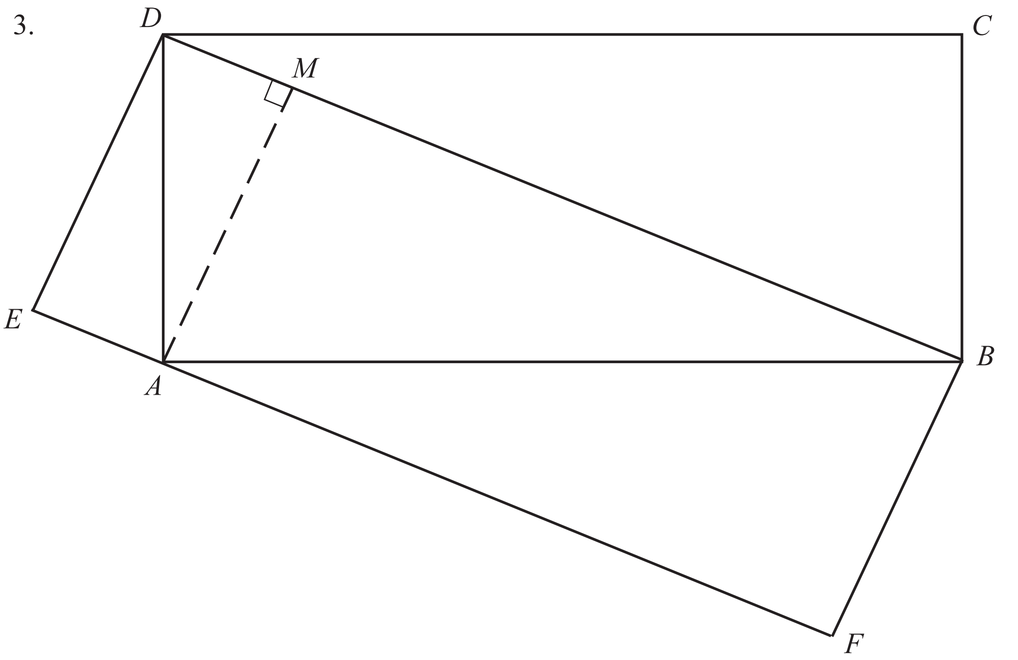
   AG, GI, AI ಎಂಬಿವುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ J, K, L ಆಗಿವೆ.

   ಶೇಡ್ ಮಾಡಿದ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 21 ಚ.ಸೆ.ಮೀ. ಆದರೆ ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?



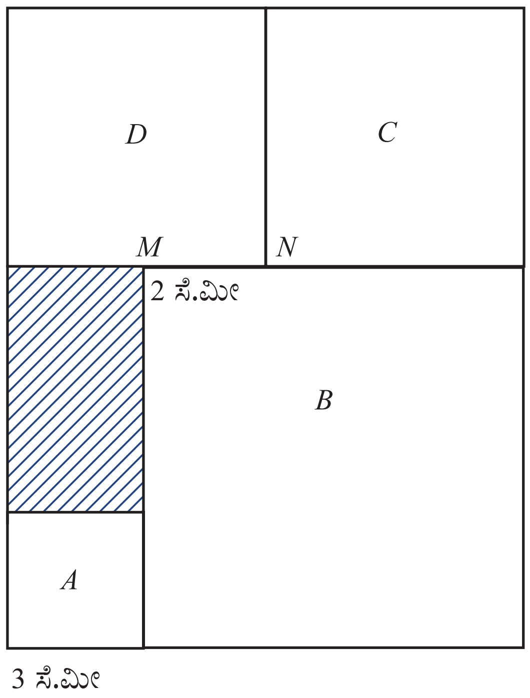
2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಆಯತವನ್ನು ಚಿಕ್ಕ ನಾಲ್ಕು ಆಯತಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಯತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಆಯಾ ಆಯತಗಳಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ. ನಾಲ್ಕನೇ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

3.



ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ *ABCD*; *BDEF* ಎಂಬಿವುಗಳು ಎರಡು ಆಯತಗಳಾಗಿವೆ. *ABCD* ಎಂಬ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 50 ಚ.ಸೆ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ. *BDEF* ಎಂಬ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

4.



ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ *A*, *B*, *C*, *D* ಎಂಬಿವುಗಳು ಚೌಕಗಳಾಗಿವೆ. *A* ಯ ಒಂದು ಭುಜ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, *MN* = 20 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೆ ಶೇಡ್ ಮಾಡಿದ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ದೊಡ್ಡ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆ?