ತರಗತಿ VII

Standard VII

ಗಣಿತ

MATHEMATICS

ಭಾಗ – 1

PART - I

ಕೇರಳ ಸರಕಾರ
ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ

ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿದವರು
ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿ ಸಮಿತಿ (SCERT), ಕೇರಳ
2016

ರಾಷ್ಟ್ರಗೀತೆ

ಜನಗಣ ಮನ ಅಧಿನಾಯಕ ಜಯಹೇ
ಭಾರತ ಭಾಗ್ಯ ವಿಧಾತಾ,
ಪಂಜಾಬ ಸಿಂಧು ಗುಜರಾತ ಮರಾಠಾ
ದ್ರಾವಿಡ ಉತ್ಕಲ ವಂಗ,
ವಿಂಧ್ಯ ಹಿಮಾಚಲ ಯಮುನಾ ಗಂಗಾ,
ಉಚ್ಛಲ ಜಲಧಿತರಂಗ,
ತವಶುಭ ನಾಮೇ ಜಾಗೇ
ತವಶುಭ ಆಶಿಷ ಮಾಗೇ,
ಗಾಹೇ ತವ ಜಯ ಗಾಥಾ
ಜನಗಣ ಮಂಗಲದಾಯಕ ಜಯಹೇ
ಭಾರತ ಭಾಗ್ಯ ವಿಧಾತಾ,
ಜಯಹೇ ಜಯಹೇ ಜಯಹೇ,
ಜಯ ಜಯ ಜಯ ಜಯಹೇ!

ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ

ಭಾರತವು ನನ್ನ ದೇಶ. ಭಾರತೀಯರೆಲ್ಲರೂ ನನ್ನ ಸಹೋದರ, ಸಹೋದರಿಯರು.

ನಾನು ನನ್ನ ದೇಶವನ್ನು ಪ್ರೀತಿಸುತ್ತೇನೆ. ಅದರ ಸಂಪನ್ನ ಹಾಗೂ ವೈವಿಧ್ಯಪೂರ್ಣವಾದ ಪರಂಪರೆಗೆ ನಾನು ಹೆಮ್ಮೆಪಡುತ್ತೇನೆ.

ನಾನು ನನ್ನ ತಂದೆ, ತಾಯಿ ಮತ್ತು ಗುರುಹಿರಿಯರನ್ನು ಗೌರವಿಸುತ್ತೇನೆ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲರೊಡನೆ ಸೌಜನ್ಯದಿಂದ ವರ್ತಿಸುತ್ತೇನೆ.

ನಾನು ನನ್ನ ದೇಶ ಮತ್ತು ನನ್ನ ದೇಶದ ಜನರಿಗೆ ನನ್ನ ಶ್ರದ್ಧೆಯನ್ನು ಮುಡಿಪಾಗಿಡುತ್ತೇನೆ. ಅವರ ಕ್ಷೇಮ ಮತ್ತು ಸಮೃದ್ಧಿಯಲ್ಲೇ ನನ್ನ ಆನಂದವಿದೆ.

Prepared by :
State Council of Educational Research and Training (SCERT)
Poojappura, Thiruvananthapuram 695 012, Kerala

Website : www.scertkerala.gov.in
E-mail : scertkerala@gmail.com
Phone : 0471-2341883, Fax : 0471-2341869
Typesetting and Layout : SCERT
First Edition : 2014, Reprint : 2016
Printed at : KBPS, Kakkanad, Kochi
© Department of Education, Government of Kerala

ಪ್ರೀತಿಯ ಮಕ್ಕಳೇ,

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಹಲವು ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ನಾವು ತಿಳಿದೆವು.

ಇನ್ನು ನಾವು ಅದರ ಉನ್ನತ ಹಂತಗಳಿಗೆ ಪ್ರವೇಶಿಸುತ್ತಿದ್ದೇವೆ.

ಸಂಖ್ಯಾ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯಗಳು ತುಂಬಿದ ಅಂಕಗಣಿತದ ಲೋಕಕ್ಕೆ,

ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಮತ್ತು ಬೀಜಗಣಿತದ ಹೊಸ ಆಯಾಮಗಳಿಗೆ,

ಗಣಿತದ ಯುಕ್ತಿಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಮತ್ತು ಹೊಸ
ಸಂಶೋಧನೆಗಳನ್ನು ನಡೆಸಲು.......

ಆತ್ಮ ವಿಶ್ವಾಸದೊಂದಿಗೆ ಮುನ್ನಡೆಯೋಣ.

ಶುಭ ಹಾರೈಕೆಗಳೊಂದಿಗೆ,

ಡಾ. ಪಿ.ಎ. ಫಾತಿಮ
ನಿರ್ದೇಶಕರು
ಎಸ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ.

TEXTBOOK DEVELOPMENT TEAM

Participants

Anil Kumar M.K.
H.S.A. S.K.M.J.M, S.S. Wayanad

Arunlal M.J.
U.P.S.A, A. U. P. S. Aramangalam, Kozhikode

Kunhabdulla M.
U.P.S.A, Movipoth M.U.P.S. Kozhikode

K.G. Thulasidharan Pilla
P.D. Teacher, G.H.S.S. Karukon, Kollam

Balagangadharan V.K.
G.M.H.S.S. Calicut University Campus, Malappuram

Manikantan K.O.V.
U.P.S.A. Pattiyamma,A.U.P.S. Kannur

Rajesh K.P.
Lecturer, DIET, Kannur

R. Ramanujam
H.S.S.T. M.N.K. M.G.H.S.L. Pulapatta, Palakkad

Sunil Kumar V.P.
H.S.A. Janatha H.S.S. Thembamood, Thiruvananthapuram

Experts

Dr. E. Krishnan
Prof.(Rtd) University College, Thiruvananthapuram

Dr. Vijaya Kumar A.
Prof. Cochin University, Cochi

Artist

Dhaneshan M.V., Karivellur, Kannur

Academic Co-Ordinator

Dr. Lidsonraj J. Research Officer, SCERT

TRANSLATION COMMITTEE

Participants

Aravinda K.
H.S.A. (Mathematics), G.F.H.S.S. Bekal

Bhaskaran B.
U.P.S.A., G.U.P.S. Kadambar.

Rajeshchandra K.P.
H.S.A. (Mathematics), B.E.M.H.S.S., Kasaragod

Sridhara Bhat M.
U.P.S.A., S.D.P.A.U.P.S., Sajankila

Language Expert

Sridhara N.
Asst. Prof. (Kannada)
Govt. College Kasaragod

Subject Expert

Nandikeshan N.
Headmaster,
Govt. High School, Udyawara, Manjeshwara

Co-ordinator

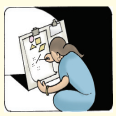
Arun Jyothi. S. Research Officer, SCERT

ಅನುಕ್ರಮಣಿಕೆ

ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಸೌಕರ್ಯಕ್ಕಾಗಿ ಕೆಲವು ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ.

ICT ಸಾಧ್ಯತೆ

ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಿ ನೋಡುವ



ಪ್ರೋಜೆಕ್ಟ್

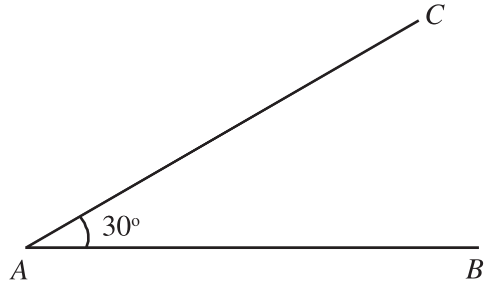
ಪುನರವಲೋಕನ

1

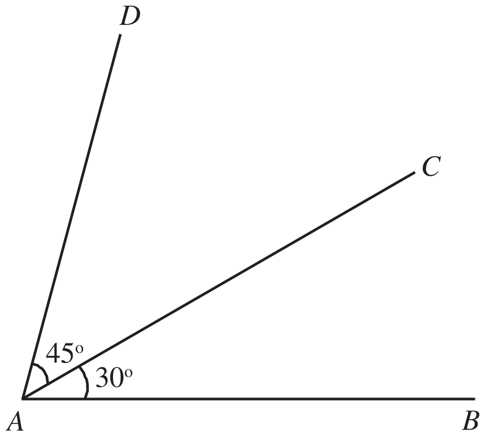
ಕೋನಗಳು ಸೇರುವಾಗ

ಕೋನಗಳು ಸೇರುವಾಗ

ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?



ಇದರ ಮೇಲ್ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ಕೋನವನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ರಚಿಸಬೇಕು.



ಈಗ A ಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕೋನಗಳಿವೆ?

$\angle CAB =$ ....

$\angle DAC =$ ....

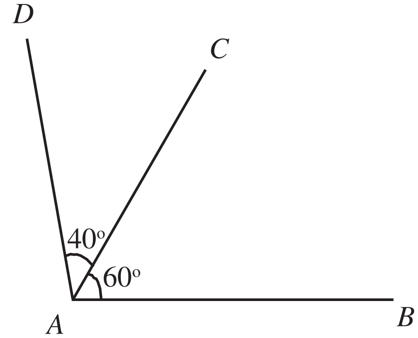
ಇನ್ನೂ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಕೋನ ಇದೆಯಲ್ಲಾ. ಅದರ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

$\angle DAB =$ ....

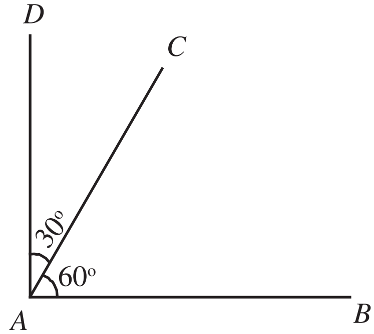
ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ?

$\angle DAB = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$

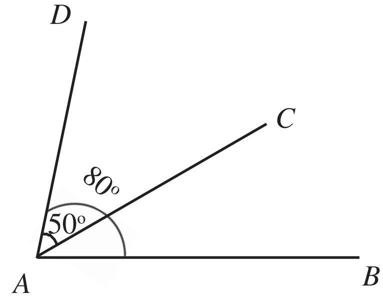
ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಮೂರನೇ ಕೋನವನ್ನು ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿಯೋ ಅವುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿಯೋ ಬರೆದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



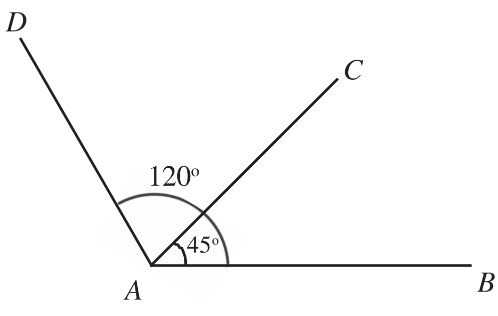
$\angle DAB =$ .... + ... = ...



$\angle DAB =$ .... + ... = ...



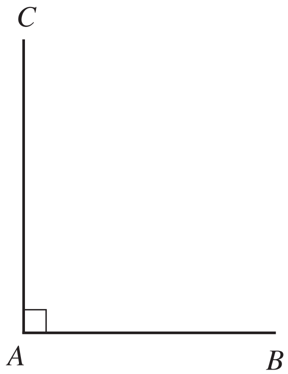
$\angle CAB =$ .... − .... = ...



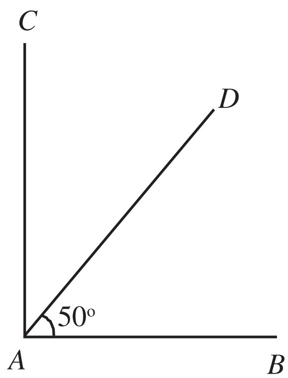
$\angle DAC =$ .... − .... = ...

ಇಬ್ಬದಿಗಳು

ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನೂ ಅದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಲಂಬವನ್ನೂ ಎಳೆಯಿರಿ.



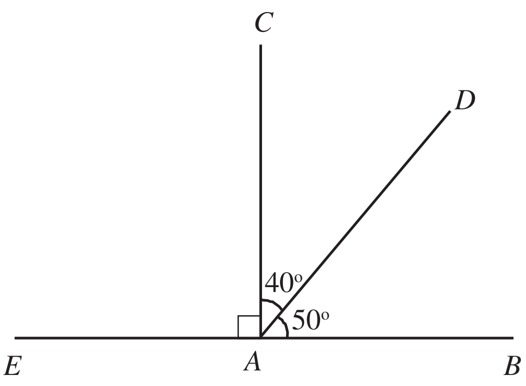
ಆಮೇಲೆ ಅದರೊಳಗೆ ಮತ್ತೊಂದು ಕೋನವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ರಚಿಸಿರಿ.



$\angle DAC$ ಯ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

$\angle DAC$ = ... − .... = ...

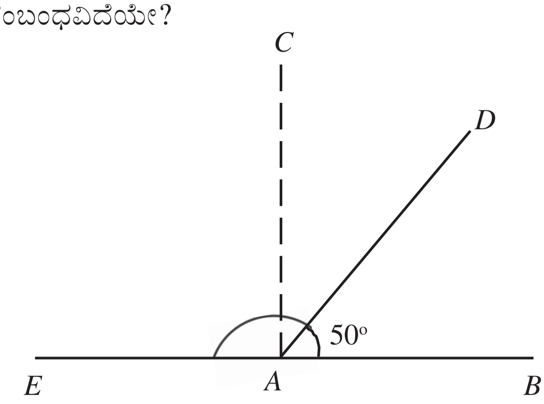
ಇನ್ನು AB ಯನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಮುಂದುವರಿಸಿದರೋ?



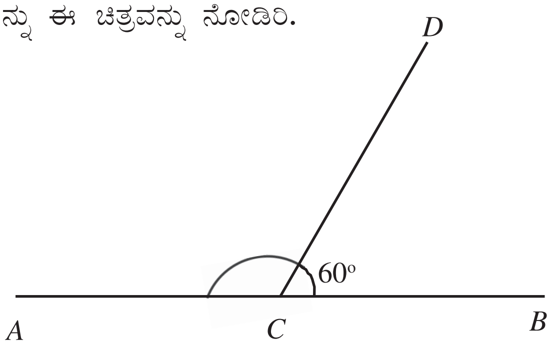
$\angle DAE$ಯ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

$\angle DAE$ = ... + ... = ...

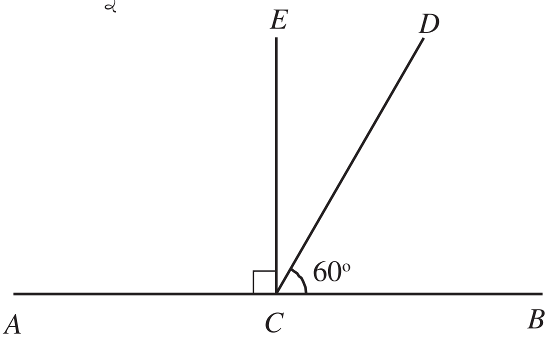
$\angle DAB$ ಮತ್ತು $\angle DAE$ ಇವುಗಳೊಳಗೆ ಏನಾದರೂ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೇ?



ಇನ್ನು ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



$\angle DCA$ ಯ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಲ್ಲಿರಾ? C ಯ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಲಂಬವನ್ನು ಎಳೆದು $\angle DCA$ ಯನ್ನು ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದರೋ?

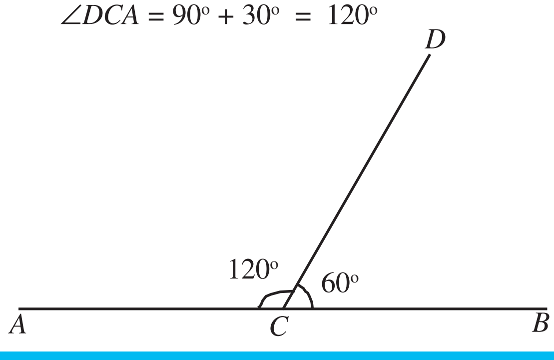


$\angle DCE$ ಯ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

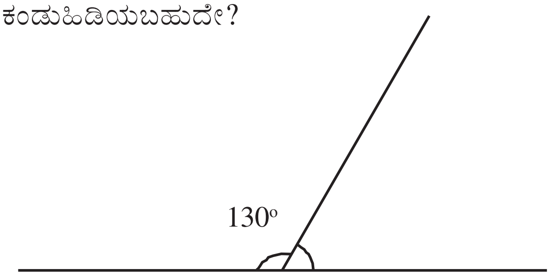
ಆಗ $\angle DCA$ ಯ ಅಳತೆಯೋ?

$\angle DCE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

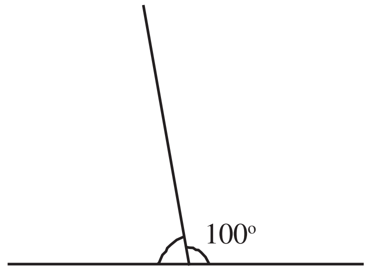
$\angle DCA = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$

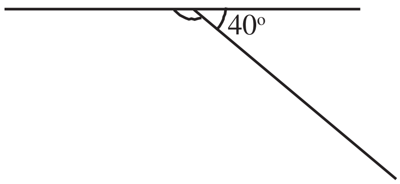


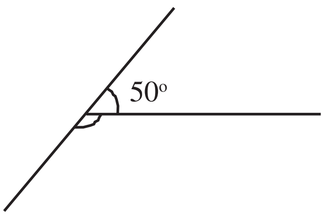
ಇದರಂತೆ ಈ ಚಿತ್ರದ ಬಲಬದಿಯ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

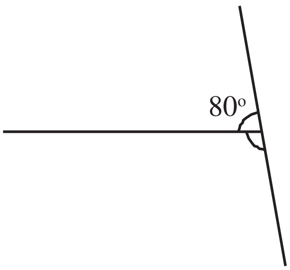


ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾದ ಎಲ್ಲಾ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳು ಸೇರಿ ಇಬ್ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಅಳತೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.









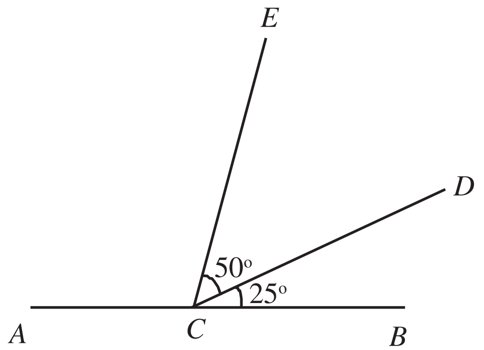
ಇದರಿಂದ ತಿಳಿದದ್ದೇನು?

> ಒಂದು ಗೆರೆಯಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಗೆರೆ ಎಳೆದಾಗ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಆಗಿದೆ.

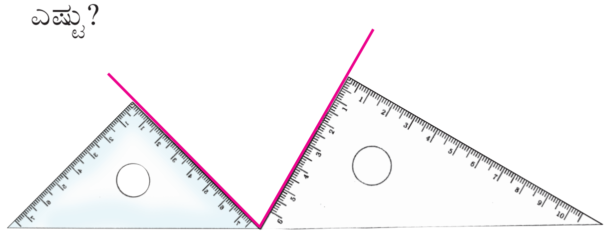
ಹೀಗೆ ಉಂಟಾಗುವ ಒಂದು ಜೊತೆ ಕೋನಗಳನ್ನು ರೇಖೀಯ ಜೋಡಿ (linear pair) ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

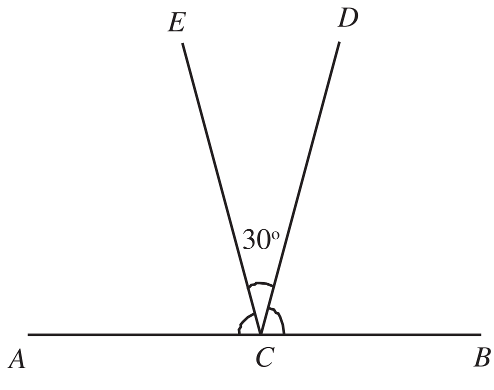
- ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle ACE$ ಯ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?



- ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದ ಗೆರೆಗಳೆಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

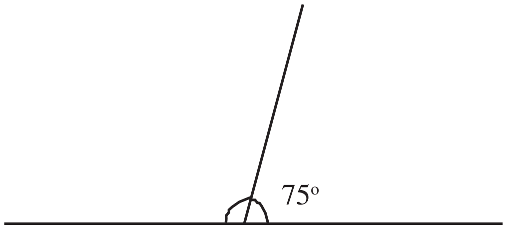


- ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle ACD = \angle BCE$ ಆಗಿದೆ. ಇವುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

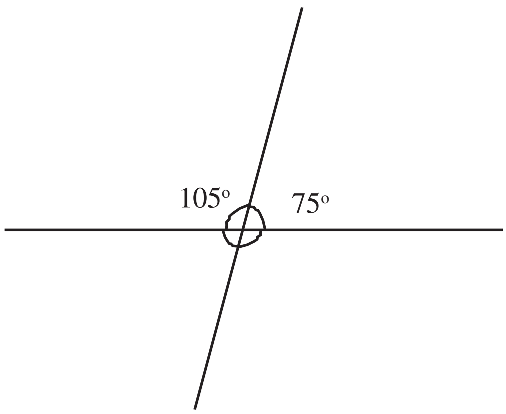


ಹಾದುಹೋಗುವುದಾದರೆ

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?



ಮೇಲಿನ ಗೆರೆಯನ್ನು ಕೆಳಭಾಗಕ್ಕೆ ಮುಂದುವರೆಸಿದರೊ?

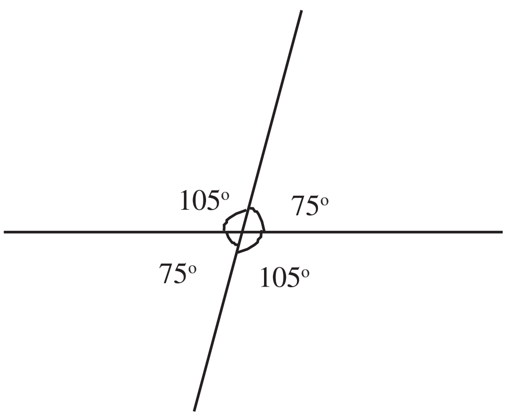


ಈಗ ಕೆಳಭಾಗದಲ್ಲಿ ಪುನಃ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಉಂಟಾದುವು. ಅವುಗಳ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

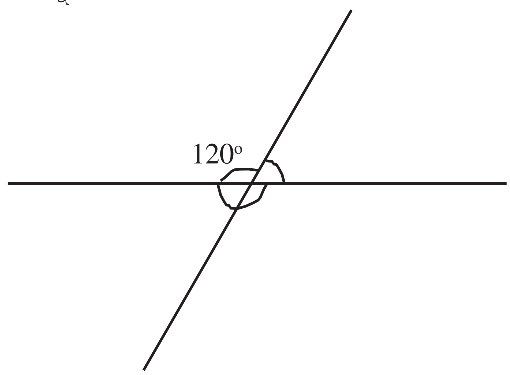
ಓರೆಯಾದ ಗೆರೆಯ ಎಡಭಾಗದ ಮೇಲೆಯೂ ಕೆಳಗೂ ಇರುವ ಕೋನಗಳು ರೇಖೀಯಜೋಡಿ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ.

ಅದರಂತೆ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದು ರೇಖೀಯ ಜೋಡಿ ಇದೆ.

ಇನ್ನು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಹೇಳಬಹುದೇ?



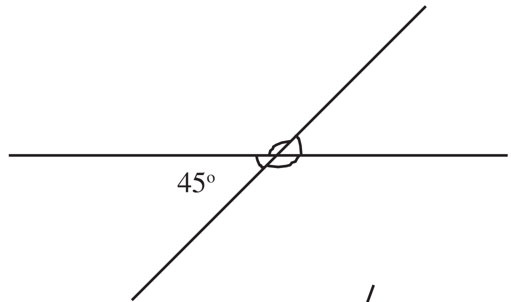
ಕೆಳಗಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳು ಅಡ್ಡಕ್ಕೂ ನೀಟಕ್ಕೂ ಹಾದುಹೋಗುತ್ತವೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಉಳಿದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

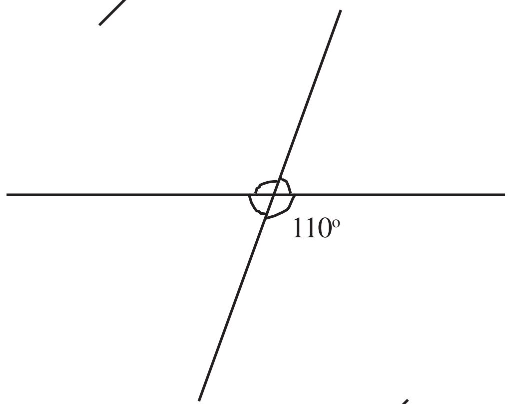


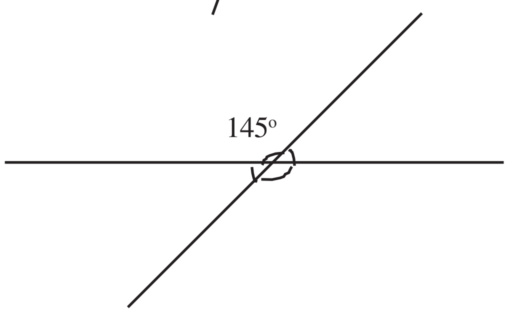
ಇವುಗಳಿಂದ ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿರುವುದೇನು?

ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಗೆರೆ ಖಂಡಿಸುವಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಸಮೀಪದ ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°ಆಗಿದೆ. ವಿರುದ್ಧ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನ ಆಗಿದೆ.

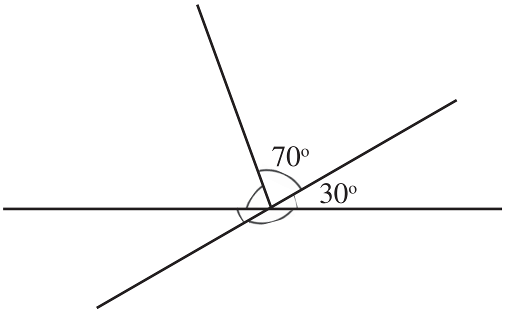
ಇನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಬರೆಯಬಹುದೇ?

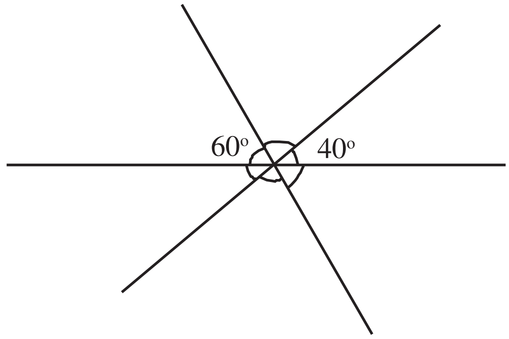


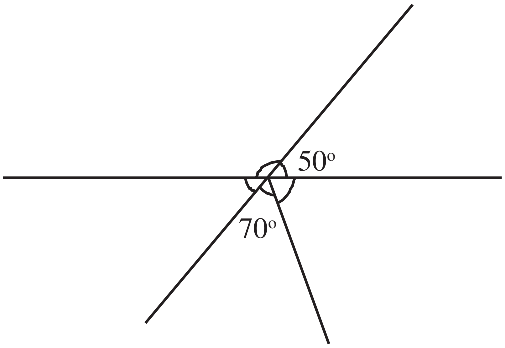


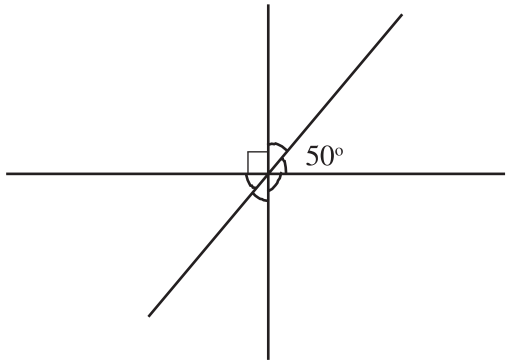


ಮಾಡಿ ನೋಡುವ.







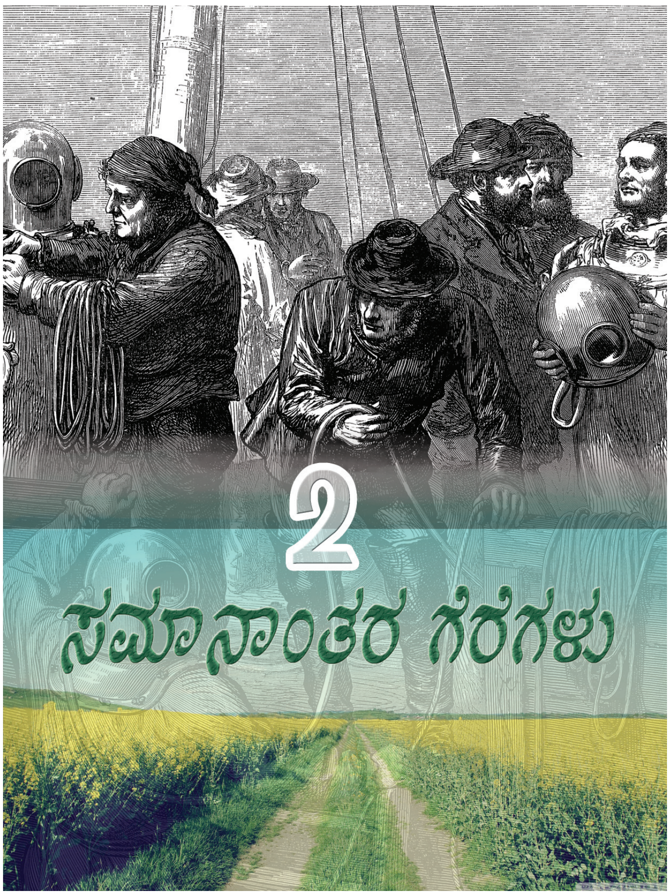


ಪುನರವಲೋಕನ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಟೀಚರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ
• ಜ್ಯಾಮಿತಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟು ಗಳಿಸಿದ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಹೊಸ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಯೋಗಿಸುವುದು.			
• ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಆಶಯಗಳಿಂದ ರೇಖೀಯ ಜೋಡಿ, ವಿರುದ್ಧ ಕೋನಗಳು ಎಂಬೀ ಆಶಯಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದು.			

2

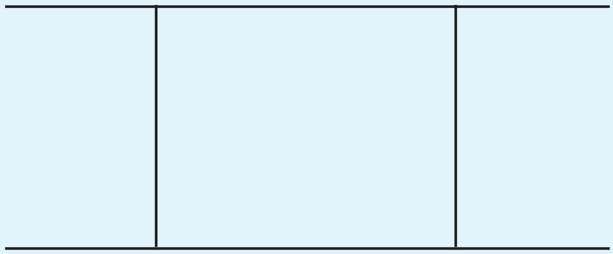
ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು



ಎರಡು ವಿಧದ ಗೆರೆಗಳು

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೂ ಒಂದು ಗೆರೆ ಸಿಗುವುದು. ಆದರೆ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಗಮಿಸುವುದೇ?

ಒಂದು ಆಯತದ ಒಂದು ಜೊತೆ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳನ್ನು

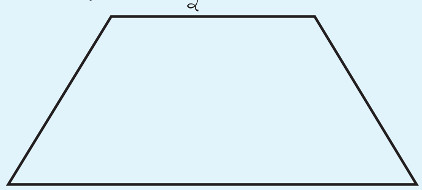


ಮುಂದುವರಿಸಿದರೋ?

ಇನ್ನೂ ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ ಸಂಗಮಿಸಬಹುದೇ?

ಯಾಕಾಗಿ?

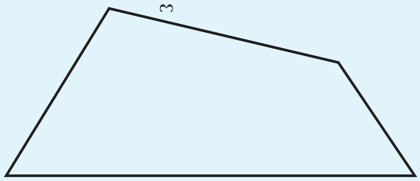
ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಮತ್ತು ಕೆಳಭಾಗದ ಭುಜಗಳನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ ಅವುಗಳು ಸಂಗಮಿಸಬಹುದೇ?

ಎಡಭಾಗದ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದ ಭುಜಗಳನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿದರೋ?

ಚತುರ್ಭುಜ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಾದರೋ?



ಯಾವುದಾದರೂ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ ಸಂಗಮಿಸಬಹುದೇ? ಯಾಕೆ?

ಸಮಾನ ಅಂತರವನ್ನು ಕಾಯ್ದುಕೊಂಡು ಯಾವುದೇ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿಯೂ ಒಟ್ಟು ಸೇರದ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು(parallel lines) ಎನ್ನುವರು.

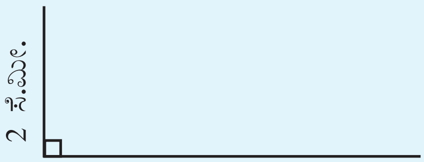
ಸಮಾನ ಅಂತರ

ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಲು ತಿಳಿದಿದ್ದೀರಲ್ಲವೇ?

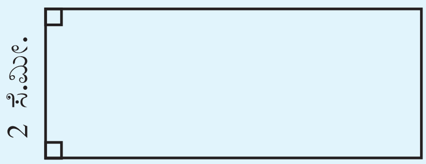
5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಉದ್ದ ಮತ್ತು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಗಲವಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?

ಹಲವು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ?

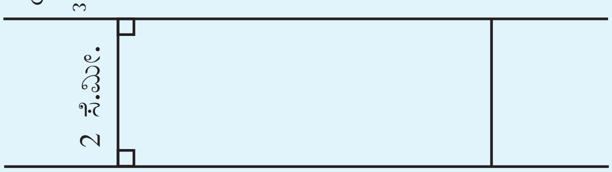
- ಮೊದಲು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಒಂದು ತುದಿಯಿಂದ ಲಂಬವಾಗಿ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಒಂದು ಗೆರೆ ಎಳೆಯಿರಿ.



ಇನ್ನು, ಈಗ ಎಳೆದ ಗೆರೆಯ ಇನ್ನೊಂದು ತುದಿಯಿಂದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿ ಲಂಬ ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ಗೆರೆಯ ತುದಿಯನ್ನು ಮತ್ತು ಮೊದಲ ಗೆರೆಯ ಇನ್ನೊಂದು ತುದಿಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಆಯತವಾಗುವುದು.

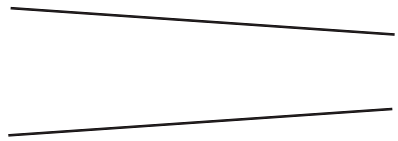


ಇದರ ಮೇಲಿನ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಗಳನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಂತರವನ್ನು ಕಾಯ್ದುಕೊಂಡ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು ಸಿಗುವುದಲ್ಲವೇ?



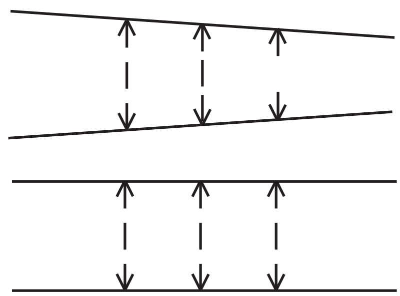
ಅಂತರ

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ ಒಟ್ಟು ಸೇರಬಹುದೇ?

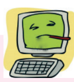


ಹೀಗೆ ಆದರೊ?

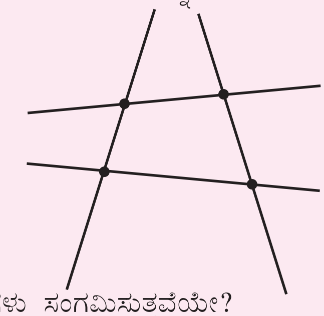
ಎರಡೂ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿರುವ ಗೆರೆಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಆಗ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಗೆರೆಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರದ ಕುರಿತು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?
ಸಮಾನಾಂತರ ಎಂಬ ಪದದ ಅರ್ಥವೇ ಸಮಾನ ಅಂತರ ಎಂದಾಗಿದೆ.



ಜಿಯೋಜಿಬ್ರಾದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. Line through two points ಟೂಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಚತುರ್ಭುಜದ ಭುಜಗಳನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿರಿ.



ಭುಜಗಳು ಸಂಗಮಿಸುತ್ತವೆಯೇ?

Move ಟೂಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಚತುರ್ಭುಜದ ಶಿರಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಭುಜಗಳನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿದಾಗ ಗೆರೆಗಳು ಸಂಗಮಿಸದಿರುವುದು ಯಾವಾಗ?

ಲಂಬವೂ ಸಮಾನಾಂತರವೂ

ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

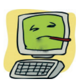
ಅಡ್ಡವಾದ ಗೆರೆಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಅವುಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆಯೇ?

ಇನ್ನು ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಅಡ್ಡವಾಗಿರುವ ಗೆರೆಗೆ ಲಂಬವನ್ನು ಎಳೆದು ಲಂಬವಾದ ಆ ಗೆರೆಗೆ ಪುನಃ ಲಂಬ ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

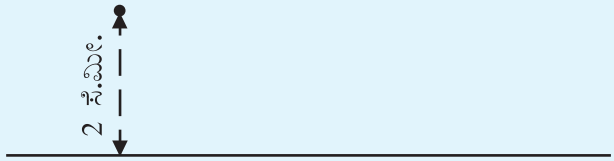
ಅಡ್ಡವಾಗಿರುವ ಗೆರೆಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆಯೇ?



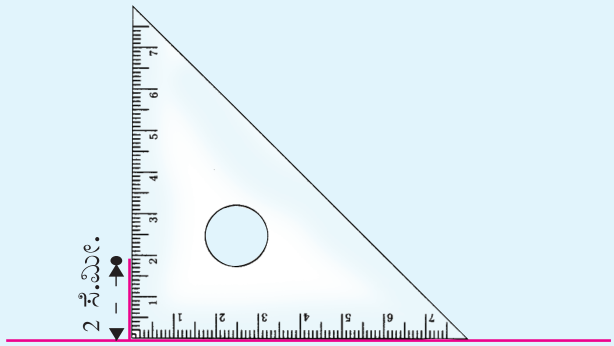
ಒಂದು ಗೆರೆಗೆ ಲಂಬವಾಗಿಯೂ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿಯೂ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರಾದಲ್ಲಿ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾದ ಟೂಲ್‌ಗಳಿವೆ. ಮೊದಲು ಒಂದು ಗೆರೆ ರಚಿಸಿ ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಬೇಕು. Perpendicular line ಟೂಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಗೆರೆಯಲ್ಲೂ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲೂ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದರೆ ಈ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಗೆರೆಗೆ ಲಂಬವಾದ ಒಂದು ಗೆರೆ ಲಭಿಸುವುದು. ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನ ಗೆರೆಯ ಹೊರಗಾದರೆ ಆ ಬಿಂದುವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಲಂಬವನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು. ಹೀಗೆ ರಚಿಸಿದ ಲಂಬಕ್ಕೆ ಪುನಃ ಒಂದು ಲಂಬ ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಒಂದು ಗೆರೆಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಮತ್ತೊಂದು ಗೆರೆ ಎಳೆಯಲು Parallel line ಟೂಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾರೆ. ಗೆರೆಯ ಹೊರ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. ಈ ಟೂಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಗೆರೆಯಲ್ಲೂ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲೂ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿರಿ. ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಒಂದು ಗೆರೆ ಲಭಿಸುವುದು. Move ಟೂಲಿನ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನ ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನ ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಗೆರೆಯಲ್ಲಾದರೊ?

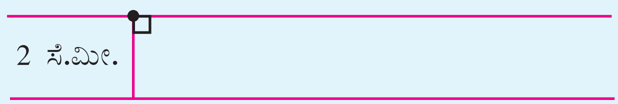
ಆಗ ಒಂದು ಗೆರೆ ಮತ್ತು ಅದರಿಂದ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದರೆ ಆ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಗೆರೆ ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?



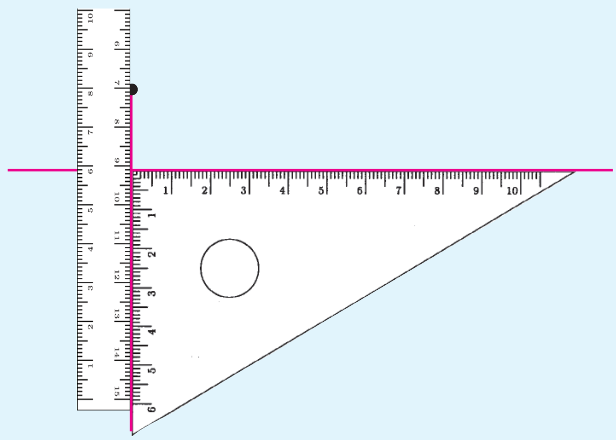
ಮೊದಲು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಆ ಗೆರೆಗೆ ಲಂಬ ರಚಿಸಬೇಕು.



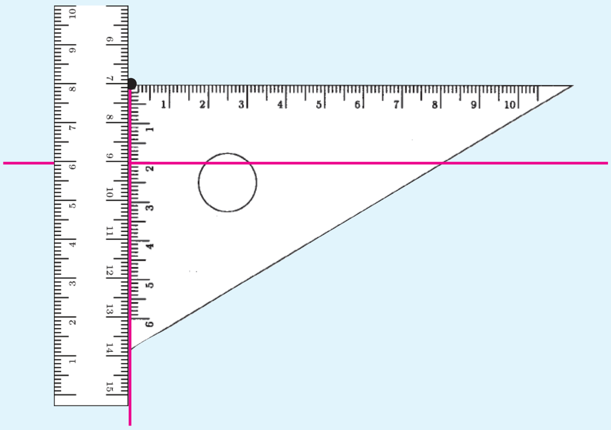
ಅನಂತರ ಈ ಲಂಬಕ್ಕೆ ಲಂಬ ರಚಿಸಬೇಕು.



ಮೊದಲ ಗೆರೆಗೆ ಲಂಬ ಗೆರೆ ರಚಿಸುವುದರ ಬದಲು ಸ್ಕೇಲು ಹಿಡಿದರೂ ಸಾಕು.



ಇನ್ನು ಮಟ್ಟವನ್ನು ಮೇಲಕ್ಕೆ ಸರಿಸಿ, ಮಟ್ಟದ ಮೂಲೆಯನ್ನು ಆ ಬಿಂದುವಿಗೆ ತಲುಪಿಸಿದರೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆ ರಚಿಸಬಹುದು.



ಇನ್ನು ಬಿಂದು ಗೆರೆಯ ಕೆಳಗೆಯಾದರೋ?

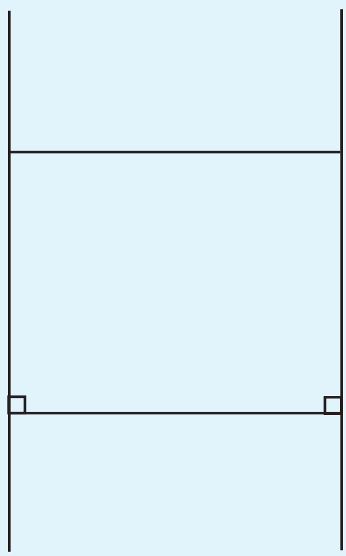
ಇಲ್ಲಿ ಕಂಡುಕೊಂಡ ವಿಷಯಗಳೇನು?

ಯಾವುದೇ ಗೆರೆಗೂ ಅದರಲ್ಲಿಲ್ಲದ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆ ರಚಿಸಬಹುದು.

ಒಂದು ಗೆರೆಗೆ ಅದರಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಎಷ್ಟು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು?

ಒಂದೇ ದಿಕ್ಕು

ಆಯತದ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆ.

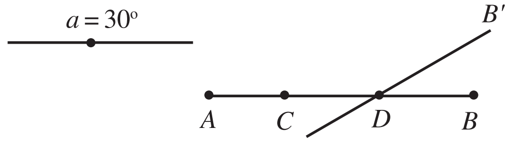


ಇದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಬಹುದು.

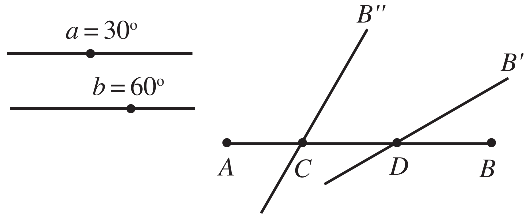
ಒಂದು ಗೆರೆಗೆ ಎರಡು ಲಂಬಗಳನ್ನು ಎಳೆದರೆ ಅವುಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಜಿಯೋಜಿಬ್ರಾದಲ್ಲಿ AB ಎಂಬ ಗೆರೆ ಎಳೆದು ಅದರಲ್ಲಿ C, D ಎಂಬಂತೆ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ.

ಇನ್ನು Slider ಟೂಲನ್ನು ತೆಗೆದು ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದಾಗ ಲಭಿಸುವ ವಿಂಡೋದಲ್ಲಿ Angle ಎಂಬುದರ ಎದುರಿರುವ ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿರಿ. Name ಆಗಿ a ಎಂದು ಟೈಪ್ ಮಾಡಿರಿ. ಇನ್ನು Apply ಯಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿರಿ. Angle with given size ಟೂಲನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ B ಯಲ್ಲೂ ಅನಂತರ D ಯಲ್ಲೂ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿರಿ. ಈಗ ಬರುವ ವಿಂಡೋದಲ್ಲಿ Angle ಎಂಬುವುದರ ಕೆಳಗೆ a ಎಂದು ಟೈಪ್ ಮಾಡಿ OK ಯಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿರಿ. ಈಗ B' ಎಂಬ ಹೆಸರಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದು ಲಭಿಸುವುದು. D, B' ಎಂಬೀ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಒಂದು ಗೆರೆ ಎಳೆಯಿರಿ.



ಇನ್ನು b ಎಂಬ ಹೆಸರಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸ್ಲೈಡರನ್ನು ಕೂಡ ನಿರ್ಮಿಸಿರಿ. Angle with given size ಟೂಲನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ B, C ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡುವಾಗ ಲಭಿಸುವ ವಿಂಡೋದಲ್ಲಿ Angle ಎಂಬುದಕ್ಕೆ b ಎಂದು ನೀಡಿ OK ಯಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿರಿ. ಹೊಸದಾಗಿ ಲಭಿಸುವ B'' ಎಂಬ ಬಿಂದುವನ್ನು C ಯೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿರಿ.

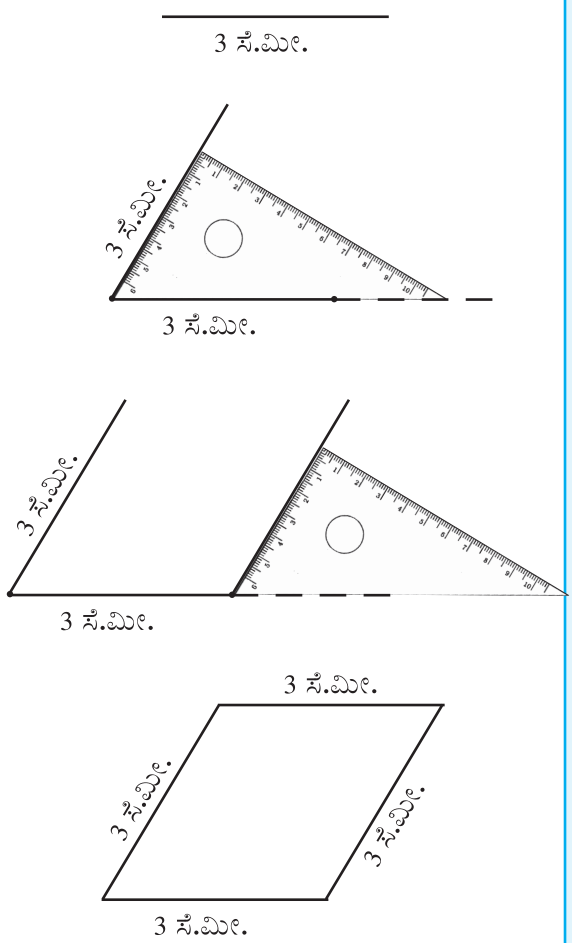


Move ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ a, b ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಗೆರೆಗಳಿಗೆ ಏನು ಸಂಭವಿಸುವುದು? ಅವುಗಳು ಸಂಗಮಿಸದಿರುವುದು ಯಾವಾಗ?

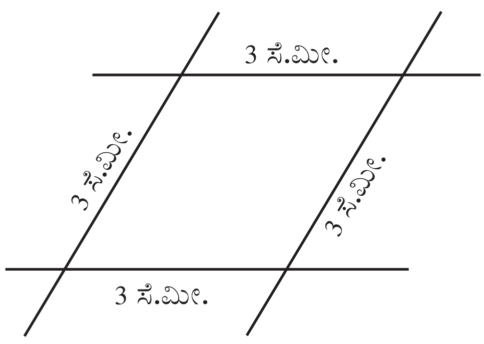
ಒಂದು ಸ್ಲೈಡರ್ ಮಾತ್ರ ನಿರ್ಮಿಸಿ C ಯಲ್ಲೂ D ಯಲ್ಲೂ ಸಮಾನ ಕೋನಗಳು ಬರುವಂತೆ ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

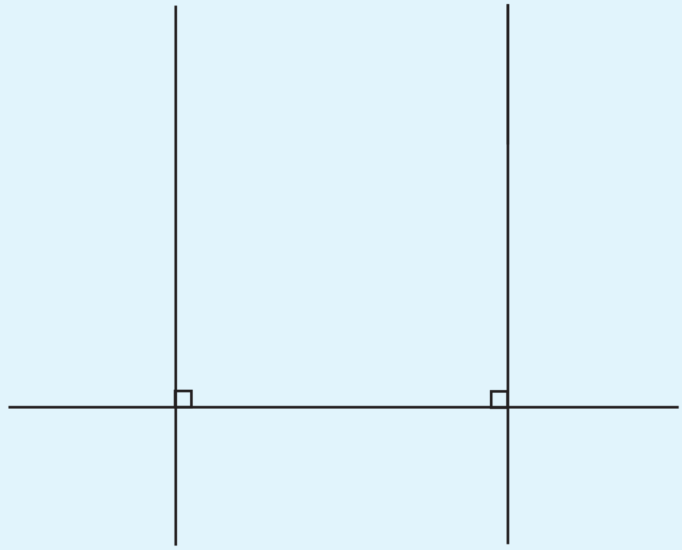
ಆಯತವಾಗಿರದಿದ್ದರೆ

ಮಟ್ಟವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಆಯತ ರಚಿಸಲು ತಿಳಿದಿದ್ದೀರಲ್ಲವೇ. ಮಟ್ಟದ ಲಂಬ ಮೂಲೆಗೆ ಬದಲು ಬೇರೊಂದು ಮೂಲೆಯನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ರಚಿಸಿದರೋ?

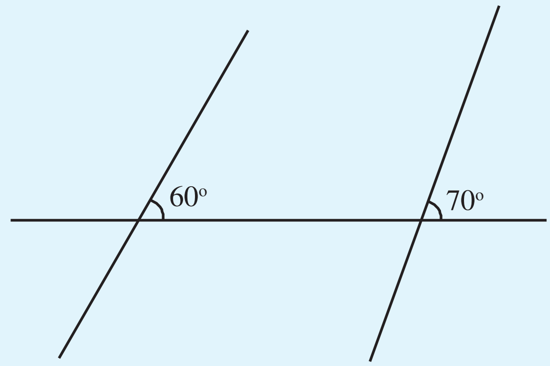


ಇದರಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಜೊತೆ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ ಅವುಗಳು ಸಂಗಮಿಸಬಹುದೇ?





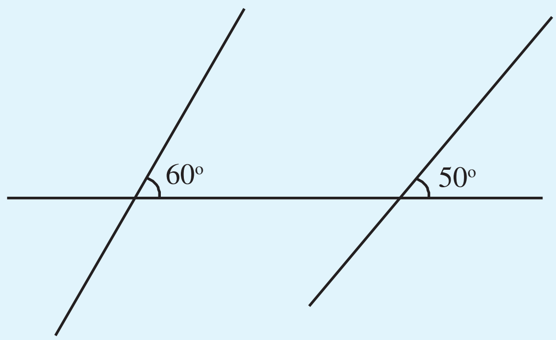
ಇನ್ನು, ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಇವುಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆಯೇ?

ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಮೇಲಕ್ಕೆ ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ ಏನು ಸಂಭವಿಸುವುದು?

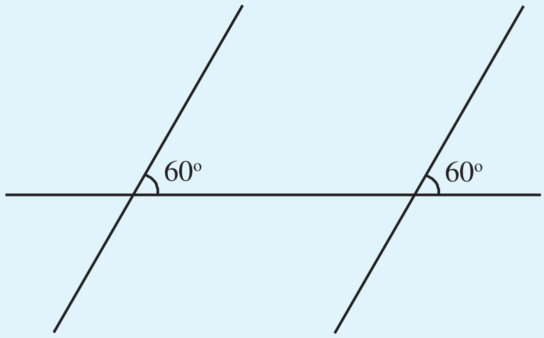
ಹೀಗಾದರೋ?



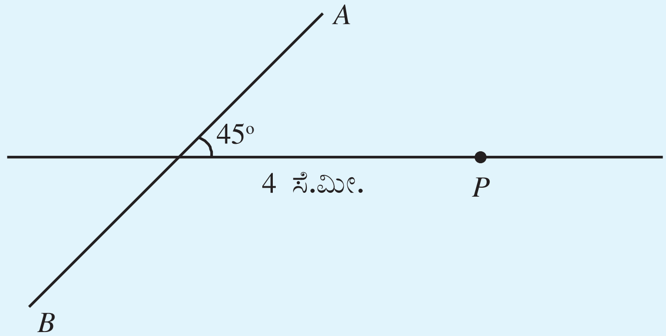
ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಮೇಲಕ್ಕೆ ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ ಸಂಗಮಿಸಬಹುದೇ?

ಕೆಳಕ್ಕೆ ಮುಂದುವರಿಸಿದರೋ?

ಸಂಗಮಿಸದಿರಲು, ಬಲಬದಿಯ ಗೆರೆಯ ಬಾಗುವಿಕೆಯನ್ನು ಎಷ್ಟು ಡಿಗ್ರಿ ಮಾಡಬೇಕು.

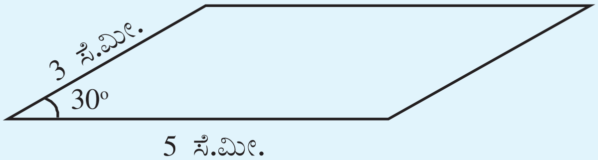


ಇನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿರುವ ಒಂದು ಚಿತ್ರವನ್ನು ನಿಮ್ಮ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿರಿ.



P ಯ ಮೂಲಕ AB ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಲಿರುವ ಸುಲಭ ದಾರಿ ಯಾವುದು?

ಈ ಕೆಳಗೆ ರಚಿಸಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎರಡು ಜೊತೆ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆ.

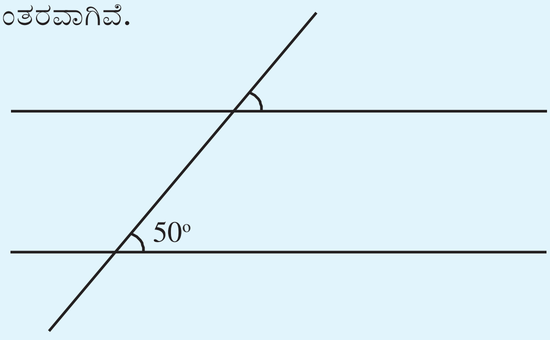


ಈ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಇದೇ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದೇ?

ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಇಂತಹ ಚತುರ್ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ (parallelogram) ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

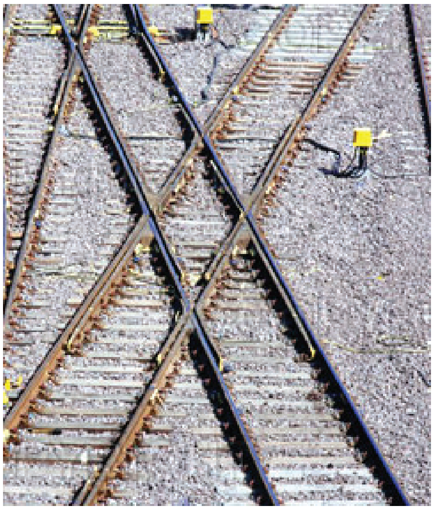
ಸಮಾನಾಂತರವೂ ಕೋನಗಳೂ

ಈ ಕೆಳಗಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಮೇಲಿನ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆ.

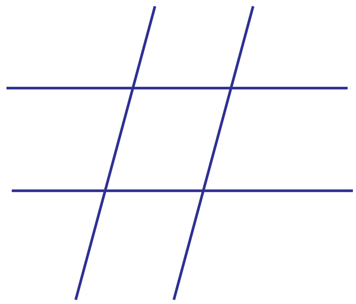


ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿರುವ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

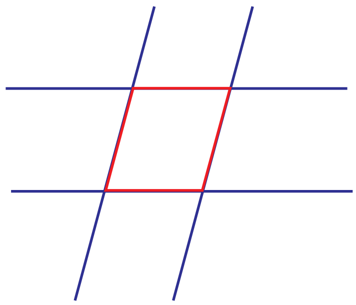
ಸಮಾನಾಂತರಗಳು ಖಂಡಿಸುವಾಗ



ಒಂದು ಜೊತೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು. ಅವುಗಳನ್ನು ಭೇದಿಸಿಕೊಂಡು ಮತ್ತೊಂದು ಜೊತೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.



ಇವುಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

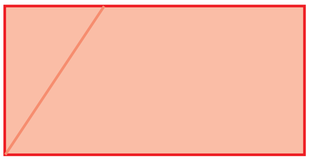


ಈ ಆಕೃತಿಯ ಹೆಸರೇನು?

ಆಯತವೂ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವೂ

ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡಿನಿಂದ ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

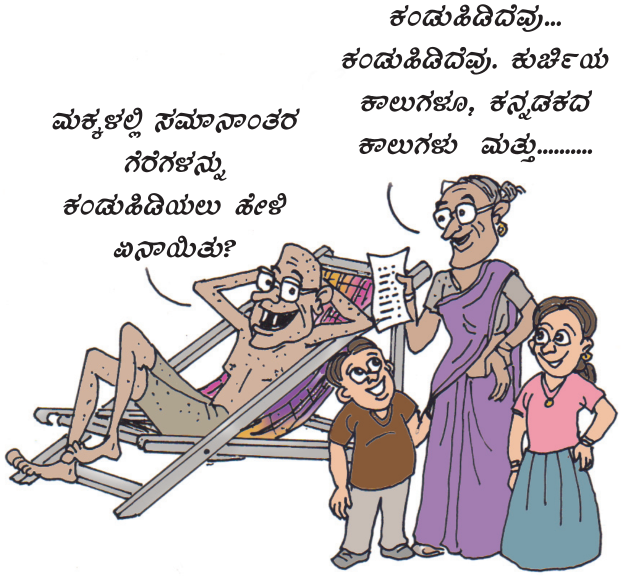
ಈ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.



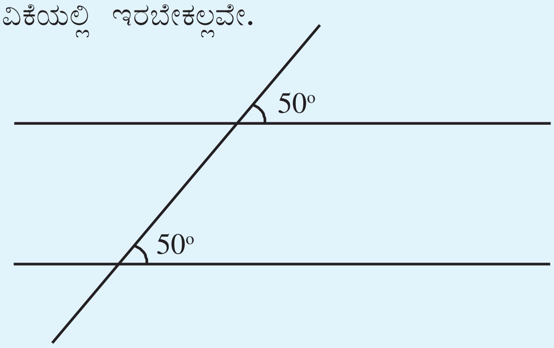
ಈ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಇನ್ನೊಂದು ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಿ ಇಟ್ಟರೋ?

ಇದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆಯೇ?

ಯಾಕಾಗಿ?

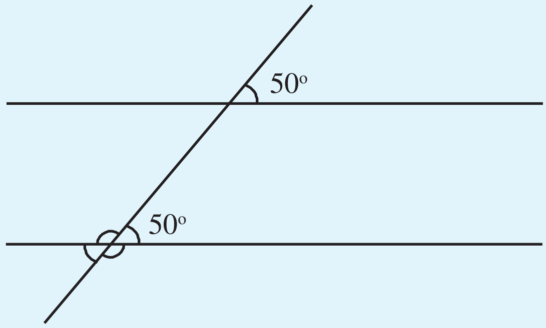


ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು, ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ಗೆರೆಯೊಂದಿಗೆ ಸಮಾನ ಬಾಗುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕಲ್ಲವೇ.

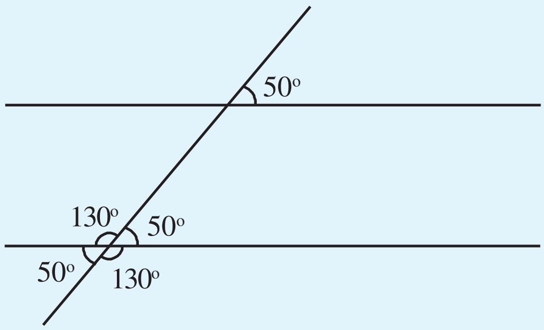


ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

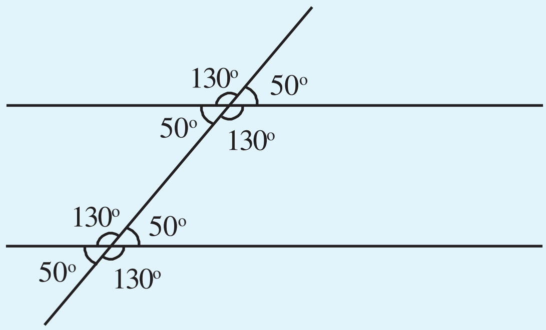
ಮೊದಲು ಕೆಳಗಿರುವ ಇತರ ಮೂರು ಕೋನಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



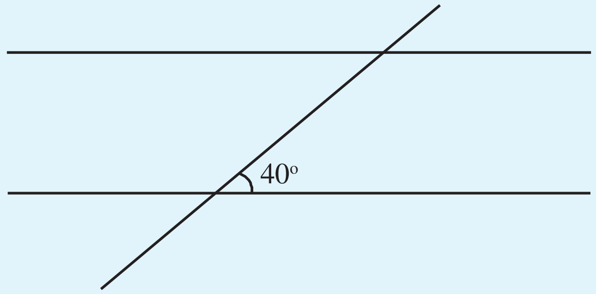
ಎರಡು ಗೆರೆಗಳು ಖಂಡಿಸುವಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧಗಳು ಯಾವುವು?



ಇದರಂತೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.



ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಮೇಲಿನ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆ.

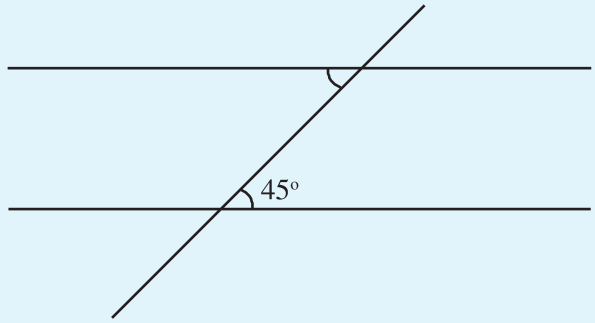


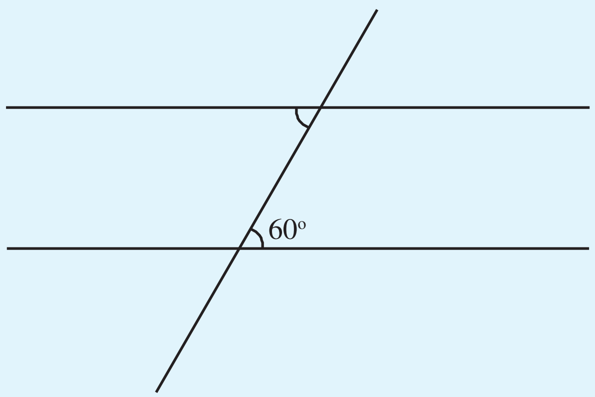
ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಇತರ ಏಳು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಇಲ್ಲಿ ಕಂಡುಕೊಂಡ ವಿಷಯವನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

> ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಗೆರೆಯು ಖಂಡಿಸುವಾಗ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಕೋನಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ.

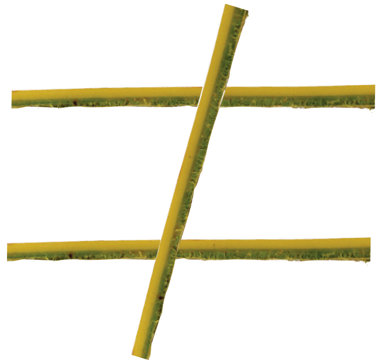
ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಗೆರೆಗಳು ಅವುಗಳನ್ನು ಭೇದಿಸುವ ಮೂರನೇ ಗೆರೆ ಇದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲೂ ಒಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಮತ್ತೊಂದು ಕೋನವನ್ನು ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.



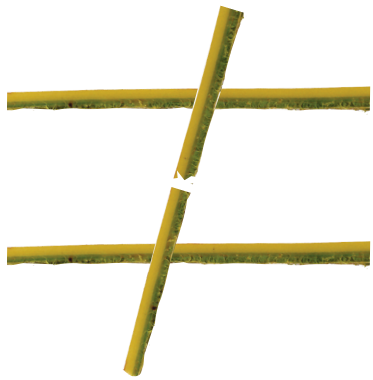


ಬದಲಾಗದ ಆಕೃತಿ

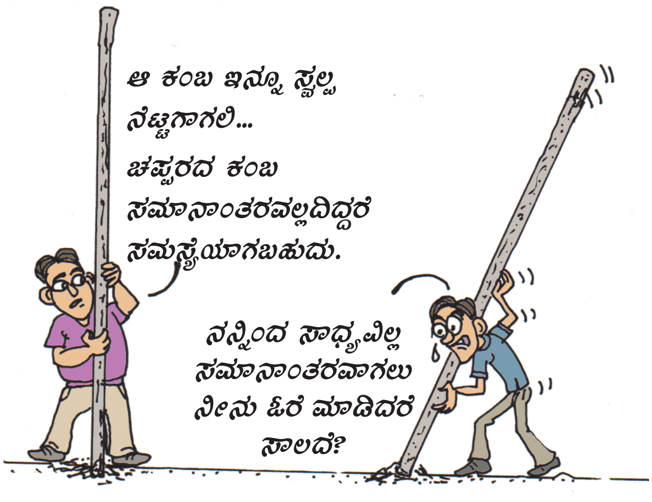
ಎರಡು ಮಡಲ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಇಡಬೇಕು. ಇದರ ಅಡ್ಡಕ್ಕೆ ಮತ್ತೊಂದು ಮಡಲ ಕಡ್ಡಿ ಇಟ್ಟು ಸರಿಯಾಗಿ ಅಂಟಿಸಿರಿ.



ಇನ್ನು ಈ ಆಕೃತಿಯ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ತುಂಡರಿಸಿ ಎರಡು ಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿರಿ.



ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಭಾಗದ ಮೇಲೆ ಇರಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಕೋನಗಳು ನಿಖರವಾಗಿ ಸೇರಿದೆಯಲ್ಲವೇ?



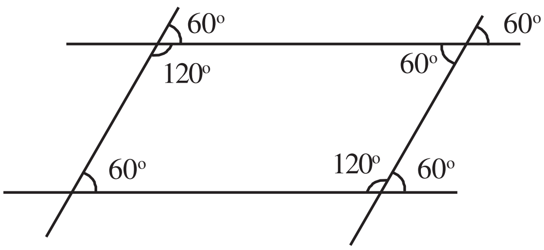
ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳು

ಒಂದು ಆಯತದ ಕೋನಗಳೆಲ್ಲವು ಲಂಬ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆಯಲ್ಲವೇ?

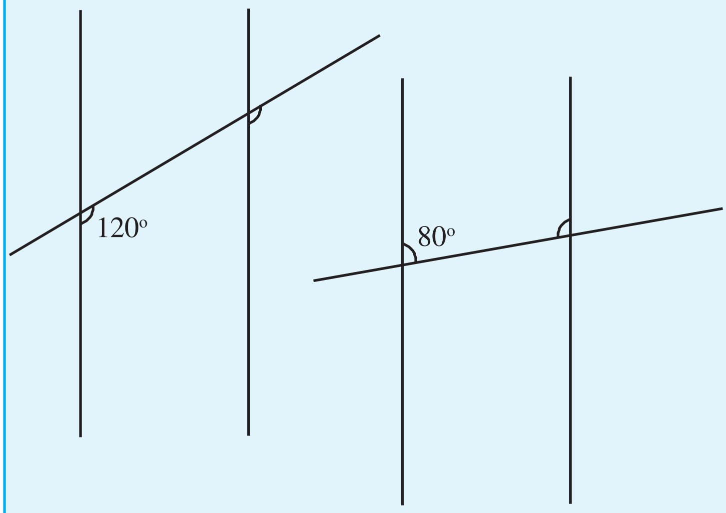
ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲೋ?

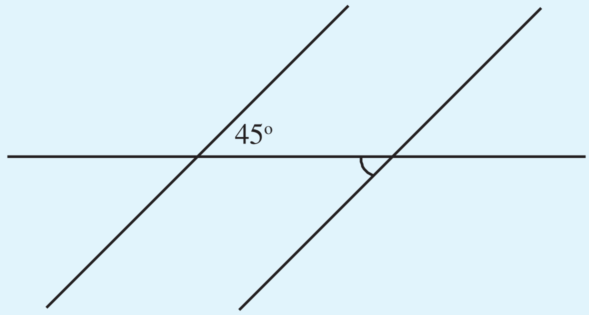
ಮೊದಲ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಇತರ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಭುಜಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಮುಂದುವರಿಸಿ ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.



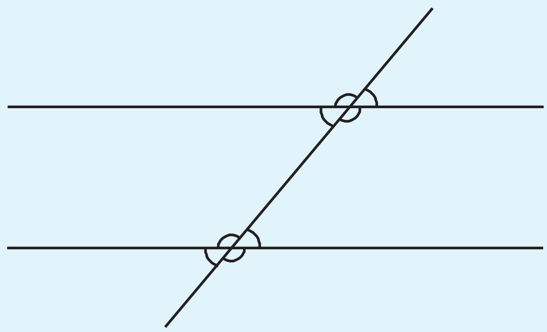
ಇದರಂತೆ ಎರಡನೇ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?





ಕೋನಗಳ ಹೊಂದಿಕೆಗಳು

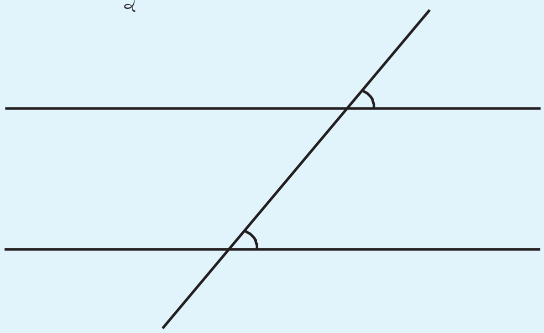
ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಗೆರೆ ಖಂಡಿಸುವಾಗ ಎಂಟು ಕೋನಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ.



ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಖಂಡಿಸುವ ಗೆರೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆ ಉಂಟುಮಾಡುವ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು ಮೇಲಿನ ಗೆರೆ ಉಂಟುಮಾಡುವ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳಿವೆ.

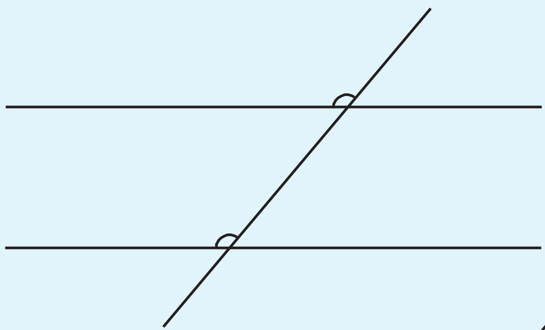
ಕೆಳಗಿನ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಒಂದೊಂದು ಕೋನಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಹಲವು ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು. ಕೆಲವು ಜೊತೆ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಸಮಾನವಲ್ಲದವುಗಳು ಪರಿಪೂರಕವಾಗಿವೆ.

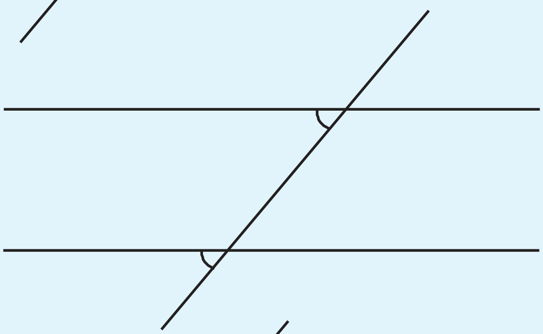
ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಇವುಗಳನ್ನು ಸೌಕರ್ಯಕ್ಕಾಗಿ ಎರಡಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಕೆಳಗಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿರುವ ಒಂದು ಜೊತೆ ಕೋನವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

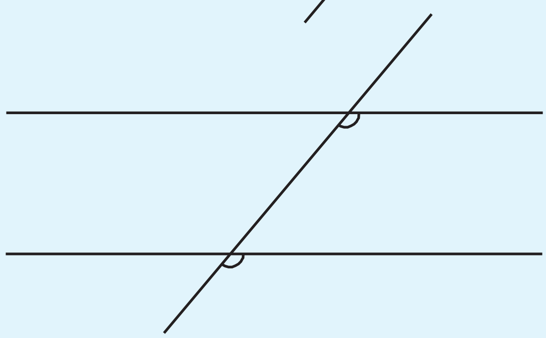


ಇದರಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿರುವ ಕೋನವು ಅಡ್ಡಕ್ಕಿರುವ ಗೆರೆಯ ಮೇಲೆಯೂ ಓರೆಯಾದ ಗೆರೆಯ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲೂ ಇರುವುದು. ಮೇಲಿನ ಕೋನವು ಅಡ್ಡಗೆರೆಯ ಮೇಲ್ಭಾಗದಲ್ಲೂ ಓರೆಯಾದ ಗೆರೆಯ ಬಲಭಾಗಕ್ಕೂ ಇದೆ.

ಇದರಂತೆ ಕೆಳಗೂ ಮೇಲೆಯೂ ಸಮಾನ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ ಇತರ ಮೂರು ಜೊತೆ ಕೋನಗಳೂ ಇವೆ.

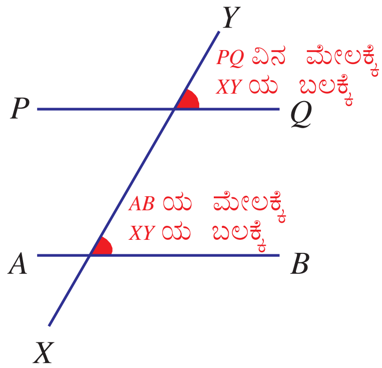


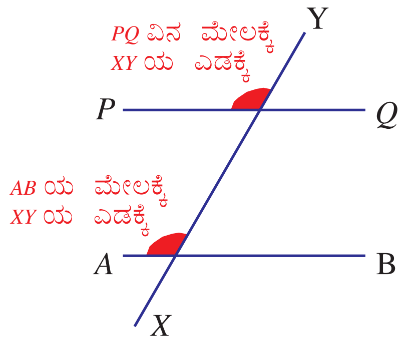


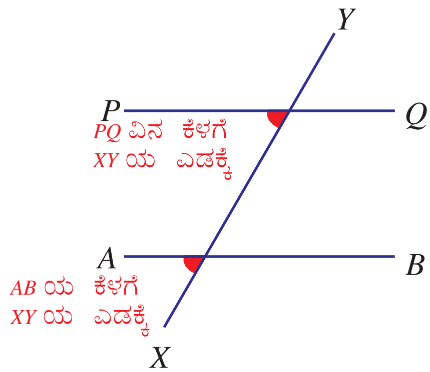


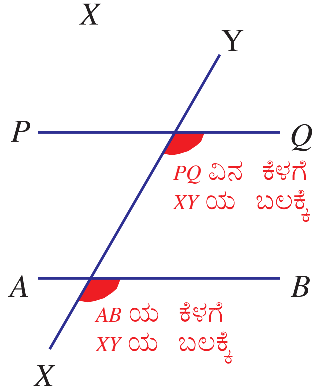
ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾದ ಇಂತಹ ಒಂದು ಜೊತೆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸಮಸ್ಥಾನೀಯ ಕೋನಗಳು (corresponding angles) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಸಮಸ್ಥಾನೀಯ ಕೋನಗಳು



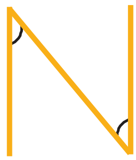






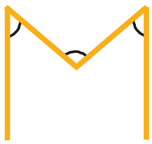
ಅಕ್ಷರಗಳಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳು

ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಅಕ್ಷರ N ಎಂಬುದನ್ನು ದೊಡ್ಡದಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.



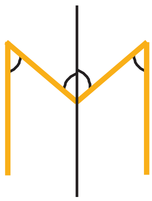
ಇದರಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿರುವ ಕೋನಗಳೊಳಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವೇನು?

ಇನ್ನು M ಎಂಬ ಅಕ್ಷರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

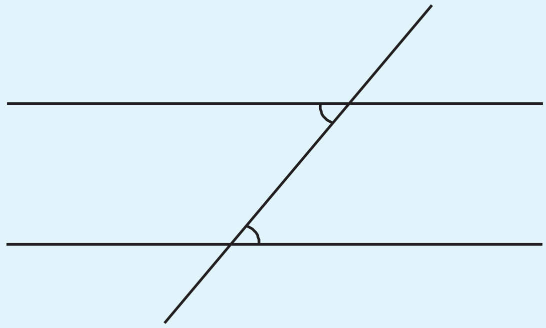


ಗುರುತಿಸಿರುವ ಮೂರು ಕೋನಗಳೊಳಗೆ ಏನಾದರೂ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೇ?

ಮಧ್ಯಭಾಗದ ಮೂಲಕ ನೆಟ್ಟಗೆ ಮತ್ತೊಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿದರೋ?



ಸಮಾನವಾದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ವಿಧದಲ್ಲಿ ಜೊತೆಗೊಳಿಸಬಹುದು. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿರುವ ಕೋನಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

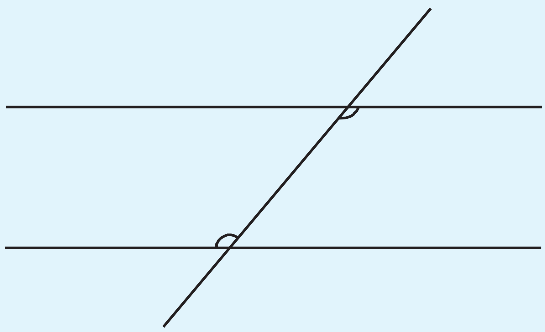


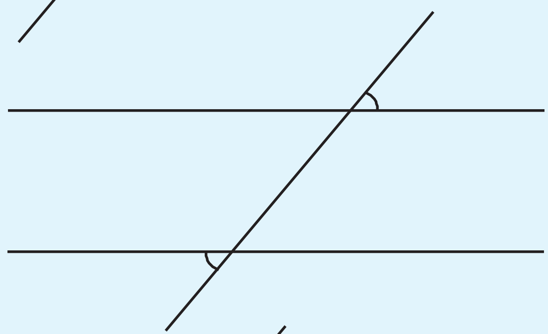
ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಕೆಳಗಿನ ಕೋನವು ಅಡ್ಡವಾದ ಗೆರೆಯ ಮೇಲೂ ಓರೆಯಾದ ಗೆರೆಯ ಬಲಕ್ಕೂ ಇದೆ.

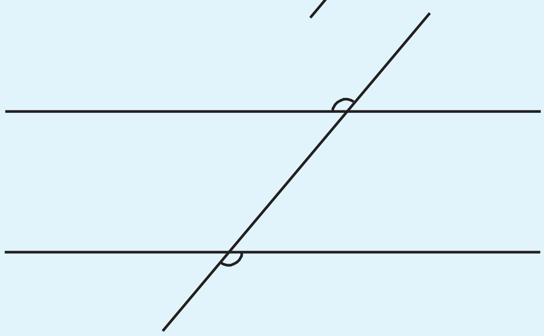
ಮೇಲಿನ ಕೋನವೋ?

ಅಡ್ಡ ಗೆರೆಯ ಕೆಳಗೆ ಹಾಗೂ ಓರೆಯಾದ ಗೆರೆಯ ಎಡ ಭಾಗದಲ್ಲಿದೆ.

ಇದರಂತೆ ಸಂಪೂರ್ಣ ವಿರುದ್ಧವಾದ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳನ್ನು ಇನ್ನೂ ಮೂರು ವಿಧದಲ್ಲಿ ಜೊತೆಗೊಳಿಸಬಹುದು.

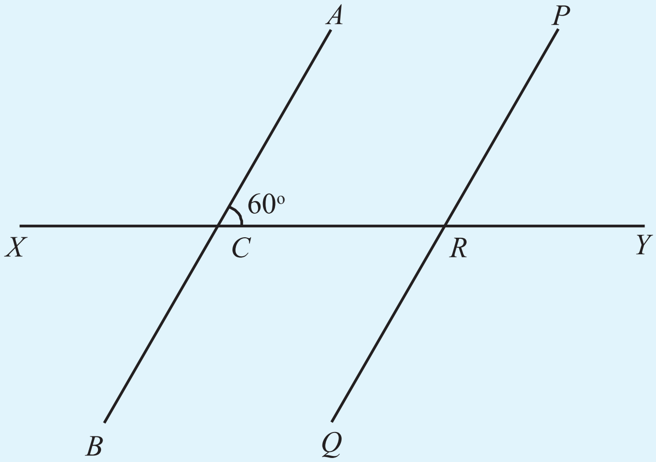






ಸ್ಥಾನ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿರುವ ಇಂತಹ ಒಂದು ಜೊತೆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಏಕಾಂತರ ಕೋನಗಳು (alternate angles) ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಭೇಧಿಸುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಹೆಸರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಸಮಸ್ಥಾನೀಯ ಕೋನಗಳ ಮತ್ತು ಏಕಾಂತರ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ ಅವುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಿರಿ.



ಸಮಸ್ಥಾನೀಯ ಕೋನಗಳು	
ಹೆಸರುಗಳು	ಅಳತೆ
$\angle ACY$, $\angle PRY$	60°

ಏಕಾಂತರ ಕೋನಗಳು	
ಹೆಸರುಗಳು	ಅಳತೆ
$\angle ACY$, $\angle QRX$	60°

ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ

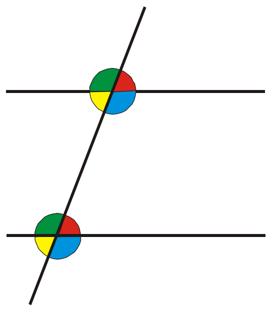
ಎರಡು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಗೆರೆ ಭೇದಿಸುವಾಗ ಒಂದನೆ ಗೆರೆಯೊಂದಿಗೆ ಉಂಟಾಗುವ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳಿಂದ ಮತ್ತು ಎರಡನೆ ಗೆರೆಯೊಂದಿಗೆ ಉಂಟಾಗುವ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳಿಂದ ಒಂದೊಂದನ್ನು ತೆಗೆದು ಹಲವು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಜೊತೆಗೊಳಿಸಬಹುದು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎಂಟು ಜೊತೆ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಕೋನಗಳ ಸ್ಥಾನಗಳ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಜೊತೆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸಮಸ್ಥಾನೀಯ ಕೋನಗಳೆಂದೂ ಉಳಿದ ನಾಲ್ಕು ಜೊತೆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಏಕಾಂತರ ಕೋನಗಳೆಂದು ಕರೆಯುವರು.

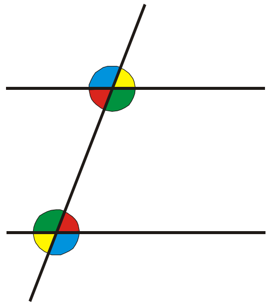
ಸಮಾನವೂ ವಿರುದ್ಧವೂ

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಮೊದಲ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಥಾನೀಯ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

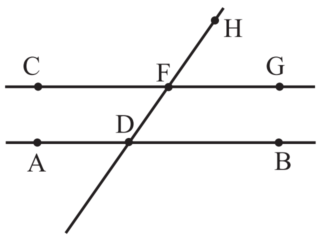
ಎರಡನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲೋ?



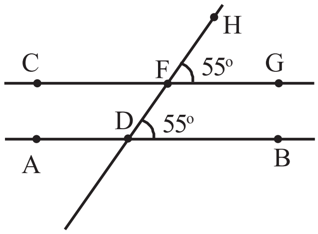


ಮೇಲಿನ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಬಣ್ಣ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಕೋನಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು?

ಜಿಯೋಜಿಬ್ರಾದಲ್ಲಿ AB ಎಂಬ ಗೆರೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ C ಯ ಮೂಲಕ ಇನ್ನೊಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ಗೆರೆಗಳಲ್ಲಿ D, F ಎಂಬೀ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಅವುಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಒಂದು ಗೆರೆ ಎಳೆಯಿರಿ. G, H ಎಂಬೀ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಗುರುತಿಸಿರಿ.



ಇನ್ನು Angle ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ G, F, H ಎಂಬೀ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿರಿ. ಅದರಂತೆ B, D, F ಎಂಬವುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿರಿ. ಈಗ ಈ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಎಷ್ಟೆಂದು ಕಾಣುವುದು.



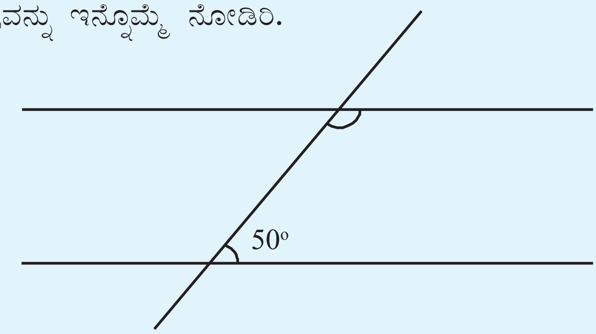
Move ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ F ನ ಸ್ಥಾನ ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

F, D ಎಂಬೀ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಇತರ ಕೋನಗಳನ್ನು ಇದರಂತೆ ಗುರುತಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಇನ್ನು ಕೋನಗಳಿಗೆ ಬಣ್ಣ ಕೊಡೋಣ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಕೋನದ ಚಿಹ್ನೆಯಲ್ಲಿ Right ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದಾಗ ಬರುವ ಒಂದು ವಿಂಡೋದಿಂದ Object properties ನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿರಿ. ಇದರಲ್ಲಿ Color ನಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಬಣ್ಣ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿರಿ. ಹೀಗೆ ಸಮಾನ ಅಳತೆಯುಳ್ಳ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಬಣ್ಣವನ್ನು ನೀಡಿರಿ.

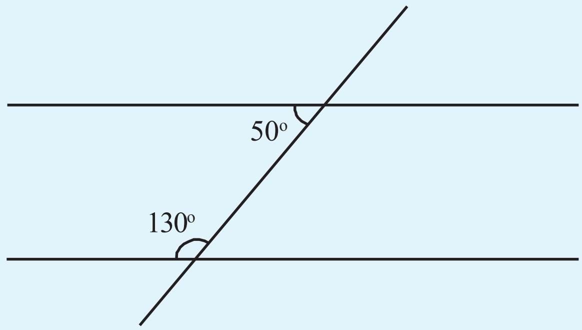
ಪರಿಪೂರಕಗಳು

ಎರಡು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಗೆರೆಯು ಭೇದಿಸುವ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ನೋಡಿರಿ.



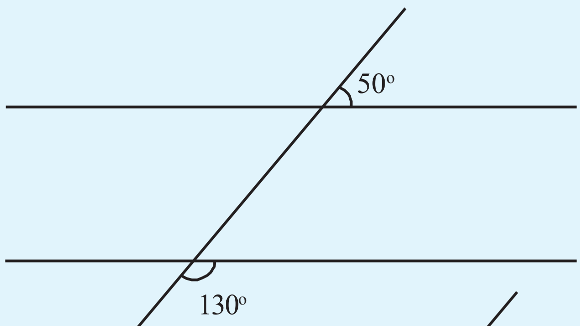
ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಮೇಲಿನ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿರುವ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟಾಗಿದೆ?

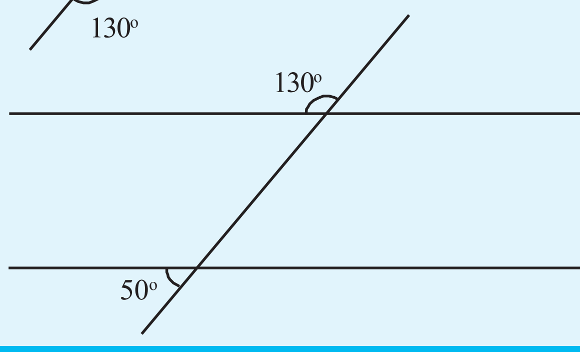
ಓರೆಯಾದ ಗೆರೆಯ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿಯೂ ಇದರಂತೆ ಪರಿಪೂರಕವಾದ ಒಂದು ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳು ಇವೆಯಲ್ಲವೆ.



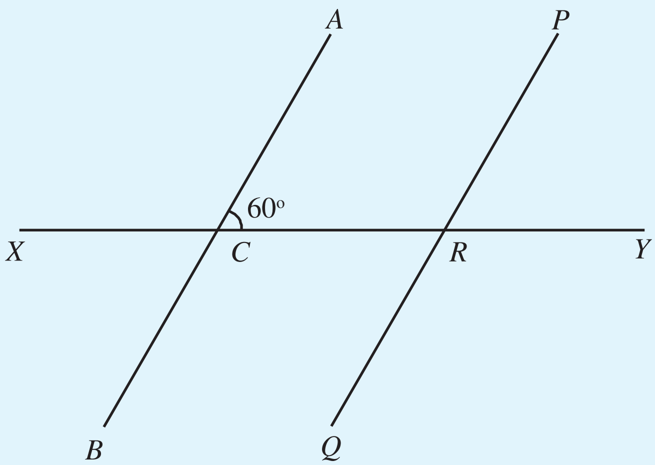
ಈ ಎರಡು ಜೊತೆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಆಂತರಿಕ ಸಹಕೋನಗಳು (co-interior angles) ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

ಇದರಂತೆ ಪರಿಪೂರಕವಾದ ಬಾಹ್ಯ ಸಹಕೋನಗಳ (co-exterior angles) ಎರಡು ಜೊತೆಗಳಿವೆ.





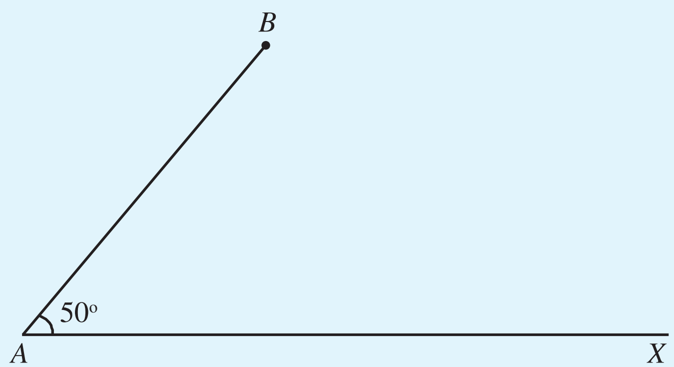
ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB, PQ ಎಂಬೀ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು XY ಎಂಬ ಗೆರೆ ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳು C, R. ಎಂಬವುಗಳಾಗಿವೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಆಂತರಿಕ ಸಹಕೋನಗಳ ಮತ್ತು ಬಾಹ್ಯ ಸಹಕೋನಗಳ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಅವುಗಳ ಹೆಸರು ಮತ್ತು ಅಳತೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



ಆಂತರಿಕ ಸಹಕೋನಗಳು	ಬಾಹ್ಯಸಹಕೋನಗಳು

ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳೂ ತ್ರಿಕೋನವೂ

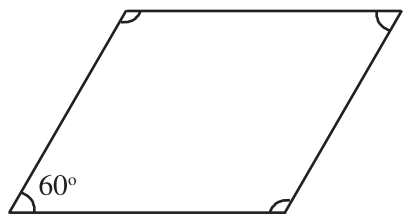
ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



B ಯಿಂದ ಆರಂಭವಾಗುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು AX ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ರಚಿಸಬೇಕು.

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳು

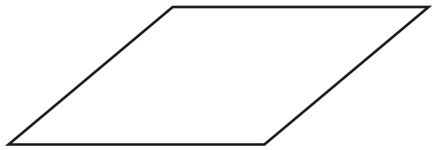
ಈ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



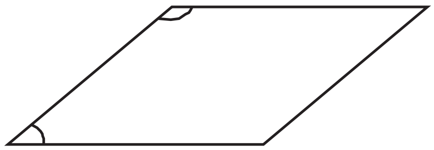
ಇದರಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದೇ?

ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತವೆಷ್ಟು?

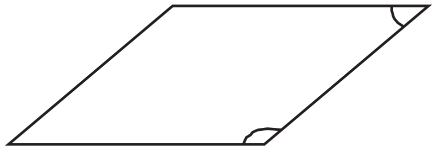
ಇನ್ನು ಈ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಯಾವುದೇ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಿಲ್ಲ. ಎಡಭಾಗದ ಮೇಲಿನ ಹಾಗೂ ಕೆಳಗಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವೆಷ್ಟು?



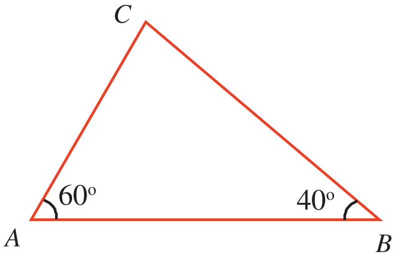
ಬಲಭಾಗದ ಮೇಲಿನ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವೆಷ್ಟು?



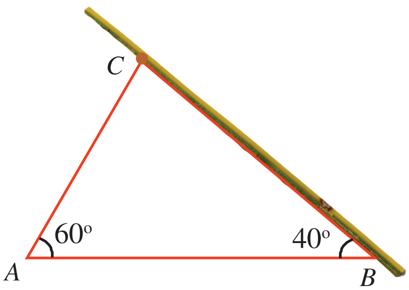
ಹಾಗಾದರೆ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತವೋ?

ತ್ರಿಕೋನವೂ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳೂ

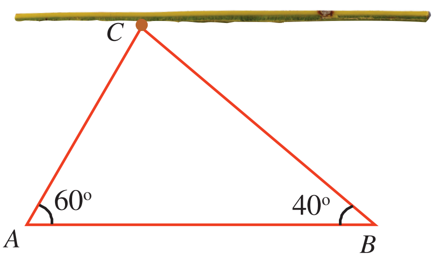
ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡಿನಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿರಿ.



ಇನ್ನು ಉದ್ದವಾದ ಒಂದು ಮಡಲಕಡ್ಡಿಯನ್ನು *BC* ಎಂಬ ಭುಜದೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸಿಟ್ಟು ಆಣಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಅದನ್ನು *C* ಯಲ್ಲಿ ಗಟ್ಟಿಗೊಳಿಸಿರಿ.



ಈ ಮಡಲ ಕಡ್ಡಿಯನ್ನು ಮೇಲಕ್ಕೆ ತಿರುಗಿಸಿ *AB* ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿಸಬೇಕು.



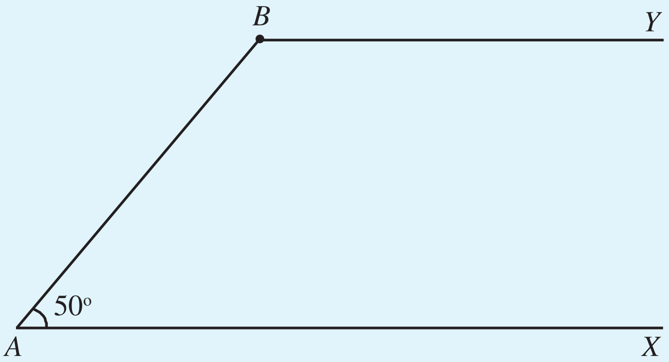
ಈಗ ಮಡಲಕಡ್ಡಿ *BC* ಯೊಂದಿಗೆ ಉಂಟು ಮಾಡುವ ಕೋನ ಎಷ್ಟು?

AC ಯೊಂದಿಗೆ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನವೋ?

ಹಾಗಾದರೆ ತ್ರಿಕೋನ *ABC*ಯಲ್ಲಿ ಕೋನ *C* ಯ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

ಹೇಗೆ ರಚಿಸಬಹುದು?

A ಯ ಮತ್ತು *B* ಯ ಕೋನಗಳು ಆಂತರಿಕ ಸಹಕೋನಗಳಾಗಿವೆಯಲ್ಲವೇ?

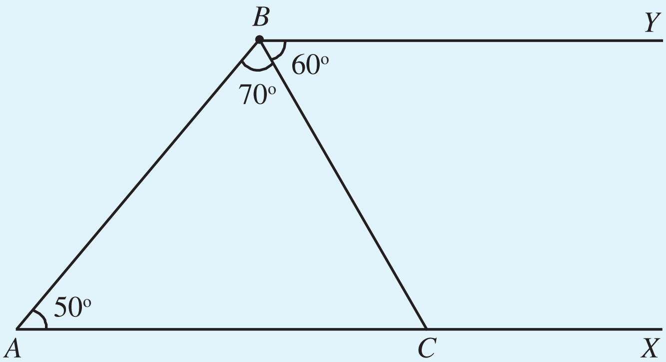


ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಈ ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಇನ್ನು ಅದೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ *B* ಯಿಂದ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಓರೆಯಾಗಿ ರಚಿಸಬೇಕು. *AB* ಯೊಂದಿಗಿನ ಕೋನ 70° ಆಗಿರಲಿ.

ಈ ಗೆರೆ *AX* ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿಲ್ಲ. ಅಲ್ಲವೇ?

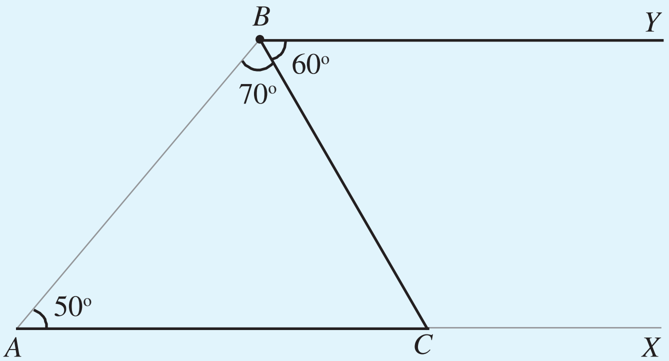
ಅದು *AX* ನ್ನು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುವು *C* ಎಂದಿರಲಿ.



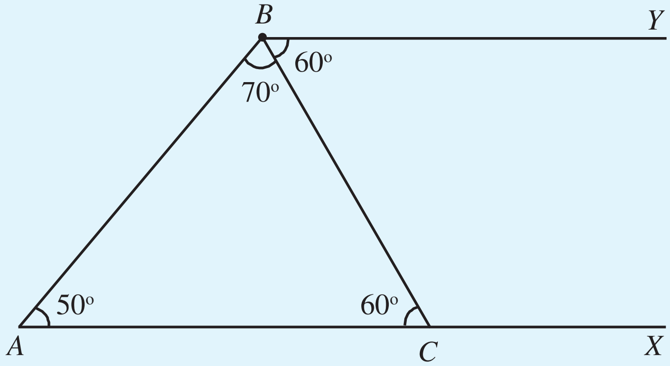
ಈಗ *ABC* ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆ.

ಅದರಲ್ಲಿ *A*, *B* ಎಂಬೀ ಶಿರಗಳ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು ತಿಳಿದಿದೆ, ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಕೋನ *C* ಯ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

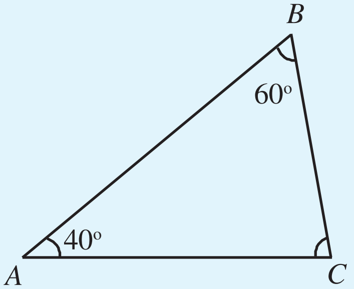
AC, *BY* ಇವುಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆ. ಈ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು *BC* ಎಂಬ ಗೆರೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ಗಮನಿಸಿರಿ.



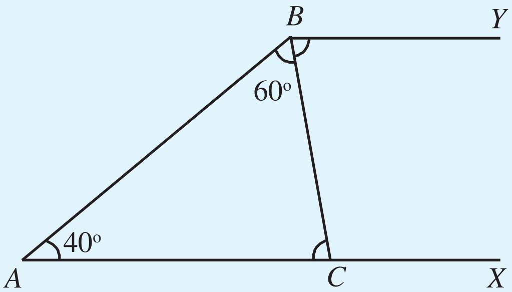
$\angle ACB$, $\angle CBY$ ಇವುಗಳು ಏಕಾಂತರ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆಯಲ್ಲವೇ.



ಇನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಕೋನ C ಯ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?



ಮೊದಲ ಚಿತ್ರದಂತೆ AC ಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿಯೂ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿಯೂ B ಯಿಂದ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದರೋ?



$\angle ACB$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ, ಇದು $\angle CBY$ ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ. ಯಾಕೆ?

$\angle CBY$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು $\angle ABY$ ಯನ್ನು ತಿಳಿದರೆ ಸಾಕು. ಅದು ಮತ್ತು $\angle A$ ಗಳು ಆಂತರಿಕ ಸಹಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.

ಆಗ....

$$\angle ABY = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

ಇದರಿಂದ

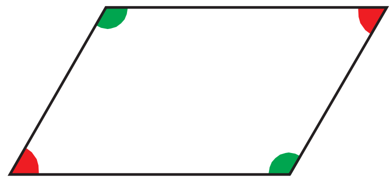
$$\angle CBY = 140^\circ - 60^\circ = 80^\circ$$

ಹೀಗೆ

$$\angle ACB = \angle CBY = 80^0$$

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವೂ ತ್ರಿಕೋನವೂ

ಈ ಕೆಳಗೆ ರಚಿಸಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

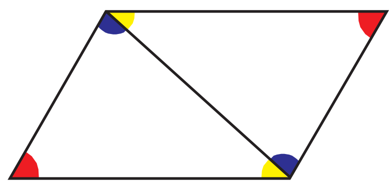


ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದಿಂದ ಗುರುತಿಸಿರುವ ಕೋನಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು?

ಹಸಿರು ಬಣ್ಣದಿಂದ ಗುರುತಿಸಿರುವ ಕೋನಗಳೊಳಗೋ?

ಕೆಂಪು ಮತ್ತು ಹಸಿರು ಬಣ್ಣಗಳಿರುವ ಕೋನಗಳೋ?

ಇನ್ನು ಈ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎರಡು ವಿರುದ್ಧ ಶಿರಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಬೇಕು. ಆಗ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನ ಗಳಾಗುವುದು.



ನೀಲಿ ಬಣ್ಣದ ಕೋನಗಳೊಳಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವೇನು?

ಹಳದಿ ಬಣ್ಣವಿರುವ ಕೋನಗಳೊಳಗೋ?

ಆಗ ವ್ಯತ್ಯಸ್ತ ಬಣ್ಣಗಳಿರುವ ಮೂರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಏನು ಸಿಗುವುದು?

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತವೆಷ್ಟು?

ಸಿದ್ಧಾಂತವೂ ಪುರಾವೆಗಳೂ

ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಎಂದು ಹೇಗೆ ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು?

ಹಲವು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಿ ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಸಾಕಾಗಬಹುದೇ? ಇದರಲ್ಲಿಲ್ಲದಿರುವ ಬೇರೆಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಆಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಖಾತರಿ ಪಡಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?

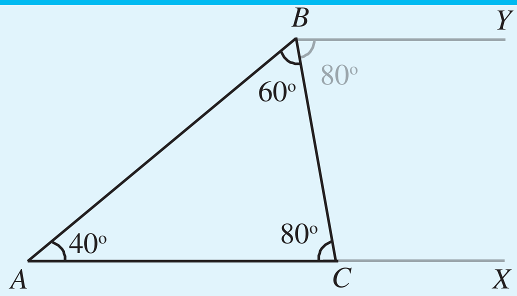
ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನಕ್ಕೂ ಒಂದು ಶಿರದ ಮೂಲಕ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ಗೆರೆ ಎಳೆಯಬಹುದು. ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಆಗಿದೆಯೆಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಹೀಗೆ ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಹಲವು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.

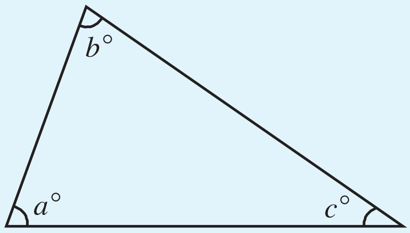
- ತ್ರಿಕೋನ ಬದಲಾದರೂ, ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಮೂಲಕ ಸಾಧಿಸುವ ಸತ್ಯಾಂಶವು ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೂ ಸರಿ ಹೊಂದುವುದು.

- ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಬೇಗನೆ ತಿಳಿಯಬಹುದು. ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಆಗಿದೆಯೆಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಸುಲಭವಲ್ಲ. ಇದು ಸರಳವಾದ ತತ್ವಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಸಂಕೀರ್ಣವಾದ ತತ್ವ ಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸುವುದರ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಯಾಗಿದೆ.

- ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಒಂದು ವಿಷಯದಿಂದ ಮತ್ತೊಂದಕ್ಕೆ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತರ್ಕಗಳನ್ನು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಆಗಿದೆಯೆಂಬ ಆಶಯವನ್ನಲ್ಲದೇ, ಅದರ ಕಾರಣವನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸುತ್ತದೆ.

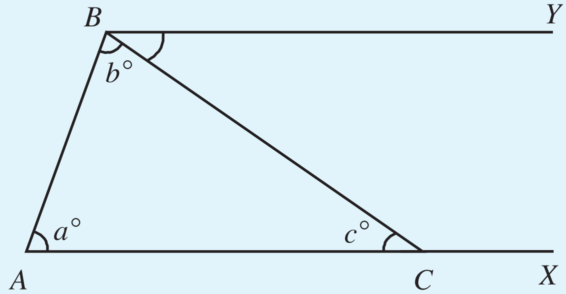


ಇನ್ನು ಈ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು a, b, c ಎಂಬ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇವುಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು?

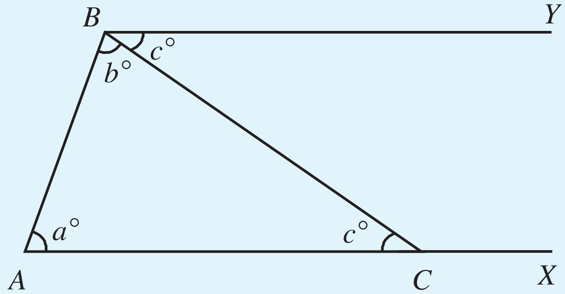
ಈ ಹಿಂದಿನಂತೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆ ರಚಿಸೋಣ.



ಚಿತ್ರದಿಂದ

$$\angle CBY = \angle ACB = c^\circ$$

ಎಂದು ಸಿಗುವುದು



ಈ ಚಿತ್ರದಿಂದ

$$\angle A + \angle ABY = 180^\circ$$

ಅಂದರೆ

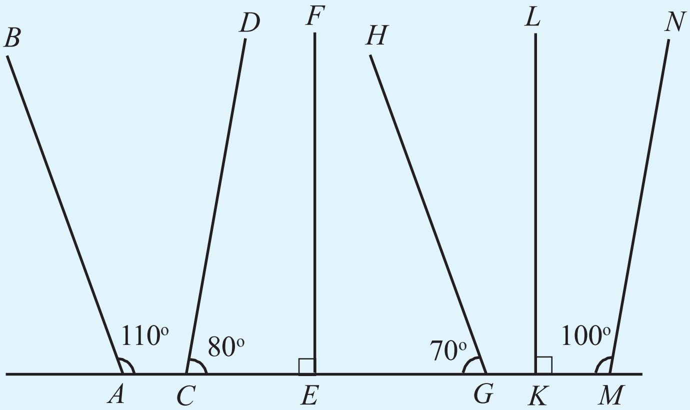
$$a + b + c = 180^{\circ}$$

ಇದರಿಂದ ಏನು ತಿಳಿಯಿತು?

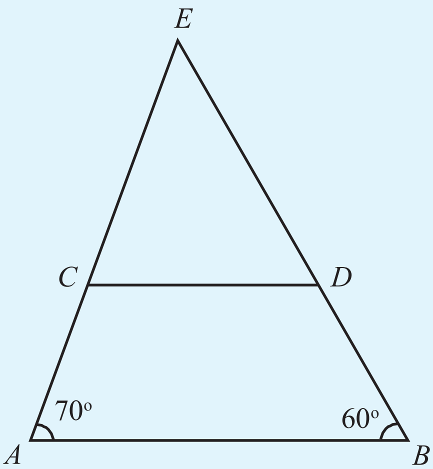
ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಆಗಿದೆ.

ಮಾಡಿ ನೋಡುವ.

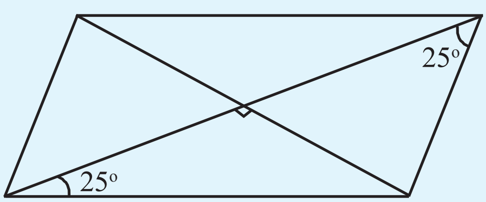
- ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಗೆರೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನಾಂತರಗಳಾದ ಜೊತೆ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



- ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆ. ತ್ರಿಕೋನದ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

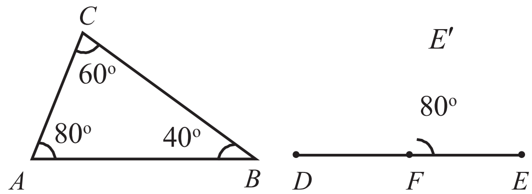


- ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಬದಲಾಗದ ಸಂಬಂಧ

ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ Polygon ಟೂಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನ ABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. Angle ಟೂಲನ್ನು ತೆಗೆದು ತ್ರಿಕೋನದ ಒಳಗೆ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದರೆ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಕಾಣಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.



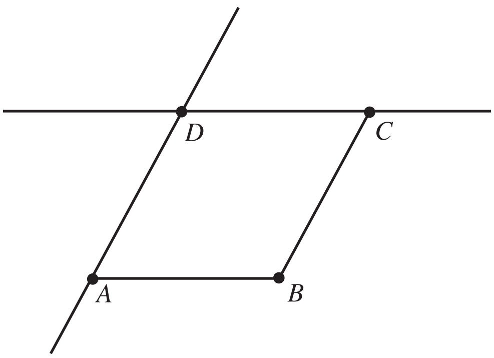
ಇನ್ನು DE ಎಂಬ ಗೆರೆ ರಚಿಸಿ ಅದರಲ್ಲಿ ಬಿಂದು F ನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. Angle with given size ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ E ಯಲ್ಲೂ F ನಲ್ಲೂ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿರಿ. ತೆರೆದು ಬರುವ ವಿಂಡೋದಲ್ಲಿ Angle ಆಗಿ α ಎಂದು ನೀಡಿ OK ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿರಿ. ಈಗ ಹೊಸತೊಂದು ಬಿಂದು E' ಲಭಿಸುವುದು. ಇದೇ ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ $E'F$ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿ Angle β ಎಂದು ನೀಡಿರಿ. ಹೊಸತೊಂದು ಬಿಂದು E'' ಸಿಗುವುದು. $E''\,F$ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿ Angle γ ಎಂದು ನೀಡಿರಿ. FE', FE'' ಎಂಬೀ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಹೀಗೆ ಲಭಿಸುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle EFE' = \angle A$, $\angle E'FE'' = \angle B$, $\angle E''FE''' = \angle C$ ಆಗಿರುವುದು. ಎರಡು ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಸಮಾನ ಅಳತೆಗಳ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಒಂದೇ ಬಣ್ಣ ನೀಡಿರಿ.

Move ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಕೋನಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಬಲಭಾಗದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿಯೂ ಕೆಲವೊಂದು ಬದಲಾವಣೆ ಬರುವುದಿಲ್ಲವೇ? ಇಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗದೆ ಇರುವುದು ಯಾವುದು?

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸುವ

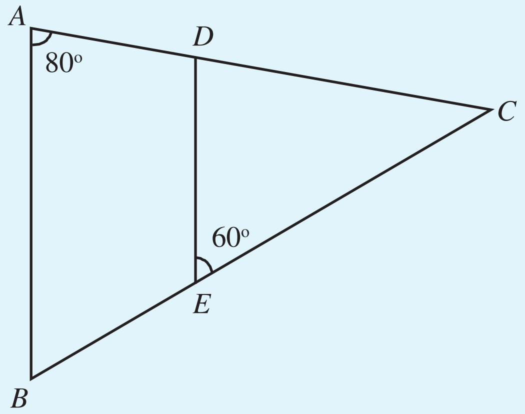
ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸುವ.

AB, *BC* ಎಂಬೀ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. Parallel line ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ *AB* ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ *C* ಯ ಮೂಲಕ, *BC* ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ *A* ಯ ಮೂಲಕವೂ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ಗೆರೆಗಳು ಸಂಗಮಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು *D* ಎಂದು ಗುರುತಿಸಿರಿ. Polygon ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ *ABCD*ಯನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಿರಿ. ಅಗತ್ಯವಿಲ್ಲದಿರುವ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಅಳಿಸಿರಿ.

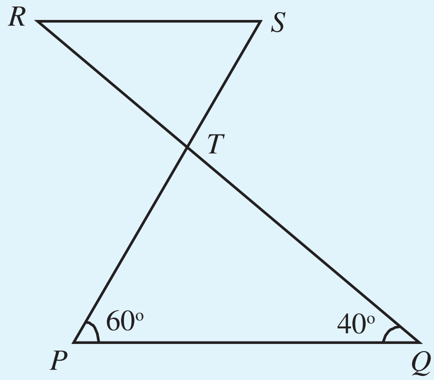


AB ಎಂಬ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ Right click ಮಾಡಿ ತೆರೆದು ಬರುವ ವಿಂಡೋದಲ್ಲಿ Trace on ಎಂಬುದರ ಎದುರಿಗೆ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿರಿ. ಇದರಂತೆ *BC* ಎಂಬ ಗೆರೆಗೂ Trace on ನೀಡಿರಿ. ಇನ್ನು Move ಟೂಲನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಳಗೆ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿ ಹಿಡಿದುಕೊಂಡು ನೇರವಾಗಿ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಎಳೆದು ನೋಡಿರಿ. ಏನು ಸಿಗುವುದು.

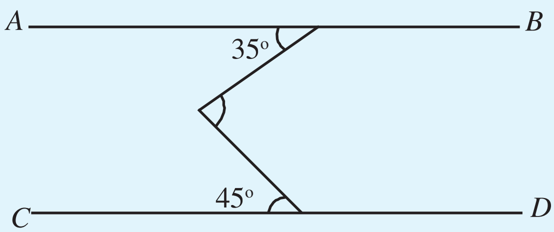
- ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ *AB* ಯು *DE* ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದೆ. ಎರಡೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



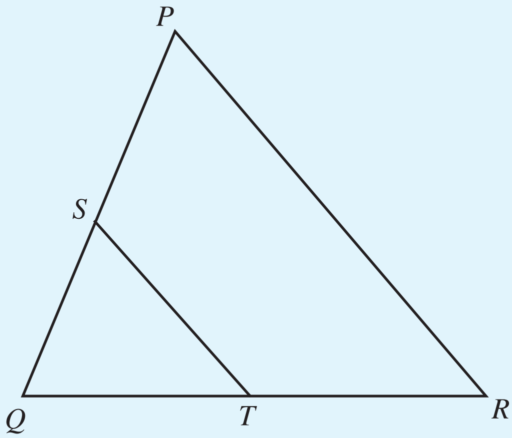
- *PQ* ಮತ್ತು *RS* ಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



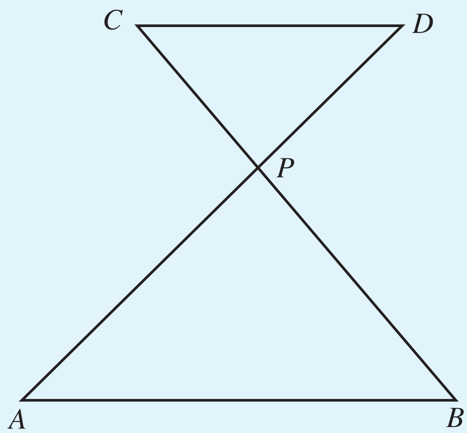
- ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ *AB* ಯು *CD* ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದೆ. ಮೂರನೇ ಕೋನದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



- *PR* ಮತ್ತು *ST* ಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆ. ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿನ ಮತ್ತು ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು?



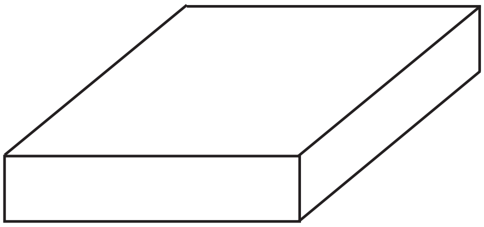
- *AB* ಯು *CD* ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದೆ. ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿನ ಮತ್ತು ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು?

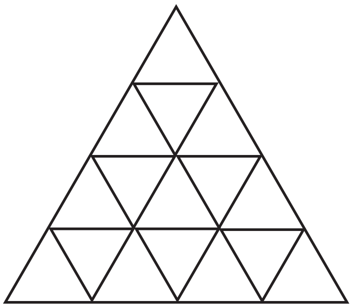


- *AB* ಎಂಬ ಗೆರೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ *CD* ಎಂಬ ಮತ್ತೊಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಈ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಖಂಡಿಸುವಂತೆ *EF* ಎಂಬ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. *EF* ಎಂಬ ಗೆರೆಯು *AB*, *CD* ಎಂಬೀ ಗೆರೆಗಳನ್ನು *M*, *N* ಎಂಬೀ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಖಂಡಿಸುತ್ತದೆ. ಈಗ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಇತರ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಅಳೆದು ನೋಡದೆ ಬರೆಯಿರಿ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಥಾನೀಯ ಕೋನಗಳು, ಏಕಾಂತರ ಕೋನಗಳು, ಸಹಕೋನಗಳು ಎಂಬಿವುಗಳ ಜೊತೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ಬರೆಯಿರಿ.

ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ

ಜಿಯೋಜಿಬ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.





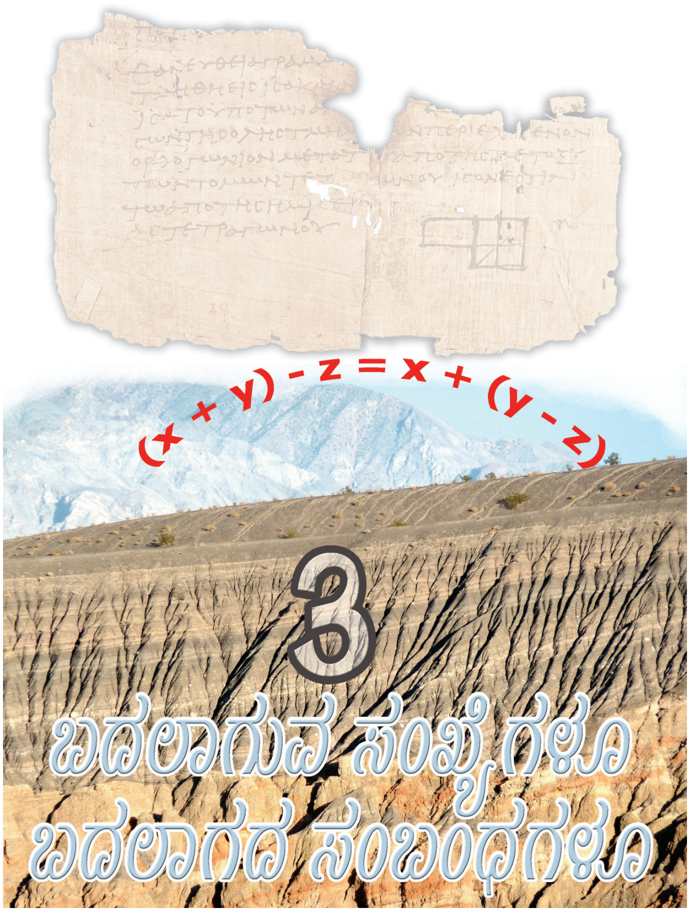
ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲು Regular Polygon ಟೂಲನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

ಪುನರವಲೋಕನ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಟೀಚರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ
• ಸಮಾನ ಅಂತರವಿರುವ ಗೆರೆಗಳು ಎಂಬ ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ಬಾಗುವಿಕೆ/ಲಂಬ ಇವುಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವುದು ಇವುಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.			
• ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ಎರಡು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಗೆರೆಯು ಖಂಡಿಸುವಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಒಂದು ಕೋನವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿರುವುದಾದರೆ ಇತರ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.			
• ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಲು ಐ.ಸಿ.ಟಿ. ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು			
• ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳಲ್ಲಿನ ಸಮಸ್ಥಾನೀಯ ಕೋನಗಳು, ಏಕಾಂತರ ಕೋನಗಳು, ಸಹಕೋನಗಳು ಇವುಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.			
• ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಆಗಿದೆ ಎಂದು ಯುಕ್ತಿ ಸಹಿತ ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.			

3

ಬದಲಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ
ಬದಲಾಗದ ಸಂಬಂಧಗಳೂ



ಬದಲಾಗದ ಸಂಬಂಧ

ವಿಭಿನ್ನ ಗಾತ್ರದ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಭುಜಗಳ ಅಳತೆ ಬದಲಾದಂತೆ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಬದಲಾಗುವುದು. ಎಂದರೆ ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಅದರ ಭುಜದ ನಾಲ್ಕು ಮಡಿಯೇ ಆಗಿದೆ. ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಭುಜದ ಉದ್ದದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೇ ಸಿಗುವುದು.

ಹೀಗೆ ಅಳತೆಗಳು ಬದಲಾದರೂ ಅವುಗಳೊಳಗಿನ ಕೆಲವು ಸಂಬಂಧಗಳು ಬದಲಾಗದ ಅನೇಕ ಸಂದರ್ಭಗಳಿವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಕಬ್ಬಿಣದಿಂದ ತಯಾರಿಸಿದ ವಿವಿಧ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, ಅವುಗಳ ಘನಫಲ ಮತ್ತು ಭಾರವು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿರುವುದು. ಆದರೆ ಈ ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಭಾರವನ್ನು ಘನಫಲದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ 7.8 ಮಾತ್ರ ಲಭಿಸುವುದು. ಇದನ್ನು ಕಬ್ಬಿಣದ ಸಾಂದ್ರತೆ ಎನ್ನುವರು. ಕಬ್ಬಿಣದ ಬದಲು ತಾಮ್ರದಿಂದ ತಯಾರಿಸಿದ ವಸ್ತುಗಳಲ್ಲಿ ಭಾರವನ್ನು ಘನಫಲದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ 8.9 ಲಭಿಸುವುದು. ಇದು ತಾಮ್ರದ ಸಾಂದ್ರತೆಯಾಗಿದೆ.

ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ಬದಲಾಗದ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಸೂಚಿಸುವರು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕಬ್ಬಿಣದಿಂದ ತಯಾರಿಸಿದ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಭಾರ w ಎಂದೂ ಘನಫಲ v ಎಂದೂ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ,

$$w = 7.8v$$

ಕಬ್ಬಿಣದ ಬದಲು ತಾಮ್ರವಾದರೆ ಈ ಸಂಬಂಧವು

$$w = 8.9v$$

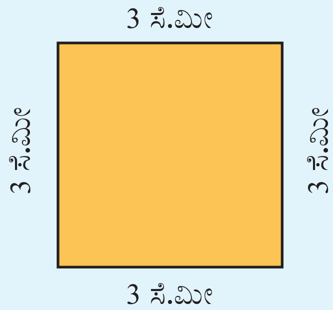
ಎಂದಾಗುವುದು. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಭಾರ w, ಘನಫಲ v, ಆ ವಸ್ತುವನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದ ಪದಾರ್ಥದ ಸಾಂದ್ರತೆ d ಎಂದಾದರೆ ಈ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಬಂಧವನ್ನು

$$w = dv$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಅಳತೆಗಳ ಸಂಬಂಧ

ಒಂದು ಚೌಕದ ಉದ್ದ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟು?



ಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೋ?

ಯಾವುದೇ ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಅದರ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದದ ನಾಲ್ಕು ಮಡಿಯಾಗಿರುವುದಲ್ಲವೇ. ಇದನ್ನು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆದದ್ದು ನೆನಪಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

ಚೌಕದ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು s ಎಂಬ ಅಕ್ಷರದಿಂದಲೂ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು p ಎಂಬ ಅಕ್ಷರದಿಂದಲೂ ಸೂಚಿಸಿದರೆ,

$$p = 4 \times s$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಹೀಗೆ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ $\times$ ಎಂಬ ಗುಣಾಕಾರ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬರೆಯ ಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ (ಅದರ ಕಾರಣವೂ) ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಯಾವುದೇ ಚೌಕದ ಭುಜದ ಉದ್ದ s ಹಾಗೂ ಸುತ್ತಳತೆ p ಆದರೆ ಇವುಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು

$$p = 4s$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಚೌಕದ ಬದಲು ಆಯತವಾದರೋ?

ಎರಡು ವ್ಯತ್ಯಸ್ಥ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವು ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹೇಗೆ?

ಭುಜಗಳ ಅಳತೆ l, b ಎಂದೂ ಸುತ್ತಳತೆ p ಎಂದೂ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ p, l, b ಎಂಬಿವುಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು?

ಆಯತದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಗೆ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು?

ಸಂಖ್ಯಾಸಂಬಂಧ

ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

$$1 + 2 = 3$$
$$2 + 3 = 5$$
$$3 + 4 = 7$$

ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

$$(2 \times 1) + 1 = 3$$
$$(2 \times 2) + 1 = 5$$
$$(2 \times 3) + 1 = 7$$

ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಇಮ್ಮಡಿಗೆ ಒಂದನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು.

ಎರಡೂ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಉತ್ತರ ಲಭಿಸುವುದು ಯಾಕೆ?

ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ಮೊದಲು ಸೂಚಿಸಿದ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಮಾಡಿರಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 7ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿರಿ. ಅದರ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ 8; ಮೊತ್ತ

$$7 + 8 = 15$$

ಇದರಲ್ಲಿ 8 ನ್ನು 7 + 1 ಎಂದು ಬರೆದರೋ?

$$7 + 7 + 1 = (2 \times 7) + 1 = 15$$

ಎಂದು ಲಭಿಸುವುದು. ಇಲ್ಲಿ 7 ರ ಬದಲು ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಲಭಿಸುವುದು. ಎಂದರೆ

> ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಮುಂದಿನ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮೊದಲ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಮಡಿಗೆ ಒಂದನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿದೆ.

ಇಲ್ಲಿ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ ಆಗಬೇಕೆಂದಿದೆಯೇ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಅರ್ಧ ಎಂಬ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸುವ. ಅದರ ಹತ್ತಿರದ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಹೇಳುವುದರಲ್ಲಿ ಅರ್ಥವಿಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ ಅದರೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಹೇಳುವ. ಎಂದರೆ ಅರ್ಧದೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಒಂದುವರೆ ಲಭಿಸುವುದು. ಅರ್ಧ ಮತ್ತು ಒಂದುವರೆ ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಎರಡು.

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಅರ್ಧದ ಎರಡು ಪಾಲು ಎಂದರೆ ಒಂದು. ಅದರೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಎರಡು. ಎಂದರೆ

$$\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} + 1\right) = \left(2 \times \frac{1}{2}\right) + 1$$

ಅಳತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ವಿಭಿನ್ನರೀತಿಯ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಲು ನಾವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಲು ಆರಂಭಿಸಿದೆವು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 'ಜನರ ದೊಡ್ಡ ಗುಂಪು' ಎಂದು ಹೇಳುವ ಬದಲು 'ನೂರು ಮಂದಿ' ಎಂದು ಹೇಳುವಾಗ ಹೆಚ್ಚು ಸ್ಪಷ್ಟತೆ ಲಭಿಸುತ್ತದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ 'ತುಂಬಾ ದೂರ ನಡೆದೆನು' ಎಂದು ಹೇಳುವ ಬದಲು 'ಎರಡುವರೆ ಕಿಲೋಮೀಟರ್' ನಡೆದೆನು ಎಂದು ಹೆಚ್ಚು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು.

ಉದ್ದ, ಭಾರ ಮತ್ತು ಸಮಯಗಳನ್ನು ನಾವು ಉಪಕರಣ ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಅಳೆಯಬಹುದು. ಆದರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಘನಫಲ, ಸಾಂದ್ರತೆಗಳನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ಅಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಅವುಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬೇಕಾಗುವುದು. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಆಯತಾಕಾರದ ಗಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅದರ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರವನ್ನು ಅಳೆದು ಲಭಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

ಕ್ರಮೇಣ ಜನರು ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಡದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕ್ರಿಯೆಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಆಲೋಚಿಸಲು ತೊಡಗಿ ದರು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ

> ಒಂದು ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದರ ಬದಲು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳೆದು ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತದ ಇಮ್ಮಡಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿದರೆ ಸಾಕಾಗಬಹುದು.

ಈ ನಿಗಮನದ ಮುಂದುವರಿಕೆ ಎಂಬಂತೆ

> ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಗುಣಿಸಿ ಕೂಡಿಸುವುದರ ಬದಲು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಎರಡರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕು. ಇದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಖ್ಯಾತತ್ವವಾಗಿದೆ.

ಕಾಲಕ್ರಮೇಣ ಈ ತತ್ವವನ್ನು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ

$$2x + 2y = 2(x + y)$$

ಎಂಬ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾದ ಗಣಿತ ಭಾಷೆಯನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡೆವು.

ಸಂಖ್ಯಾತತ್ವಗಳು

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೆಂದು ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಸಿಗುವುದು

ಎಂಬ ವಿಚಾರವನ್ನು

x ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ

$$x + 0 = x$$

ಎಂದು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಯಾವುದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಕೂಡಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

x, y ಎಂಬೀ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ

$$x + y = y + x$$

ಇಂತಹ ಸರಳವೂ ಸಹಜವೂ ಆದ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ,

ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಒಂದು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಇಮ್ಮಡಿಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮವಾಗಿರುವುದು.

x ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ,

$$x + (x + 1) = 2x + 1$$

ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಇಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ವಿಚಾರವನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಇಂತಹ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತರೂಪಗಳನ್ನು ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡುವುದು ಸುಲಭ. ಅವುಗಳನ್ನು ಅಗತ್ಯಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸ ಬೇಕಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅರ್ಥವನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ತಿಳಿದಿರಬೇಕು.

ಮಡಚುವ ಕೊಡೆಯನ್ನು ಜೊತೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಂಡು ಹೋಗುವುದು ಸುಲಭ. ಆದರೆ ಅದನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ತಿಳಿಯದಿದ್ದರೆ ಒದ್ದೆಯಾಗಬಹುದಲ್ಲವೇ?

ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿದರೂ ಇಂತಹ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳು ಸರಿಯಾಗಿರುವುದು. ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಹಿಂದೆ ಹೇಳಿದ ವಿಚಾರವನ್ನು ಸಣ್ಣ ಬದಲಾವಣೆಗೊಳಪಡಿಸುವ.

ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಇಮ್ಮಡಿಗೆ ಒಂದನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದುದಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಚುಟುಕಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಆರಂಭದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು. ಅದರೊಂದಿಗೆ ಒಂದನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು $x + 1$; ಈ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ $x + (x + 1)$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಅನಂತರ x ನ ಎರಡು ಮಡಿ $2x$. ಅದರೊಂದಿಗೆ 1ನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು $2x + 1$. ಆಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಕಂಡುಕೊಂಡ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

x ಎಂಬುದು ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ $x + (x + 1) = 2x + 1$

ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಚುಟುಕಾಗಿ ಬರೆಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ (algebra) ಎನ್ನುವರು.

ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿಸಿದ ಅನಂತರ, ಕೂಡಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಏನಾಗುವುದು? ಮೊದಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಲಭಿಸುವುದು.

ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ಎಂದು ಕೂಡಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆ (ಅನಂತರ ಕಳೆದ) ಯನ್ನು y ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಸಿಗುವ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

x, y ಗಳು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೆ, $(x + y) - y = x$

ಇದು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವೆಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಕೆಲವೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವ ವಿಚಾರಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $2 + 2 = 4$, $2 \times 2 = 4$, ಆದರೆ $x + x = x \times x$ ಎಂಬುದು ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವಲ್ಲ. (2ರ ಬದಲು 3 ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೋ?)

ಈ ಕೆಳಗೆ ಹೇಳಿದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ. ಉತ್ತರವಾಗಿ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿರಿ. ಹೀಗೆ ಲಭಿಸುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಭಾಷಾ ವಾಚಕಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಅನಂತರ ಅದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪದಲ್ಲಿ (ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ) ಬರೆಯಿರಿ.

- ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಎರಡನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿರಿ.
- ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಎರಡನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.
- ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದು ಅನಂತರ ಕಳೆದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಇಮ್ಮಡಿಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿರಿ.
- ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಅದರ ಇಮ್ಮಡಿಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿರಿ.
- ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದಿಂದ ಒಂದನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.
- ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಎರಡು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದಿಂದ ಅವುಗಳೆಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.
- ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿಸಿ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.
- ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿಸಿ ಲಭಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿಸಿರಿ.
- ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಐದು ಮಡಿಯಿಂದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಮಡಿಯನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.
- ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಮಡಿಯನ್ನು ಮತ್ತು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂರು ಮಡಿಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿರಿ.

ಹೇಗೆ ಕೂಡಿಸಿದರೂ

38 + 25 + 75 ಎಷ್ಟು?

ಕ್ರಮವಾಗಿ ಕೂಡಿಸುವ :

$$38 + 25 = 63$$
$$63 + 75 = 138$$

ಹೀಗೂ ಕೂಡಿಸಬಹುದು :

$$25 + 75 = 100$$
$$38 + 100 = 138$$

ಎರಡನೇ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕಾಗದ ಹಾಗೂ ಪೆನ್ನಿನ ಅಗತ್ಯವಿದೆಯೇ?

ಹಾಗಾದರೆ ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವ :

$$29 + \frac{1}{3} + \frac{2}{3}$$

ಇಲ್ಲಿ ಯಾವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮೊದಲು ಕೂಡಿಸುವುದು ಸುಲಭ?

ಈ ಎರಡು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ನೀವು ತಿಳಿದುಕೊಂಡದ್ದೇನು?

ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಮೊದಲ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿಸುವುದು. ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಕೊನೆಯ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಮೊದಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿಸುವುದು. ಇದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಬಹುದು.

ಕ್ರಿಯೆ ಎರಡು, ಉತ್ತರ ಒಂದು

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಮಡಿಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು ಎಂಬುದು ಒಂದು ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆ. ಈ ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅದರ ಉತ್ತರವಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 3 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಈ ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡಿದರೆ 7 ಲಭಿಸುವುದು. 10 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡಿದರೆ 21 ಲಭಿಸುವುದು.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಮೊತ್ತ ಎಂಬುದು ಇನ್ನೊಂದು ಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 4 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡಿದರೆ $4 + (4 + 1) = 9$ ಎಂದು ಲಭಿಸುವುದು.

ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಈ ಎರಡೂ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದರೆ ಲಭಿಸುವ ಉತ್ತರವು ಒಂದೇ ಆಗಿರುವುದು. ಈ ವಿಚಾರವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ

$$x + (x + 1) = 2x + 1$$

ಎಂದು ಚುಟುಕಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಬರೆದ $x + (x + 1)$ ಎಂಬುದು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ಅದರೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆ. ಎರಡನೆಯದ್ದು $2x + 1$ ಎಂಬುದು, ಸಂಖ್ಯೆಯ ಇಮ್ಮಡಿಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದನ್ನು ಕೂಡಿಸುವ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದಾಗಿದೆ. ಈ ಎರಡೂ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಉತ್ತರವು ಸಮಾನವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸಮ ಚಿಹ್ನೆಯು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಇಮ್ಮಡಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು ಎಂಬ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ $2x + 2y$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಅದರ ಇಮ್ಮಡಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಕ್ರಿಯೆಯ ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯು $2(x + y)$ ಆಗಿದೆ. ಒಂದು ಜತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ಈ ಎರಡೂ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದರೆ ಲಭಿಸುವ ಉತ್ತರ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು. ಈ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವದ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವು

$$2x + 2y = 2(x + y)$$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಹಲವು ತತ್ವಗಳು ಪ್ರತ್ಯಕ್ಷವಾಗಿ ವಿಭಿನ್ನ ಕ್ರಿಯೆಗಳಾಗಿ ಕಂಡರೂ ಉತ್ತರವು ಸಮಾನವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಅಂಕಗಣಿತ ಮತ್ತು ಬೀಜಗಣಿತ

ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಅಂಕಗಣಿತ ಎಂದು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸೂಚಿಸುವುದು ಬೀಜಗಣಿತವಾಗಿದೆ.

ಅಂಕಗಣಿತದಲ್ಲಿ $3 + 7$ ಎಂದು ಬರೆಯುವುದು ಮೂರು ಮತ್ತು ಏಳು ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವಾಗ ಲಭಿಸುವ ಮೊತ್ತ ಅಥವಾ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವ ಕ್ರಿಯೆಯ ಉತ್ತರ ಹತ್ತು ಆಗಿದೆ. ಕ್ರಿಯೆ ಮತ್ತು ಉತ್ತರವನ್ನು

$$3 + 7 = 10$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ, ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು $x + y$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಕೂಡಿಸಿ ಸಿಗುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು? ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯದಿದ್ದರೆ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಅಲ್ಲವೇ, ಆಗ ಮೊತ್ತವನ್ನು $x + y$ ಎಂದು ಮಾತ್ರ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯ.

ಎಂದರೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಅದರ ಇಮ್ಮಡಿ ಲಭಿಸುವುದು.

ಈ ಸತ್ಯಾಂಶವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ

$$x + x = 2x$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ವಿಚಾರವನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಏನೆಂದರೆ, ಮೇಲೆ ಸೂಚಿಸಿರುವುದು ಒಂದು ತತ್ವವಲ್ಲ, ಬದಲಾಗಿ ಎರಡು ಮಡಿ (ಎರಡರಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು) ಎಂಬ ಕ್ರಿಯೆಯ ವಿವರಣೆ ಅಥವಾ ನಿರ್ವಚನವಾಗಿದೆ.

ಮೊದಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿಸುವುದು. ಇದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಬಹುದು.

> ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಅನಂತರ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದರ ಬದಲು, ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.

ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಸೂಚಿಸಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಮೊದಲ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯುವ :

$$(38 + 25) + 75 = 38 + (25 + 75)$$

ಎರಡನೇ ಲೆಕ್ಕ ಹೀಗಿದೆ :

$$\left(29 + \frac{1}{3}\right) + \frac{2}{3} = 29 + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right)$$

ಆಗ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

> x, y, z ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೂ
>
> $$(x + y) + z = x + (y + z)$$

ಹಾಗಾದರೆ, $36 + 25 + 64$ ಎಂಬುದನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬೇಕಾದರೋ?

36 ಮತ್ತು 64 ನ್ನು ಮೊದಲು ಕೂಡಿಸುವುದಲ್ಲವೇ ಸುಲಭ? ಇಲ್ಲಿ ಕ್ರಮೀಕರಿಸಿದ ರೀತಿಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

$25 + 64$ ರ ಬದಲು $64 + 25$ ಎಂದು ಕ್ರಮೀಕರಿಸಿ $(36 + 64) + 25$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಯಿತು.

ಎಂದರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವಾಗ ಅವುಗಳನ್ನು ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ಕ್ರಮೀಕರಿಸಬಹುದು.

ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಬಾಯಿ ಲೆಕ್ಕವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೆ?

1. $49 + 125 + 75$
2. $347 + 63 + 37$
3. $88 + 72 + 12$
4. $\frac{1}{4} + 1\frac{3}{4} + 2$
5. $15.5 + 0.25 + 0.75$
6. $8.2 + 3.6 + 6.4$

ಕೂಡಿಸುವುದೂ ಕಳೆಯುವುದೂ

ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಇರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವನ್ನು ತಿಳಿದಿರಲ್ಲವೇ? ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಕೂಡಿಸುವ ಬದಲು ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಕಳೆದರೋ?

ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ರಾಜುವಿನ ಕೈಯಲ್ಲಿ 500 ರೂಪಾಯಿ ಇದೆ. ಅದರಿಂದ 150 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಅಪ್ಪುವಿಗೆ ನೀಡಿದನು. ಅನಂತರ 50 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಅಬು ರಾಜುವಿನಿಂದ ಸಾಲವಾಗಿ ಪಡೆದನು. ಹಾಗಾದರೆ ರಾಜುವಿನ ಕೈಯಲ್ಲಿ ಬಾಕಿ ಉಳಿದ ಹಣವೆಷ್ಟು?

ಅಪ್ಪುವಿಗೆ ಕೊಟ್ಟ ನಂತರ ಉಳಿದ ಹಣ

$500 - 150 = 350$ ರೂಪಾಯಿ

ಅಬುವಿಗೆ ನೀಡಿದ ಅನಂತರ ಉಳಿದ ಹಣ

$350 - 50 = 300$ ರೂಪಾಯಿ

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಆಲೋಚಿಸಿದರೆ

ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚಾದ ಮೊತ್ತ

$150 + 50 = 200$ ರೂಪಾಯಿ

ಉಳಿದದ್ದು,

$500 - 200 = 300$ ರೂಪಾಯಿ

ಎಂದರೆ, ಈ ಕ್ರಿಯೆ $(500 - 150) - 50$ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡಿದರೂ $500 - (150+50)$ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡಿದರೂ ಒಂದೇ ಉತ್ತರ ಲಭಿಸುವುದು.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ

$218 - 20 - 80$

ಎಂಬುದನ್ನು ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಇಲ್ಲಿ ಕಂಡುಕೊಂಡ ವಿಚಾರವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಗೆ ಹೇಳಬಹುದು?

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದರ ನಂತರ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ಕಳೆಯುವುದರ ಬದಲು ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಸಾಕು.

ಇದು ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಿದರೋ?

x, y, z ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೂ

$$(x - y) - z = x - (y + z)$$

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಕೂಡಿಸುವುದು ಅಥವಾ ಕಳೆಯುವುದರ ಬದಲು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದರೋ?

ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

ತರಗತಿ ಆರಂಭವಾಗುವಾಗ 38 ಮಕ್ಕಳಿದ್ದರು. ಸ್ವಲ್ಪ ತಡವಾಗಿ 5 ಮಕ್ಕಳು ತಲುಪಿದರು. ಅನಂತರ 3 ಮಕ್ಕಳು ಗಣಿತ ಕ್ಲಬ್ಬಿನ ಸಭೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಲು ಹೋದರು. ಹಾಗಾದರೆ ಈಗ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮಂದಿ ಇದ್ದಾರೆ?

ಘಟನೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವ :

$38+5 = 43$

ವ್ಯತ್ಯಾಸದ ವ್ಯತ್ಯಾಸ

ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಹಜವಾಗಿ ಕೂಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿರುವುದರಿಂದ ಅದರ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವಾದ

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

ಎಂಬುದನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ನೆನಪಿಸಬೇಕಾದ ಅಗತ್ಯವಿಲ್ಲ. ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $29 + 37 + 63$ ಎಂಬುದರ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, $37+63=100$ ಎಂಬುದನ್ನು ಬಹಳ ಸುಲಭದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಒಟ್ಟು 129 ಎಂದು ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು (ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕ್ರಮಕ್ಕನುಸಾರವಾಗಿ ಕೂಡಿಸಲು ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಪೆನ್ನು ಮತ್ತು ಪುಸ್ತಕ ಬೇಕಾಗುವುದು).

ಆದರೆ ಕಳೆಯುವ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ಸ್ವಲ್ಪ ಗಮನಿಸಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ

$$(10-3)-2$$

ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥ, 10ರಿಂದ 3ನ್ನು ಕಳೆದು ಲಭಿಸುವ 7ರಿಂದ 2ನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು. ಎಂದರೆ ಈ ಕ್ರಿಯೆಯ ಉತ್ತರ 5

$$10-(3-2)$$

ಎಂದಾದರೋ? ಮೊದಲು 3ರಿಂದ ಎರಡನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು ಲಭಿಸುವ 1 ನ್ನು 10ರಿಂದ ಕಳೆಯಬೇಕು. ಆಗ ಲಭಿಸುವ ಉತ್ತರ

$$10 - 1 = 9.$$

ಅಂದರೆ ಈ ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಂದ ವಿಭಿನ್ನ ಉತ್ತರಗಳು ಲಭಿಸುವುದು. ಆದರೆ $(10 - 3) - 2$ ಎಂಬ ಕ್ರಿಯೆಯ ಉತ್ತರ ಮತ್ತು $10 - (3+2)$ ಎಂಬ ಕ್ರಿಯೆಯ ಉತ್ತರ 5 ಎಂಬುದೇ ಆಗಿರುವುದು. ಇದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವು

$$(x-y)-z=x-(y+z)$$

ಅಥವಾ

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಒಂದರ ನಂತರ ಇನ್ನೊಂದು ಕಳೆಯುವ ಬದಲು ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಕಳೆದರೆ ಸಾಕು.

ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಬೇಕು.

ತತ್ವವೂ ಬಳಕೆಯೂ

$25 + 20 - 15$ ಎಂಬ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಮಾಡಲು, ಮೊದಲು ಕೂಡಿಸಿ ಅನಂತರ ಕಳೆದು $45 - 15 = 30$ ಎಂಬ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು. ಅಥವಾ ಮೊದಲು ಕಳೆದು ಅನಂತರ ಕೂಡಿಸಿ $25 + 5 = 30$ ಎಂದೂ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಆದರೆ $25 + 10 - 15$ ಎಂಬ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಕಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು ಕಷ್ಟವಿಲ್ಲ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಇಂತಹ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ನಿರ್ವಹಿಸುವಾಗ, ಕೆಲವು ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ಒಂದೇ ನೋಟದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಆದರೆ ಇವುಗಳಿಗೆ ಆಧಾರವಾದ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವನ್ನು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆಯುವಾಗ ಅವುಗಳು ಸರಿಹೊಂದುವ ನಿಬಂಧನೆಯನ್ನು ಕೂಡಾ ಹೇಳಬೇಕು.

ಆದುದರಿಂದ

$$(x + y) - z = x + (y - z)$$

ಎಂದು ಬರೆಯುವಾಗ $y > z$ ಎಂಬ ನಿಬಂಧನೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು.

3 ಮಕ್ಕಳು ಸಭೆಗೆ ಹೋದರೆ

$$43 - 3 = 40$$

ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣ ಅವಲೋಕನ ಮಾಡಿದರೆ, ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು. 5 ಮಕ್ಕಳು ಬರುತ್ತಾರೆ ಹಾಗೂ 3 ಮಕ್ಕಳು ಹೋಗುತ್ತಾರೆ. ಹಾಗಾದರೆ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಮಕ್ಕಳು

$$5 - 3 = 2$$

ಮೊದಲಿದ್ದ ಮಕ್ಕಳು 38 ಹಾಗಾದರೆ ಒಟ್ಟು ಮಕ್ಕಳು

$$38 + 2 = 40$$

ಅಂದರೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯುವುದರ ಬದಲು, ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಸಿಗುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕೂಡಿಸಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ

$$(108 + 25) - 15 = 108 + (25 - 15) = 118$$

ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿಚಾರವನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕಿದೆ. ಈ ರೀತಿ ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡಲು ಕೂಡಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಕಳೆಯುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ.

$$25 + 10 - 15$$

ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು 10ರಿಂದ 15ನ್ನು ಕಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಆಗ ಈ ವಿಚಾರವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

> x, y, z ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೂ
> $y > z$ ಆದರೆ,
>
> $$(x + y) - z = x + (y - z)$$

ಇವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಉಪಯೋಗಿಸಿ, ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕವಾಗಿ ಮಾಡಿರಿ.

1. $(135 - 73) - 27$
2. $\left(37 - 1\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}$
3. $(298 - 4.5) - 3.5$
4. $(128 + 79) - 29$
5. $(298 + 4.5) - 3.5$
6. $\left(149 + 3\frac{1}{2}\right) - 2\frac{1}{2}$

ಕಳೆದು ಕೂಡಿಸುವಾಗ

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ.

ಗೋಪುವಿನ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 110 ರೂಪಾಯಿ ಇದೆ. ಪೆನ್ನನ್ನು ಖರೀದಿಸಲು 15 ರೂಪಾಯಿ ತೆಗೆದನು. 10 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಪೆನ್ನು ಲಭಿಸಿತು. ಉಳಿದ

5 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಪುನಃ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಕಿದನು. ಈಗ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಇದೆ?

ಘಟನೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದರೆ,

110ರಿಂದ 15 ರೂಪಾಯಿ ತೆಗೆದ ಅನಂತರ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ

$$110 - 15 = 95 \text{ ರೂಪಾಯಿ}$$

5 ರೂಪಾಯಿ ಪುನಃ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗೆ ಹಾಕಿದಾಗ

$$95 + 5 = 100 \text{ ರೂಪಾಯಿ}$$

ಈ ವಿಚಾರಗಳೆಲ್ಲಾ ಮುಗಿದ ಬಳಿಕ ಹೀಗೂ ಆಲೋಚಿಸಬಹುದು. ತೆಗೆದ 15 ರೂಪಾಯಿಯಿಂದ 5 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಪುನಃ ಹಾಕಲಾಯಿತು. ಅಂದರೆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಕಡಿಮೆಯಾದ ಹಣ

$$15 - 5 = 10 \text{ ರೂಪಾಯಿ}$$

ಈಗ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿರುವ ಹಣ

$$110 - 10 = 100 \text{ ರೂಪಾಯಿ}$$

ಮೊದಲು ಮಾಡಿದ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು $(110 - 15) + 5$ ಎಂದೂ ಎರಡನೇ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು $110 - (15 - 5)$ ಎಂದೂ ಬರೆದರೆ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಕ್ರಿಯೆಯು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರಬಹುದು.

$$(110 - 15) + 5 = 110 - (15 - 5)$$

ಅಂದರೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದು ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ಕೂಡಿಸುವ ಬದಲು, ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಸಾಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ

$$(29 - 17) + 7 = 29 - (17 - 7) = 19$$

ಕಳೆಯುವ ಮತ್ತು ಕೂಡಿಸುವ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಬಹುದೇ?

$$(29 - 7) + 17$$

ಎಂಬ ಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂತೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ? ಆಗ ಈ ಕ್ರಿಯಾ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

x, y, z ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೂ $y > z$ ಆದರೆ

$$(x - y) + z = x - (y - z)$$

ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಲವು ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ.

- $(135 - 73) + 27$
- $\left(38 - 8\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}$
- $(19 - 6.5) + 5.5$
- $135 - (35 - 18)$
- $4.2 - (3.2 - 2.3)$

ಕಳೆಯುವುದು ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ

ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

$$10 - 9 = 1$$
$$10 - 8 = 2$$
$$10 - 7 = 3$$
$$10 - 6 = 4$$

ಕಳೆಯುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಹಾಗೆ ಕಳೆದು ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ದೊಡ್ಡದಾಗುವುದು ಎಂದು ನೋಡಿದಿರಲ್ಲವೇ?

ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

ಕಳೆಯುವುದು ಒಂದು ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ ಕಳೆದು ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದು ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು. ಕಳೆಯುವುದು ಎರಡು ಕಡಿಮೆಯಾದಾಗ ಕಳೆದು ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಎರಡು ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು.

ಚುಟುಕಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ,

ಕಳೆಯುವುದು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವಾಗ ಕಳೆದು ಸಿಗುವುದು ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು; ಕಳೆಯುವುದು ಎಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆಯೋ ಕಳೆದು ಲಭಿಸುವುದು ಅಷ್ಟೇ ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು.

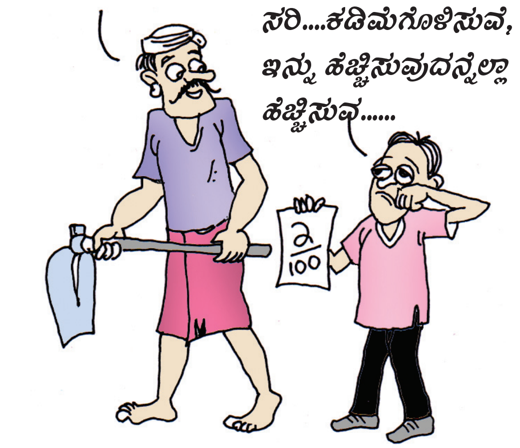
ಇದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೋ?

x ಮತ್ತು y ಎಂಬ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, x ನಿಂದ yಯನ್ನು ಕಳೆದದ್ದು $x - y$

ಇನ್ನು z ಎಂಬ ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, $y - z$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯು y ಗಿಂತ z ನಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ. ಆಗ $x - (y - z)$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆ, $x - y$ ಗಿಂತ z ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ

$$x - (y - z) = (x - y) + z$$

ಅಳಬೇಡ... ನೀನು ಇನ್ನಾದರೂ
ತಿರುಗಾಡುವುದನ್ನು,
ನಿದ್ರಿಸುವುದನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದರೆ
ಈ ಕೊರತೆಯನ್ನು ನೀಗಿಸಬಹುದು



ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಹೆಚ್ಚಾದರೆ ಏನಾಗುವುದು?

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಎಂದರೆ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದದ್ದೂ, ಮೊತ್ತವೆಂಬುದು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದ್ದು ಆಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ 3, 7 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, ಮೊತ್ತ $7+3$ ಹಾಗೂ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $7-3$. ಕ್ರಿಯೆಮಾಡಿ ಇವುಗಳನ್ನು 10, 4 ಎಂದು ಬರೆಯದೆ, ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ವ್ಯತ್ಯಾಸದ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆದರೋ?

$$(7+3)+(7-3)$$

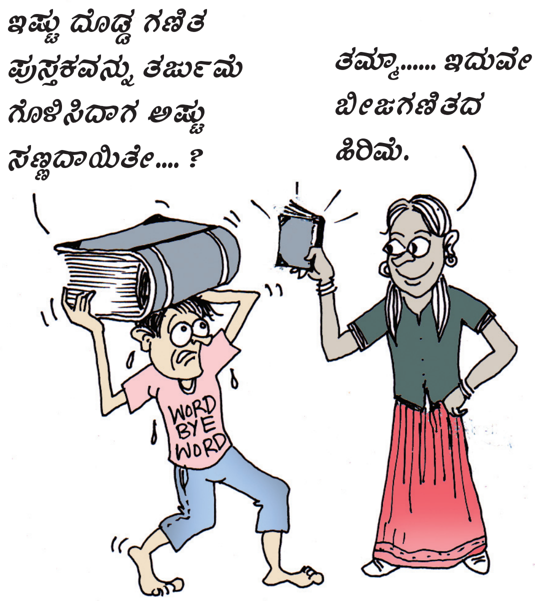
ಇದರಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದ 7ನ್ನು ಎರಡು ಸಲ ಕೂಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದ 3ನ್ನು ಒಂದು ಸಲ ಕೂಡಿಸಲಾಗಿದೆ ಹಾಗೂ ಒಂದು ಸಲ ಕಳೆಯಲಾಗಿದೆ. ಆಗ ಕ್ರಿಯೆಯ ಉತ್ತರ $7+7=14$ ಎಂದು ಲಭಿಸುತ್ತದೆ.

ಕ್ರಿಯೆಯ ಕ್ರಮವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿದರೆ ಮೇಲೆ ಬರೆದ ಮೊತ್ತವನ್ನು

$$(7+3)+(7-3)=(7+7)+(3-3)=14$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಈ ವಿಚಾರವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವಾಗಿ ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$(x+y)+(x-y)=(x+x)+(y-y)=2x$$



ಮೊತ್ತವೂ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೂ

ಆಗಾಗ ಕೆಲವು ಹೊಸ ಸಂಶೋಧನೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಅತುಲ್ಯ ತರಗತಿಗೆ ಬರುತ್ತಾಳೆ. ಅಂದು ಅವಳು ನೂತನ ವಿಚಾರದೊಂದಿಗೆ ತರಗತಿಗೆ ಪ್ರವೇಶಿಸಿದಳು "ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಊಹಿಸಿರಿ. ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಮತ್ತು ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಹೇಳಿದರೆ ಊಹಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಾನು ಹೇಳುವೆ!"

"ಮೊತ್ತ 10, ವ್ಯತ್ಯಾಸ 2" ರಹೀಂ ಆರಂಭಿಸಿದನು.

"ಸಂಖ್ಯೆ 6, 4" ಎಂದು ಬಹಳ ಸುಲಭದಲ್ಲಿ ಅತುಲ್ಯ ಹೇಳಿದಳು.

"ಮೊತ್ತ 16, ವ್ಯತ್ಯಾಸ 5" ತುಂಟತನದ ನಗು ಬೀರುತ್ತಾ ಜೆಸ್ಸಿಯ ಸವಾಲು.

ಸ್ವಲ್ಪ ಆಲೋಚಿಸುತ್ತಾ "ಸೋಲಿಸಲು ನೋಡಬೇಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $10\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}$"

ಅತುಲ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದದ್ದು ಹೇಗೆ?

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹೇಗೆ?

ಸಂಖ್ಯೆಗಳು x ಮತ್ತು y ಎಂದಿರಲಿ. ಆಗ ಮೊತ್ತ $x+y$. ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ x ಆದರೆ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $x-y$. ಇವುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ x, y ಎಂಬವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$x+y$ ಯಿಂದ x ಲಭಿಸಲು y ಯನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಸಾಕು.

$$(x+y)-y=x$$

ಆದರೆ y ತಿಳಿದಿಲ್ಲ

ಇನ್ನೊಂದು x ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ?

$$(x+y)-y+x=x+x=2x$$

y ಯನ್ನು ಕಳೆದು x ನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು ಮತ್ತು x ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ y ನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು ಸಮಾನವೇ?

$$(x+y)+(x-y)=2x$$

ಇದರ ಅರ್ಥವೇನು?

ಮೊತ್ತವನ್ನು ಮತ್ತು ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಮಡಿ ಲಭಿಸುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ರಹೀಂ ಹೇಳಿದ ಮೊತ್ತ 10 ಹಾಗೂ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 2 ಇವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ 12 ಲಭಿಸುವುದು. ಇದು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯ

ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ. ಆಗ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ 6;

ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ $10 - 6 = 4$.

ಇನ್ನು ಜೆಸ್ಸಿ ಹೇಳಿರುವುದನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಮೊತ್ತ 16, ವ್ಯತ್ಯಾಸ 5, ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ 21. ಆಗ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇದರ ಅರ್ಧ ಅಂದರೆ $10\frac{1}{2}$ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯು $16 - 10\frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}$ ಆಗಿದೆ.

ಅತುಲ್ಯ ಬಳಸಿದ ತಂತ್ರ ತಿಳಿಯಿತಲ್ಲವೇ?

ಇಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ವಿಚಾರವನ್ನು ನೋಡುವ. ಮೊತ್ತದಿಂದ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಳೆದರೋ?

$$\begin{aligned}(x + y) - (x - y) &= (x + y) - x + y \\ &= x + y - x + y \\ &= x - x + y + y \\ &= 2y\end{aligned}$$

ಇದರ ಅರ್ಥವೇನು?

ಮೊತ್ತದಿಂದ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಳೆದರೆ, ಅದು ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಇಮ್ಮಡಿಯಾಗಿರುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ರಹೀಂ ಹೇಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಮೊತ್ತ 10, ವ್ಯತ್ಯಾಸ 2. ಆಗ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಪಾಲು $10 - 2 = 8$; ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇದರ ಅರ್ಧವಾಗಿದ್ದು 4 ಆಗಿರುವುದು.

ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

- ಮೊತ್ತ 12, ವ್ಯತ್ಯಾಸ 8
- ಮೊತ್ತ 140, ವ್ಯತ್ಯಾಸ 80
- ಮೊತ್ತ 23, ವ್ಯತ್ಯಾಸ 11
- ಮೊತ್ತ 20, ವ್ಯತ್ಯಾಸ 5

ಕೂಡಿಸುವುದೂ ಗುಣಿಸುವುದೂ

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಇಮ್ಮಡಿ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂರು ಪಾಲು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಐದು ಪಾಲು ಲಭಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೋಡಿದ್ದಿರಲ್ಲವೇ? (**'ಸಂಖ್ಯಾಸಂಬಂಧ'** ಎಂಬ ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಕೊನೆಯ ಲೆಕ್ಕ) ಇದರ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವೇನು?

x ಎಂಬುದು ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ

$$2x + 3x = 5x$$

ಹಲವು ರೀತಿಗಳು

ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

> ಒಂದು ಪುಸ್ತಕ ಹಾಗೂ ಪೆನ್ನಿನ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ 16 ರೂಪಾಯಿ ಆಗಿದೆ. ಪುಸ್ತಕಕ್ಕೆ ಪೆನ್ನಿಗಿಂತ 10 ರೂಪಾಯಿ ಹೆಚ್ಚು. ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

ಪುಸ್ತಕ ಹಾಗೂ ಪೆನ್ನುಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸದೆ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕೇವಲ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಇಂತಹ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಎದುರಾಗಬಹುದು.

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 16, ವ್ಯತ್ಯಾಸ 10 ಇಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು?

ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಇಮ್ಮಡಿ $16 + 10 = 26$; ಹಾಗಾದರೆ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ 13. ಹಾಗಾದರೆ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ $16 - 13 = 3$. ಅಂದರೆ ಪುಸ್ತಕದ ಬೆಲೆ 13. ಪೆನ್ನಿನ ಬೆಲೆ 3 ರೂಪಾಯಿ.

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಆಲೋಚಿಸಿದರೆ ಒಂದು ಪುಸ್ತಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ಪೆನ್ನನ್ನು ಖರೀದಿಸಲು 16 ರೂಪಾಯಿ ಬೇಕು. ಅದರ ಬದಲಿಗೆ ಎರಡು ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸುವುದಾದರೆ ಪುಸ್ತಕಕ್ಕೆ ಪೆನ್ನಿಗಿಂತಲೂ 10 ರೂಪಾಯಿ ಹೆಚ್ಚು ಅಲ್ಲವೆ. ಆಗ 10 ರೂಪಾಯಿ ಹೆಚ್ಚು ನೀಡಬೇಕು. ಅಂದರೆ $10 + 16 = 26$ ರೂಪಾಯಿ ನೀಡಬೇಕು.

ಇದು ಎರಡು ಪುಸ್ತಕಗಳ ಬೆಲೆಯಾಗಿದೆ. ಆಗ ಒಂದು ಪುಸ್ತಕದ ಬೆಲೆ 13 ರೂಪಾಯಿ.

ಕ್ಯಾಲೆಂಡರ್ ಲೆಕ್ಕ

ಕ್ಯಾಲೆಂಡರಿನ ಒಂದು ತಿಂಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಒಂದು ಚೌಕದೊಳಗೆ ಬರುವ ಎಲ್ಲಾ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಗುರುತು ಹಾಕಿರಿ :

ಆದಿತ್ಯ	ಸೋಮ	ಮಂಗಳ	ಬುಧ	ಗುರು	ಶುಕ್ರ	ಶನಿ
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

ಇಲ್ಲಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ $8+9+15+16=48$ ಇದನ್ನು ನಾಲ್ಕರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ನಾಲ್ಕನ್ನು ಕಳೆದು ನೋಡಿರಿ. ಮೊದಲ ಅಂಕೆಯಾದ 8 ಸಿಕ್ಕಿತಲ್ಲವೇ? ಇದರಂತೆ ಬೇರೆ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಲೆಕ್ಕಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

ಯಾಕೆ ಹೀಗೆ?

ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ x ಆದರೆ ಗುರುತು ಹಾಕಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವುದು.

x	$x+1$
$x+7$	$x+8$

ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ

$$x+(x+1)+(x+7)(x+8)=4x+16$$

ಇದನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$4x+16 = (4\times x)+(4\times 4)$$

$$= 4(x+4)$$

ಅಂದರೆ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ 4ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ, ಅನಂತರ 4 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಮೊತ್ತವು ಲಭಿಸುವುದು. ಈಗ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ ಪುನಃ ಲಭಿಸಲು, 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಅನಂತರ 4 ಕಳೆದರೆ ಸಾಕು.

ಇದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ಹೇಳಬಹುದು :

2 ನ್ನು ಮತ್ತು 3 ನ್ನು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಗುಣಿಸಿ ಕೂಡಿಸುವುದರ ಬದಲು 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ

$$(2\times 16)+(3\times 16)=5\times 16=80$$

ಇದರಲ್ಲಿ 2, 3 ಎಂಬಿವುಗಳಿಗೆ ಬದಲಾಗಿ ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೋ? ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಗಣಿತ ಸಮ್ಮೇಳನದ ಬಗ್ಗೆ ಚರ್ಚೆಗಳು 2 ಕೋಣೆಗಳಲ್ಲಿ ನಡೆಯುತ್ತವೆ. ಒಂದು ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ 40 ಮಂದಿ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ 35 ಮಂದಿ ಇದ್ದಾರೆ. ಚಹಾದೊಂದಿಗೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ 2 ರಂತೆ ಬಿಸ್ಕೇಟುಗಳನ್ನು ನೀಡಬೇಕು. ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಬಿಸ್ಕೇಟ್ ಬೇಕು.

ಮೊದಲ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿರುವ 40 ಮಂದಿಗೆ ಬೇಕಾದ ಬಿಸ್ಕೇಟುಗಳು

$$2\times 40 = 80$$

ಎರಡನೇ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿರುವ 35 ಮಂದಿಗೆ ಬೇಕಾದ ಬಿಸ್ಕೇಟುಗಳು

$$2\times 35 = 70$$

ಬೇಕಾದ ಒಟ್ಟು ಬಿಸ್ಕೇಟುಗಳು

$$80+70 = 150$$

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಆಲೋಚಿಸಬಹುದು. ಎರಡೂ ಕೋಣೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ಜನರು

$$40+35 = 75$$

ಆಗ ಒಟ್ಟು ಬೇಕಾದ ಬಿಸ್ಕೇಟುಗಳು

$$2\times 75 = 150$$

ಇಲ್ಲಿ ತಿಳಿದದ್ದೇನು? 40 ನ್ನು ಮತ್ತು 35ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಗುಣಿಸಿ ಕೂಡಿಸುವುದರ ಬದಲು ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವಾದ 75 ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗಲೂ ಇದು ಸರಿಯಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 4 ರ ಅರ್ಧವನ್ನು ಮತ್ತು 6 ರ ಅರ್ಧವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ $2+3=5$; ಮೊತ್ತವಾದ 10 ರ ಅರ್ಧವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ 5 ಆಗಿದೆ.

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಬಂಧವೇನು?

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಕೂಡಿಸಿದಾಗಲೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೂ ಉತ್ತರವು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು.

ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ (ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ) ಗುಣಿಸಿ ಕೂಡಿಸುವುದೂ, ಕೂಡಿಸಿ ಗುಣಿಸುವುದೂ ಸಮಾನ ಆಗಿರುವುದು.

ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೆ?

x, y, z ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$$xz + yz = (x + y)\, z$$

ಕೂಡಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ಕಳೆದರೊ?

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಗುಣಿಸಿ ಕಳೆದರೂ, ಮೊದಲ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೂ ಒಂದೇ ಉತ್ತರ ಸಿಗುವುದು.

ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೆ,

x, y, z ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ

$$xz - yz = (x - y)\, z$$

ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ :

1. $(63\times12)+(37\times12)$
2. $\left(15\times\frac{3}{4}\right)+\left(5\times\frac{3}{4}\right)$
3. $\left(\frac{1}{3}\times20\right)+\left(\frac{2}{3}\times20\right)$
4. $(65\times11)-(55\times11)$
5. $\left(2\frac{1}{2}\times23\right)-\left(1\frac{1}{2}\times23\right)$
6. $(13.5\times40)-(3.5\times40)$

ಮಾಡಿ ನೋಡುವ

- ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಆಯತದಲ್ಲಿ 9 ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುವ ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ ಹಾಗೂ ಚೌಕದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸಿರಿ. ಈ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮರ್ಥಿಸಿರಿ.

  ಇನ್ನು 25 ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

ಮತ್ತೊಂದು ಕ್ಯಾಲೆಂಡರ್ ಲೆಕ್ಕ

ಕ್ಯಾಲೆಂಡರಿನಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಚೌಕದ ಬದಲು ಒಂಬತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ನೋಡಿರಿ:

ಆದಿತ್ಯ	ಸೋಮ	ಮಂಗಳ	ಬುಧ	ಗುರು	ಶುಕ್ರ	ಶನಿ
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

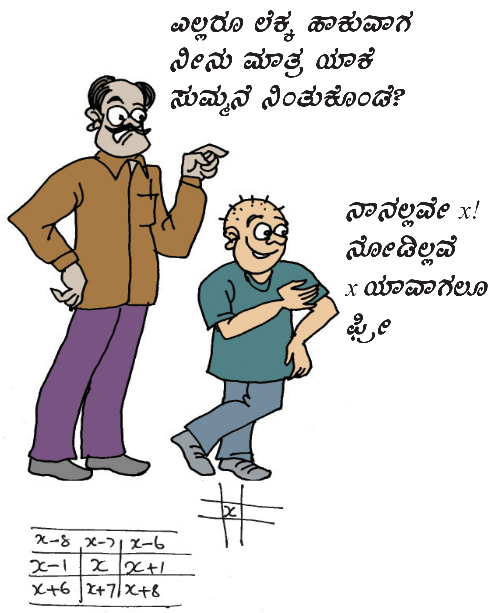
ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ 144. ಎಂಬುದು 16 ರ 9 ಮಡಿಯಾಗಿದೆ. ಇದರಂತೆ ಇರುವ ಬೇರೆ ಚೌಕಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಇದು ಸರಿಯೋ ಎಂದು ನೋಡಿರಿ.

ಇದು ಯಾಕೆಂದು ತಿಳಿಯಲು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸುವ. ಆಗ ಚೌಕದಲ್ಲಿರುವ ಇತರ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವ.

	$x-7$	
$x-1$	x	$x+1$
	$x+7$	

$x-8$	$x-7$	$x-6$
$x-1$	x	$x+1$
$x+6$	$x+7$	$x+8$

ಇದರ $x-8, x+8$ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದರೆ, ಕ್ರಿಯೆಗಳೊಂದನ್ನೂ ಮಾಡದೆಯೇ ಮೊತ್ತ $9x$ ಆಗಿದೆಯೆಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಅಂದರೆ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ 9 ಮಡಿಯಾಗಿದೆ.



ಪುನರವಲೋಕನ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಟೀಚರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ
• ಸಂಖ್ಯಾ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.			
• ಸಂಖ್ಯಾ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಭಾಷಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು.			
• ಸಂಖ್ಯಾ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನೂ ಕ್ರಿಯಾ ತತ್ವಗಳನ್ನೂ ಅಕ್ಷರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸೂಚಿಸುವುದು.			
• ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಸುಲಭಗೊಳಿಸಲು ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಪ್ರಯೋಗಿಸುವುದು.			

4

ಆವರ್ತನ ಗುಣಾಕಾರ

ಗುಣಾಕಾರವೂ ಗಾತ್ರವೂ

ಒಂದು ಹಳೆಯ ಕಥೆ ಹೀಗಿದೆ. ಒಬ್ಬ ಧನಿಕನು ಸಹಾಯವನ್ನು ಕೇಳಿಕೊಂಡು ಬಂದವನಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದನು. “ಒಂದೋ ಪ್ರತಿದಿನವೂ ಸಾವಿರ ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಮೂವತ್ತು ದಿನ ಕೊಡುತ್ತೇನೆ. ಇಲ್ಲವೇ ಮೊದಲ ದಿನ ಒಂದು ಪೈಸೆ, ಎರಡನೇ ದಿನ ಎರಡು ಪೈಸೆ, ಮೂರನೇ ದಿನ ನಾಲ್ಕು ಪೈಸೆ ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇಮ್ಮಡಿಯಾಗಿ 30 ದಿನ ಕೊಡುತ್ತೇನೆ. ಯಾವುದು ಆದೀತು?”

ಯಾವುದು ಉತ್ತಮ?

ನಾವು ನೋಡುವ

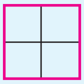
ಮೊದಲ ರೀತಿಯಲ್ಲಾದರೆ 30 ದಿನಗಳಲ್ಲಾಗಿ 30000 ರೂಪಾಯಿ ಲಭಿಸಬಹುದು. ಎರಡನೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಾದರೋ?

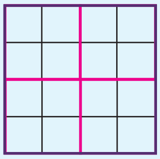
$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \ldots$

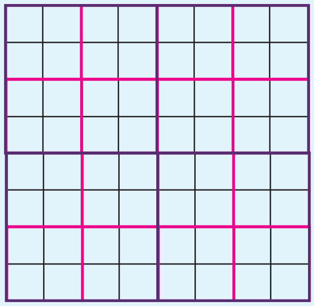
ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 30 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಲಭಿಸುವಷ್ಟು ಪೈಸೆ. ಇದು ಎಷ್ಟು ಆಗಬಹುದು? 1073741823 ಪೈಸೆ. ಅಂದರೆ ಒಂದು ಕೋಟಿಗಿಂತಲೂ ಅಧಿಕ.

ಗುಣಿಸಿ ಗುಣಿಸಿ

ಈ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ:







ಒಂದನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕೋಣೆಗಳಿವೆ?

ಎರಡನೇ ಹಾಗೂ ಮೂರನೇ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲೋ?

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿದರೆ ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕೋಣೆಗಳಿರಬಹುದು?

ಇದನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಒಂದನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವಿದೆ. ಎರಡನೇ ಚಿತ್ರವು ಇಂತಹ ನಾಲ್ಕು ಚೌಕಗಳೂ ಸೇರಿದ್ದಾಗಿದೆ. ಹಾಗೆ ಅದರಲ್ಲಿ $4 \times 4 = 16$ ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳಿವೆ.

ಮೂರನೇ ಚಿತ್ರವು ಎರಡನೇ ಚೌಕದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ನಾಲ್ಕು ಚೌಕಗಳು ಸೇರಿದ್ದಾಗಿದೆ. ಆಗ ಅದರಲ್ಲಿ $16 \times 4 = 64$ ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳು.

ಮುಂದಿನ ಚೌಕದಲ್ಲೋ?

ಒಟ್ಟು $64 \times 4 = 256$ ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳು.

ಇದನ್ನು ಹೀಗೆಯೂ ಹೇಳಬಹುದು.

ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

ಒಂದನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ	4
ಎರಡನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ	4×4
ಮೂರನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ	$4 \times 4 \times 4$

ಹಾಗಾದರೆ 10 ನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲೋ

ಇದನ್ನು $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

ಎಂದು ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬರೆಯದೆ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ 4^{10} ಎಂದು ಬರೆಯುವುದು. ಓದುವುದು “ನಾಲ್ಕರ ಘಾತ ಹತ್ತು” ("4 raised to 10") ಎಂದಾಗಿದೆ. ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 1048576 ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಇನ್ನು ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿನ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $4, 4^2, 4^3, \ldots$ ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲೂ, ಇಪ್ಪತ್ತನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 4^{20} ಕೋಣೆಗಳು, ನೂರನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 4^{100} ಕೋಣೆಗಳು ಎಂದು ಹೇಳಲೂ ಬರೆಯಲೂ ಸುಲಭವಲ್ಲವೇ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕಷ್ಟವಾಗುವಾಗ ಕಂಪ್ಯೂಟರನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ನೋಡಿದ $4, 4^2, 4^3, 4^4, \ldots$ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ನಾಲ್ಕರ ಘಾತಗಳು (powers of 4) ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

4^2 ಎಂಬುದು 4 ರ ಎರಡನೇ ಘಾತ, 4^3 ಎಂಬುದು 4 ರ ಮೂರನೇ ಘಾತ ಎಂದಾಗಿದೆ.

4 ನ್ನು 4^1 ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು. ಆಗ 4 ರ ಒಂದನೇ ಘಾತವನ್ನು 4 ಎಂದೂ ಹೇಳಬಹುದು.

4^3 ರಲ್ಲಿ 3 ನ್ನು ಘಾತಸೂಚಿ (exponent) ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡನೇ ಘಾತವನ್ನು ವರ್ಗವೆಂದೂ, (square) ಮೂರನೇ ಘಾತವನ್ನು ಘನ (cube) ಎಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಘಾತ ಸೂಚೀಕರಣ

ಆವರ್ತನ ಸಂಕಲನವನ್ನು ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿ ಹೇಳುವಂತೆ ಆವರ್ತನ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಘಾತಸೂಚೀಕರಣ (exponentiation) ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಮೂರರ ಘಾತಗಳು ಯಾವುವು?

$3^1, 3^2, 3^3, \ldots$ ಅಲ್ಲವೇ? ಇವುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 9 \times 3 = 27$$

ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ಗುಣಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

3^6 ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲೋ? ಇದರಂತೆ ಒಂದರ ಬಳಿಕ ಮತ್ತೊಂದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಬದಲು, ಇನ್ನೂ ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ದಾರಿ ಇದೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡೋಣ

$$3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಗುಣಿಸುವುದರ ಬದಲು ಮೂರರಂತೆ ಗುಣಿಸಿದರೆ

$$3^6 = (3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3)$$

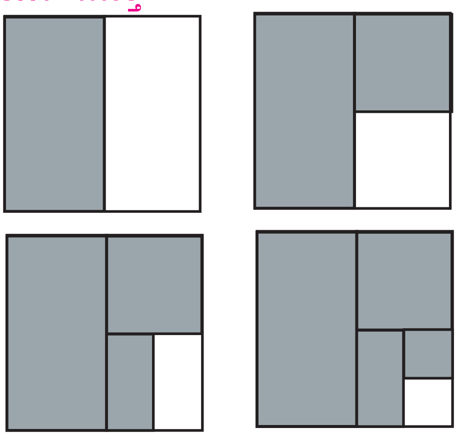
ಘಾತ ಸೂಚೀಕರಣ

ನಾವು ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ, ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಎಂಬೀ ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನಲ್ಲವೇ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಿರುವುದು. ಐದನೇ ಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆ ಘಾತಸೂಚೀಕರಣ (exponentiation). ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರವು ಆವರ್ತನ ಸಂಕಲನವಾಗಿರುವಂತೆ ಆವರ್ತನ ಗುಣಾಕಾರವು ಘಾತಸೂಚೀಕರಣವಾಗಿದೆ.

ಬೇರೆ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಡೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚಿಹ್ನೆ $(+, -, \times, \div)$ ಉಪಯೋಗಿಸುವಂತೆ ಘಾತಸೂಚೀಕರಣ ಎಂಬ ಕ್ರಿಯೆಗೆ ಚಿಹ್ನೆಯೊಂದೂ ಇಲ್ಲ. ಗುಣಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಲಭಾಗದ ಮೇಲೆ, ಎಷ್ಟು ಸಲ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುಣಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಸಣ್ಣದಾಗಿ ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

ಘಾತಗಳ ಮೊತ್ತ



ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲೂ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿರುವುದು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗಕ್ಕೆ?

ಒಂದನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\frac{1}{2}$ ಭಾಗ

ಎರಡನೇಯ ಚಿತ್ರದಲ್ಲೋ?

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚದೇ ಇರುವ ಭಾಗ $\frac{1}{4}$ ಆಗಿದೆ.

ಹಾಗಾದರೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿರುವ ಭಾಗ

$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ ಭಾಗ.

ಇಲ್ಲಿ ಏನನ್ನು ತಿಳಿದೆವು?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4}$$

ಇದರಂತೆ ಮೂರನೇ ಚಿತ್ರದಿಂದಲೂ

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 1 - \frac{1}{8}$

ನಾಲ್ಕನೇ ಚಿತ್ರದಿಂದ

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{18} = 1 - \frac{1}{16}$

ಹೀಗೆ ಇನ್ನೂ ಮುಂದುವರಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ? ಘಾತಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆದಾಗ

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} = 1 - \frac{1}{2^3}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} = 1 - \frac{1}{2^4}$

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ $\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}$ ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಘಾತಗಳ ಮೊತ್ತವು, 1 ರಿಂದ ಕೊನೆಯ ಘಾತವನ್ನು ಕಳೆದುದಾಗಿದೆ.

$$\begin{aligned} 3^6 &= (3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) \\ &= 27 \times 27 \\ &= 729 \end{aligned}$$

ಇನ್ನು 2^9 ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲೋ?

$$\begin{aligned} 2^9 &= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \\ &= 16 \times 32 \\ &= 512 \end{aligned}$$

ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಇನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾದ ಘಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 2^6
- 3^8
- 4^4
- 2^9
- 10^6
- 1^{10}
- 100^4
- 0^{20}

ಹತ್ತರ ಘಾತಗಳು

10 ರ ಘಾತಗಳು ಯಾವುವು?

$10, 10^2, 10^3, \ldots$ ಎಂಬಿವುಗಳಲ್ಲವೇ?

ಇವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾದರೆ?

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

$10^8 =$ ಎಷ್ಟು?

ಇದರಂತೆ 20 ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

20^4 ನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ?

$$\begin{aligned} 20^4 &= 20 \times 20 \times 20 \times 20 \\ &= (2 \times 10) \times (2 \times 10) \times (2 \times 10) \times (2 \times 10) \\ &= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (10 \times 10 \times 10 \times 10) \\ &= 16 \times 10000 = 160000 \end{aligned}$$

$2^4 \times 5^5$ ಎಷ್ಟು?

ಇದನ್ನು $(2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5)$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಸ್ವಲ್ಪ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆಯೋಣ.

$$\begin{aligned} &(2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times 5 \\ &= 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 5 \\ &= 10^4 \times 5 = 50000 \end{aligned}$$

$100^3 = ?$

$$100^3 = 100 \times 100 \times 100$$

ಇದನ್ನು $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$ ಎಂದು ಬರೆದರೆ

$$100^3 = 10^6$$

$$= 1000000$$

ಇನ್ನು ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

- ನೂರು, ಸಾವಿರ, ಹತ್ತುಸಾವಿರ, ಲಕ್ಷ, ಹತ್ತುಲಕ್ಷ, ಕೋಟಿ ಇವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ 10 ರ ಘಾತರೂಪಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.
- ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾದ ಘಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
  - 30^4
  - 50^5
  - 200^3

ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ

3675 ನ್ನು ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗನುಗುಣವಾಗಿ ಹೇಗೆ ವಿಂಗಡಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದು?

$$(3 \times 1000) + (6 \times 100) + (7 \times 10) + 5$$

10ರ ಘಾತಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಇದನ್ನು

$$(3 \times 10^3) + (6 \times 10^2) + (7 \times 10) + 5$$

ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇದೇ ರೀತಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಂಗಡಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ?

- 4321
- 732
- 1221
- 60504

ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೋ?

362.574 ನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿಂಗಡಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದು?

$$362.574 = (3 \times 100) + (6 \times 10) + 2 + \left(5 \times \frac{1}{10}\right) + \left(7 \times \frac{1}{100}\right) + \left(4 \times \frac{1}{1000}\right)$$

ಇದನ್ನು

$$(3 \times 10^2) + (6 \times 10) + 2 + \left(5 \times \frac{1}{10}\right) + \left(7 \times \frac{1}{10^2}\right) + \left(4 \times \frac{1}{10^3}\right)$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ?

ಇದೇ ರೀತಿ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಂಗಡಿಸಿ ಬರೆದು ನೋಡಿರಿ.

- 437.54
- 23.005
- 4567
- 201

ಅಪವರ್ತನ ಕ್ರಿಯೆ

ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ? ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ 72 ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಘಾತಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆದಾಗ

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

ಇನ್ನೊಂದು ಮೊತ್ತ

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 1 - \frac{1}{8}$$

ಎಂದು ಲಭಿಸಿತಲ್ಲವೇ. ಇದರ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೂ 8ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ

$$8\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) = 8\left(1 - \frac{1}{8}\right)$$

ಅಂದರೆ,

$$\left(8 \times \frac{1}{2}\right) + \left(8 \times \frac{1}{4}\right) + \left(8 \times \frac{1}{8}\right) = 8 - \left(8 \times \frac{1}{8}\right)$$

$$4 + 2 + 1 = 8 - 1$$

ಇದರಂತೆಯೇ $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = 1 - \frac{1}{16}$

ಎಂಬುದರ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೂ 16ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ

$$8 + 4 + 2 + 1 = 16 - 1$$

ಕ್ರಮ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆದಾಗ

$$1 + 2 + 4 = 8 - 1$$

$$1 + 2 + 4 + 8 = 16 - 1$$

ಅಂದರೆ,

$$2 + 4 = 8 - 2$$

$$2 + 4 + 8 = 16 - 2$$

ಘಾತಸೂಚಿ ರೂಪಗಳಾಗಿ ಬರೆದರೆ

$$2 + 2^2 = 2^3 - 2$$

$$2 + 2^2 + 2^3 = 2^4 - 2$$

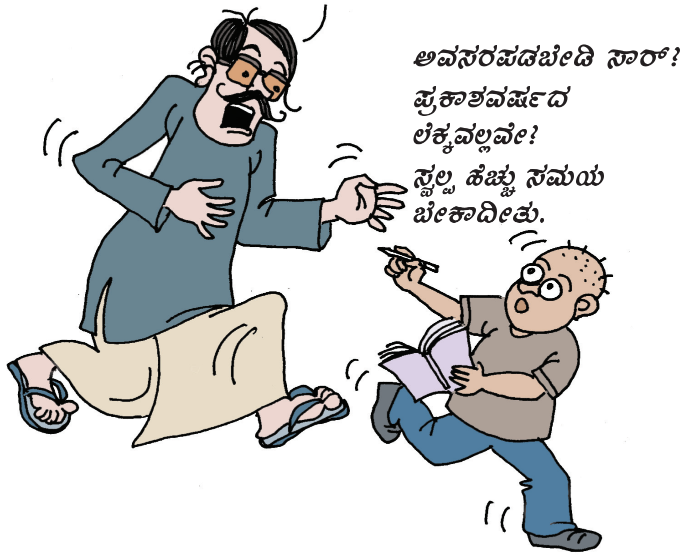
ಹೀಗೆ ಇದನ್ನು ಇನ್ನೂ ಮುಂದುವರಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ? ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ 2, 2^2, 2^3 ಎಂಬವುಗಳ ಘಾತರೂಪಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮುಂದಿನ ಘಾತರೂಪದಿಂದ 2 ಕಳೆದುದಾಗಿದೆ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ

ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕಾಗಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಭೂಮಿ ಹಾಗೂ ಸೂರ್ಯನ ನಡುವಿನ ಸರಾಸರಿ ದೂರ 149000000 ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ (scientific notation) 1.49×10^8 ಎಂದು ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ ಬೆಳಕು ಒಂದು ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸುವ ದೂರ 9.46×10^{17} ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಲಾಗಿದೆ.

ಈ ದೂರವನ್ನು ಒಂದು ಪ್ರಕಾಶವರ್ಷ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ನಕ್ಷತ್ರಗಳ ದೂರವನ್ನು ಪ್ರಕಾಶವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳಲಾಗುತ್ತದೆ. ಭೂಮಿಯ ಅತಿ ಹತ್ತಿರದ ನಕ್ಷತ್ರ ಸೂರ್ಯನಾಗಿರುವನು. ಅದರ ನಂತರದ ನಕ್ಷತ್ರವು ಪ್ರೋಕ್ಸಿಮಾ ಸೆಂಟೋರಿ (Proxima centauri) ಆಗಿದೆ. ಈ ನಕ್ಷತ್ರಕ್ಕಿರುವ ಅಂದಾಜು ದೂರ 4.22 ಪ್ರಕಾಶ ವರ್ಷಗಳಾಗಿವೆ. ಅಂದರೆ ಸಾಧಾರಣ 3.99×10^{18} ಕಿಲೋಮೀಟರ್.

ಇದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಬಹುದಾಗಿದೆ. ಈ ನಕ್ಷತ್ರದಿಂದ ಪ್ರಕಾಶ ರಶ್ಮಿಗಳು ಭೂಮಿಗೆ ತಲುಪಲು 4 ವರ್ಷಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ ಸಮಯ ತಗಲಬಹುದು. ಅಂದರೆ 4 ವರ್ಷಕ್ಕಿಂತಲೂ ಅಧಿಕ ವರ್ಷ ಹಿಂದಿನ ನಕ್ಷತ್ರದ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಇಂದು ನಾವು ಭೂಮಿಯಿಂದ ಕಾಣುತ್ತೇವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಈ ನಕ್ಷತ್ರ ನಾಶ ಹೊಂದಿದರೂ 4 ವರ್ಷಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚು ಕಾಲ ಅದರ ಬೆಳಕು ಕಾಣುತ್ತಲೇ ಇರಬಹುದು.



ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 1000 ವನ್ನು ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು?

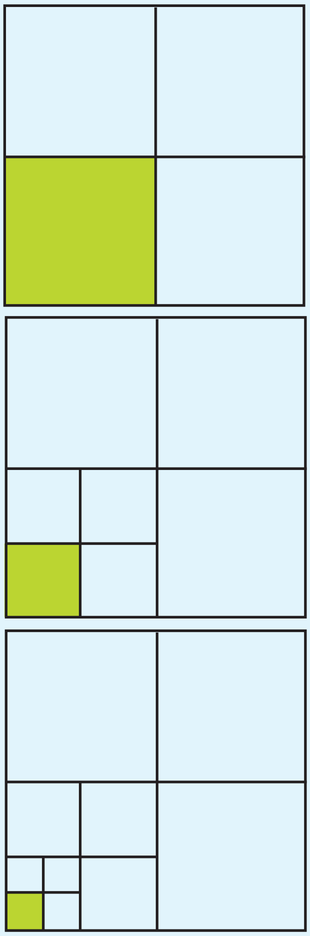
$$\begin{aligned} 1000 &= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \\ &= (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \\ &= 10 \times 10 \times 10 \\ &= 10^3 \end{aligned}$$

ಇನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತರೂಪಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆದು ನೋಡಿರಿ.

- 36
- 225
- 500
- 784
- 750
- 625
- 1024

ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಘಾತಗಳು

ಈ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಒಂದನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಚೌಕದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗಕ್ಕೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಲಾಗಿದೆ?

ಎರಡನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲೋ?

$\frac{1}{4}$ ರ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗ.

ಅಂದರೆ

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16} \text{ ಭಾಗ.}$$

ಮೂರನೆಯ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಇದರ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗ.

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{64} \text{ ಭಾಗ.}$$

ಇದು ಮೂರು $\frac{1}{4}$ ನ್ನು ಗುಣಿಸಿದುದಾಗಿದೆ.

ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರಿದರೆ, ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗಗಳಿಗೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಬೇಕು?

ಐದನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲೋ?

ಐದು $\frac{1}{4}$ ಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

ಇದನ್ನು $\left(\frac{1}{4}\right)^5$ ಎಂದು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$\left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}$$

$$= \frac{1}{4^5}$$

$$= \frac{1}{64 \times 16}$$

$$= \frac{1}{1024}$$

ಅಂದರೆ, ಐದನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಇಡೀ ಚೌಕದ $\frac{1}{1024}$ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಮಾತ್ರ ಬಣ್ಣ ಕೊಡಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಆವರ್ತನ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನೂ ಇದರಂತೆ ಘಾತರೂಪವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5}$$

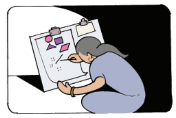
$$= \frac{3 \times 3 \times 3}{5 \times 5 \times 5} = \frac{3^3}{5^3}$$

$$= \frac{27}{125}$$

ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೋಡೋಣ.

$$\left(2\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{12}{5}\right)^3$$

$$= \frac{12}{5} \times \frac{12}{5} \times \frac{12}{5}$$



ಪ್ರೋಜೆಕ್ಟ್

ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕೆ

10 ರ ಎಲ್ಲಾ ಘಾತಗಳ ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕೆ 0 ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. 5 ರ ಘಾತಗಳ ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕೆಯೋ?

6 ರದ್ದೋ?

4 ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕೆಯು ಎಲ್ಲಾ ಘಾತಗಳಿಗೂ ಒಂದೇ ರೀತಿ ಆಗಿದೆಯೇ?

ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕೆಗಳು ಯಾವುವೆಲ್ಲಾ ಆಗಿವೆ.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇತರ ಒಂದಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಇನ್ನು ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ: 2^{100}ರ ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕೆ ಯಾವುದು?

ಹೆಚ್ಚುವುದೋ ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದೋ?

2 ರ ಘಾತಗಳಾದ 2, 4, 8, 16, ... ಎಂಬಿವುಗಳು ಬಹಳ ಬೇಗ ದೊಡ್ಡದಾಗುವುದನ್ನು ನೋಡಿದೆವು. ಇನ್ನು ಉಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳೂ ಇದೇ ರೀತಿ ದೊಡ್ಡದಾಗುತ್ತವೆಯೋ?

$\frac{1}{2}$ ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗಲೋ? $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, ... ಇವು ಸಣ್ಣದಾಗುತ್ತಾ ಬರುತ್ತವೆ.

$\frac{2}{3}$ ರ ಘಾತಗಳಾದರೋ?

$\frac{3}{2}$ ರ ಘಾತಗಳೋ?

ಯಾವ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಘಾತಗಳು ದೊಡ್ಡದಾಗುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತವೆ? ಸಣ್ಣದಾಗುತ್ತಾ ಹೋಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವ ವಿಧದವುಗಳಾಗಿವೆ? 1 ರ ಘಾತಗಳೋ?

$$= \frac{1728}{125} = 13\frac{103}{125}$$

ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಘಾತಗಳನ್ನು ಇದರಂತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- $\left(\frac{2}{3}\right)^5$
- $\left(\frac{3}{5}\right)^4$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$
- $\left(2\frac{1}{2}\right)^3$

ದಶಮಾಂಶಗಳ ಘಾತಗಳು

$(1.2)^2$ ಎಷ್ಟು?

$$(1.2)^2 = 1.2 \times 1.2$$
$$= 1.44$$

ಇದೇ ರೀತಿ $(1.5)^3$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$(0.2)^4$ ಎಷ್ಟು?

$2^4 = 16$ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆಯಲ್ಲವೇ.

0.2 ಎಂಬುದನ್ನು $\frac{2}{10}$ ಎಂದು ಬರೆದಾಗ,

$$(0.2)^4 = \left(\frac{2}{10}\right)^4$$
$$= \frac{2^4}{10^4}$$
$$= \frac{16}{10000}$$
$$= 0.0016$$

ಇದನ್ನು ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕವಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದಲ್ಲವೇ?

$(0.3)^3$ ಎಷ್ಟೆಂದು ಬಾಯಿ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ ಹೇಳಬಹುದೇ?

3^3 ಎಷ್ಟು?

$(0.3)^3$ ರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳಿರಬಹುದು?

$12^3 = 1728$ ಆಗಿದೆ. ಇದರಿಂದ $(1.2)^3$, $(0.12)^3$ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- $(1.1)^3$
- $(0.02)^5$
- $(0.1)^6$

$16^3 = 4096$ ಆಗಿದೆ. ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಳಗಿನ ಘಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- $(1.6)^3$
- $(0.16)^3$
- $(0.016)^3$

ಗುಣಾಕಾರದ ನಿಯಮ

ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಇನ್ನೊಂದು ಗುಣಕವಾಗಿ ಬರೆಯಲು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ:

$$(3 \times 2) + (5 \times 2) = (3 + 5) \times 2 = 8 \times 2$$

ಇದು ಯಾಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ?

$$3 \times 2 = 2 + 2 + 2$$

$$5 \times 2 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

ಆಗ

$$\begin{aligned}(3 \times 2) + (5 \times 2) &= (2 + 2 + 2) + (2 + 2 + 2 + 2 + 2)\\ &= 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2\\ &= 8 \times 2\end{aligned}$$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $2^3 \times 2^5$ ನ್ನು ನೋಡೋಣ.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2$$

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

ಆಗ

$$\begin{aligned}2^3 \times 2^5 &= (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2\\ &= 2^8\end{aligned}$$

ಇಲ್ಲಿ 2 ರ ಬದಲು ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಸಂಖ್ಯೆಯ 3ನೇ ಘಾತವನ್ನೂ 5ನೇ ಘಾತವನ್ನೂ ಗುಣಿಸುವುದಾದರೋ?

$$\begin{aligned}\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 &= \left(\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\right)\\ &= \frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^8\end{aligned}$$

ನಾವು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ಎಂಬ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದರೋ?

$$\begin{aligned}x^3 \times x^5 &= (x \times x \times x) \times (x \times x \times x \times x \times x)\\ &= x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x = x^8\end{aligned}$$

ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳೂ ಘಾತಗಳೂ

m ಒಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ x ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೂ (ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೋ) ಆದರೆ mx ಅಥವಾ $m \times x$ ನ ಅರ್ಥ m ಸಲ x ನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದೆಂದಲ್ಲವೇ. x^m ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥ m ಸಲ x ನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು ಆಗಿದೆ.

ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಲಭಿಸುವ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹಾಗೂ ಘಾತಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದಕ್ಕೂ ಇರುವ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

$$mx + nx = (m + n)x$$

$$x^m \times x^n = x^{m+n}$$

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದಲೂ ಗುಣಿಸಬಹುದು. ಅದು ಆವರ್ತನ ಸಂಕಲನವಲ್ಲ. m, n ಇವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾದರೂ $mx + nx = (m + n)x$ ಎಂಬುದು ಸರಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ n ಎಂಬುದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾದರೆ x^n ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಯಾವುದೇ ಅರ್ಥವಿಲ್ಲ.

2ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳೂ ಘಾತಗಳೂ

ಎರಡರ ಘಾತಗಳೆಲ್ಲಾ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ. ಆದರೆ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಲ್ಲಾ 2ರ ಘಾತಗಳಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 6 ಎಂಬುದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ 2 ರ ಘಾತವಲ್ಲ. ಅಂದರೆ

$$6 = 2 + 4 = 2^1 + 2^2$$

ಇದೇ ರೀತಿ

$$10 = 2 + 8 = 2^1 + 2^3$$

$$12 = 4 + 8 = 2^2 + 2^3$$

$$14 = 2 + 4 + 8 = 2^1 + 2^2 + 2^3$$

ಇದೇ ರೀತಿ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ 2ರ ಘಾತಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೋ ಎಂದು ನೋಡಿರಿ.

ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ 100 ನ್ನು 2 ರ ಘಾತಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು ಹೇಗೆ?

2 ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದಾಗ $2^6 = 64$ ಎಂಬುದು 100 ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿದೆ ಎಂದೂ, $2^7 = 128$ ಎಂಬುದು 100 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ ಎಂದೂ ತಿಳಿಯಿತು.

$$100 = 2^6 + 36$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇನ್ನು $2^5 = 32 < 36$ ಎಂದೂ

$$2^6 = 64 > 36$$

ಎಂದೂ ತಿಳಿದಿದೆ.

ಆಗ $36 = 2^5 + 4 = 2^5 + 2^2$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಅಂದರೆ

$$100 = 2^6 + 2^5 + 2^2$$

ಇದೇ ರೀತಿ, 150 ನ್ನು 2 ರ ಘಾತಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆದು ನೋಡಿರಿ.

ಇನ್ನು ಘಾತಗಳು 3 ಹಾಗೂ 5 ರ ಬದಲು ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಆದರೋ?

$$x^2 \times x^4 = (x \times x) \times (x \times x \times x \times x)$$

$$= x \times x \times x \times x \times x \times x$$

$$= x^6$$

ಘಾತಗಳನ್ನೂ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ m, n ಎಂಬೀ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದರೋ?

$$x^m \times x^n = \underbrace{(x \times x \times x \times \ldots \times x)}_{m \text{ ಸಲ}} \times \underbrace{(x \times x \times x \times \ldots \times x)}_{n \text{ ಸಲ}}$$

$$= \underbrace{(x \times x \times x \times \ldots \times x)}_{m + n \text{ ಸಲ}}$$

$$= x^{m+n}$$

ಈಗ ನಾವು ಕಂಡುಕೊಂಡ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವೇನು?

ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದಾಗ

> x ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ m, n ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದರೂ
>
> $$x^m \times x^n = x^{m+n}$$

ಇದನ್ನು ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಭಾಷಾವಾಚಕದಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಹೇಳಬಹುದು?

ಇದರಲ್ಲಿ 2 ಮುಖ್ಯ ವಿಚಾರಗಳಿವೆ.

> (i) ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತವೇ ಆಗಿದೆ.
>
> (ii) ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತಸೂಚಿಯು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಸೂಚಿಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ.

ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ.

- 2^5 ನ್ನು 2^3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ 2ರ ಎಷ್ಟನೇ ಘಾತ ಸಿಗಬಹುದು?
- $10^2 \times 10^5$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸಾಧಾರಣ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟೆಂದು ಹೇಳುವರು?
- 2^{10} ರ ಎರಡು ಮಡಿ 2 ರ ಎಷ್ಟನೇ ಘಾತವಾಗಿದೆ?
- 2^{10} ರೊಂದಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಸೇರಿಸಿದರೆ 2^{11} ಲಭಿಸಬಹುದು?
- 3^{10} ರೊಂದಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಸೇರಿಸಿದರೆ 3^{11} ಲಭಿಸಬಹುದು?
- 2 ರ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಘಾತಗಳ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ :

2^1	2	2^6	64	2^{11}	2048
2^2	4	2^7	128	2^{12}	4096
2^3	8	2^8	256	2^{13}	8192
2^4	16	2^9	512	2^{14}	16384
2^5	32	2^{10}	1024	2^{15}	32768

ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

- 16×64
- 64×256
- 32×512
- 128×256

ಭಾಗಾಕಾರದ ನಿಯಮ

ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಂತೆ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನೂ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸುಲಭ ಉಪಾಯ ಇದೆಯೇ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $4^5 \div 4^2$ ಎಷ್ಟು?

ಗುಣಾಕಾರದ ನಿಯಮಾನುಸಾರವಾಗಿ

$$4^5 = 4^2 \times 4^3$$

ಹಾಗಾದರೆ 4^5 ನ್ನು 4^2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಲಭಿಸಬಹುದು?

$$4^5 \div 4^2 = 4^3$$

ಇದರಂತೆ $5^7 \div 5^3$ ನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

5^7 ನ್ನು 5^3 ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿ ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು?

$$5^7 = 5^3 \times \ldots\ldots$$

ಇದರಿಂದ

$$5^7 \div 5^3 = \ldots\ldots$$

ಇನ್ನು $8^{23} \div 8^{16}$ ಆದರೋ?

8^{23} ಲಭಿಸಲು 8^{16} ನ್ನು ಎಷ್ಟರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು?

ಅದಕ್ಕೆ 23 ಲಭಿಸಲು 16 ಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಕೂಡಿಸಬೇಕೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೇ?

$$23 - 16 = 7$$

ಆಗ

$$8^{23} = 8^{16} \times 8^7$$

ಇನ್ನು $8^{23} \div 8^{16}$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ?

ಇದನ್ನೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಘಾತಗಳ ಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲೂ ಮಾಡಬಹುದಲ್ಲವೇ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\left(\frac{2}{3}\right)^{16}$ ನ್ನು $\left(\frac{2}{3}\right)^{9}$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೋ?

ಈ ಮೊದಲೇ ಮಾಡಿದಂತೆ

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{16} = \left(\frac{2}{3}\right)^{9} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{7}$$

ಎಂದು ಬರೆದರೆ

2ರ ಘಾತಗಳೂ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ

ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ 2 ರ ಘಾತಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೆಂದು ನೋಡಿದಿರಲ್ಲಾ. ಒಂದನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದ ಯಾವುದೇ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ 1 ಸೇರಿಸಿದುದಾಗಿದೆ. ಆಗ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 2 ರ ಘಾತ ಹಾಗೂ 1 ರ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ 25 ನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಲು ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿ

$$25 = 24 + 1$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇನ್ನು ಮೊದಲು ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡಿದಂತೆ 24 ನ್ನು 2 ರ ಘಾತಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯುವ

$$24 = 16 + 8 = 2^4 + 2^3$$

ಆಗ

$$25 = 2^4 + 2^3 + 1$$

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $1, 2, 2^2, 2^3$ ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

ವ್ಯವಕಲನವೂ ಭಾಗಾಕಾರವೂ

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯದ್ದೇ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದರ ನಿಯಮದಂತೆಯೇ ಕಳೆಯುವ ನಿಯಮವೂ ಇದೆಯಲ್ಲವೇ. ಕೂಡಿಸುವುದು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದಾಗಿರಬೇಕು. ಇದಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ ನಿಯಮವು ಘಾತಗಳ ಭಾಗಕಾರಕ್ಕೂ ಇದೆ.

ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದು ದೊಡ್ಡ ಘಾತರೂಪವಾಗಿರಬೇಕು.

ಅಂದರೆ m, n ಎಂಬೀ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ $m > n$ ಆದರೆ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ x ತೆಗೆದರೂ

$$mx - nx = (m - n)x$$

ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳ ಬದಲಾಗಿ ಘಾತಗಳಾದರೋ?

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

ಈ ನಿಯಮದಲ್ಲಿ $x \neq 0$ ಎಂದೂ ಹೇಳಬೇಕಾದೀತು.

ಸಂಕಲನದ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದಂತೆಯೇ m, n ಇವು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೂ ಇಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಿದ ವ್ಯವಕಲನ ನಿಯಮ ಸರಿಯಾಗುವುದು.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{16} \div \left(\frac{2}{3}\right)^{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^{7}$$ ಆಗಿದೆ.

ಇನ್ನು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಯಾವುದಾದರೂ ಘಾತವನ್ನು ಅದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಚಿಕ್ಕದಾದೊಂದು ಘಾತದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಏನು ಲಭಿಸಬಹುದೆಂದು ನೋಡೋಣ.

ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಕ್ರಿಯೆ ಭಾಗಾಕಾರವಾದುದರಿಂದ x ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿರಬಾರದು. ದೊಡ್ಡ ಘಾತಸೂಚಿ m, ಸಣ್ಣ ಘಾತಸೂಚಿ n ಆಗಿರಲಿ. ಇನ್ನು $x^m \div x^n$ ನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

n ನ್ನು m ಆಗಿ ಮಾಡಲು ಎಷ್ಟು ಕೂಡಿಸಬೇಕು?

ಆಗ

$$x^m = x^n \times x^{m-n}$$

ಇದರಿಂದ

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಅಂದರೆ

x ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ, m, n ಇವು $m > n$ ಆಗಿರುವ ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೂ

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

ಗುಣಾಕಾರ ನಿಯಮದಂತೆಯೇ ಇದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಬಹುದೇ?

ಇನ್ನು ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 2^5 ನ್ನು 2^3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ 2 ರ ಎಷ್ಟನೇ ಘಾತ ಲಭಿಸುತ್ತದೆ?
- $10^9 \div 10^4$ ಎಷ್ಟು?
- 2^{10} ರ ಅರ್ಧವು 2 ರ ಎಷ್ಟನೇ ಘಾತವಾಗಿದೆ?
- 2 ರ ಅನೇಕ ಘಾತಗಳ ಪಟ್ಟಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ? (ಪೇಜ್ 58). ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?
  - $64 \div 16$
  - $512 \div 32$
  - $1024 \div 128$
  - $16384 \div 2048$
- $2^8 \times \frac{1}{2^3}$ ಎಷ್ಟು?
- 7^6 ನ್ನು ಯಾವುದರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ 7^2 ಲಭಿಸುವುದು?

ಇನ್ನೊಂದು ಭಾಗಾಕಾರ

ಈ ಹಿಂದಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೊನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಿಂತ ಮೊದಲಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

$$2^8 \times \frac{1}{2^3} = 2^8 \div 2^3 = 2^5$$ ಆಗಿದೆ.

ಎಂದು ನೋಡಿದಿರಲ್ಲಾ?

ಇದರಿಂದ

$$2^5 \div 2^8 = \frac{1}{2^3}$$

ಎಂದು ಲಭಿಸುವುದಿಲ್ಲವೇ.

ಇದೇ ರೀತಿ ಈ ಹಿಂದಿನ ಕೊನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿರುವ

$7^2 \div 7^6$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

$$7^6 \times \frac{1}{7^4} = 7^2$$

ಇದರಿಂದ

$$7^2 \div 7^6 = \frac{1}{7^4}$$

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ

> x ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ, m, n ಇವುಗಳಲ್ಲಿ $m < n$ ಆಗಿರುವ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ
>
> $$\frac{x^m}{x^n} = \frac{1}{x^{n-m}}$$

ಇನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- ಲಘೂಕರಿಸಿರಿ.
  - $\frac{2^5 \times 2^3}{2^4}$
  - $\frac{3^7}{3^2 \times 3^4}$
  - $\frac{5^2 \times 5^4}{5^5 \times 5^4}$
  - $\frac{8^2 \times 8^7}{8^6 \times 8^3}$
  - $\frac{4^3 \times 4^5}{4^2 \times 4^4}$
  - $\frac{10^4 \times 10^5}{10^6 \times 10^7}$
- 5^6 ನ್ನು 5^{10} ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ $\frac{1}{5}$ ರ ಯಾವ ಘಾತ ಲಭಿಸಬಹುದು?
- 10^8 ನ್ನು 10^{12} ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪ ಯಾವುದು?
- $\left(\frac{1}{2}\right)^5$ ನ್ನು $\left(\frac{1}{2}\right)^8$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಲಭಿಸುವ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?
- $(0.25)^6$ ನ್ನು ಯಾವ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ $(0.25)^4$ ಲಭಿಸುವುದು?

ಭಾಗಿಸುವುದೂ ಕಳೆಯುವುದೂ

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಯೂ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ದೊಡ್ಡಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಬಹುದು. ಆದರೆ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಣ್ಣ ಘಾತರೂಪವನ್ನು ದೊಡ್ಡ ಘಾತರೂಪದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದರ ಕುರಿತು ಆಲೋಚಿಸೋಣ.

$$m < n \text{ ಆದರೆ, } \frac{x^m}{x^n} = \frac{1}{x^{n-m}}$$

ಇದಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದೊಂದು ನಿಯಮ ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲ. ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯಲು ಈಗ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಗಂಟುಗಳ ಲೆಕ್ಕ

ಒಂದು ರೂಪಾಯಿಯ 100 ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಅನೇಕ ಗಂಟುಗಳಲ್ಲಿ ಕಟ್ಟಿ ಇಡಬೇಕು. ಇದರಿಂದ 100 ರೂಪಾಯಿವರೆಗಿನ ಯಾವುದೇ ಮೊತ್ತವನ್ನಾದರೂ ಕಟ್ಟವನ್ನು ಬಿಚ್ಚದೇ ತೆಗೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು. ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಒಂದನೇ ಗಂಟಿನಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹಾಕಿರಿ. ಇನ್ನು 2 ರ ಘಾತಗಳಾದ 2, 4, 8 ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನಾಣ್ಯಗಳಿರುವ ಗಂಟುಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಬೇಕು.

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 64 - 1 = 63$$

ಉಳಿದಿರುವ $100 - 63 = 37$ ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಗಂಟಿನಲ್ಲಿ ಹಾಕಿಡಬೇಕು.

ಇನ್ನು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಮೊತ್ತವು 63 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದ್ದರೆ 2 ರ ಘಾತಗಳನ್ನು, ಬೇಕಾದರೆ 1 ನ್ನೂ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತೆಗೆಯಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 35 ರೂಪಾಯಿ ಬೇಕಾಗಿದ್ದರೆ

$35 = 32 + 2 + 1$ ಎಂದು ತೆಗೆಯಬಹುದು.

63 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾದರೋ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ 65 ರೂಪಾಯಿ ಲಭಿಸಲು ಮೊದಲು 37 ರ ಕಟ್ಟು ತೆಗೆಯಿರಿ. ಇನ್ನು ಬೇಕಾದುದು $65 - 37 = 28$ ರೂಪಾಯಿ.

ಇದನ್ನು $28 = 16 + 8 + 4$

ಎಂದು ತೆಗೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

- 3 ರ ಘಾತಗಳ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿರಿ. (3^{10} ರ ವರೆಗೆ) ಪಟ್ಟಿಯನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ.
    - 81×9
    - 729×81
    - $6561 \div 243$
    - 243×81
    - $2187 \div 9$
    - $59049 \div 729$

ಘಾತಗಳ ಘಾತ

64 ನ್ನು ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ?

ಯಾವೆಲ್ಲಾ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು?

$$2^6 = 64$$
$$4^3 = 64$$
$$8^2 = 64$$
$$64^1 = 64$$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 3^{12} ನ್ನು ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ?

$$\begin{aligned} 3^{12} &= 3^6 \times 3^6 \\ &= (729) \times (729) \\ &= (729)^2 \end{aligned}$$

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$\begin{aligned} 3^{12} &= 3^8 \times 3^4 \\ &= (3^4 \times 3^4) \times 3^4 \\ &= 81 \times 81 \times 81 \\ &= (81)^3 \end{aligned}$$

ಇನ್ನೂ ಒಂದು ರೀತಿ ಇದೆ.

$$\begin{aligned} 3^{12} &= 3^6 \times 3^6 \\ &= (3^3 \times 3^3) \times (3^3 \times 3^3) \\ &= 27 \times 27 \times 27 \times 27 \\ &= (27)^4 \end{aligned}$$

ಇನ್ನು ಯಾವುದಾದರೂ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆಯೇ? ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ.

ಮೇಲೆ ನೋಡಿದುದರಲ್ಲಿ $3^6 \times 3^6$ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವೇನು?

ಎರಡು 3^6 ಗಳನ್ನು ತಮ್ಮೊಳಗೆ ಗುಣಿಸಿದ್ದಲ್ಲವೇ? ಇದನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ $(3^6)^2$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇನ್ನು $(3^6)^2 = 3^6 \times 3^6$

$= 3^{6+6}$

$= 3^{6 \times 2}$

$= 3^{12}$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ $3^4 \times 3^4 \times 3^4$ ಎಂಬುದನ್ನು $(3^4)^3$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಆಗ

$$(3^4)^3 = 3^4 \times 3^4 \times 3^4$$
$$= 3^{4+4+4}$$
$$= 3^{4 \times 3}$$
$$= 3^{12}$$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ

$$(4^2)^3 = 4^2 \times 4^2 \times 4^2$$
$$= 4^{2 \times 3}$$
$$= 4^6$$
$$(5^4)^6 = 5^{4 \times 6}$$
$$= 5^{24}$$

ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇನ್ನು ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವ

$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^3$ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವೇನು?

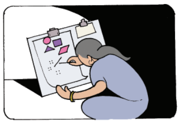
$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

ಅಂದರೆ,

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2+2+2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3 \times 2} = \left(\frac{2}{3}\right)^6$$

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ x ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೂ m, n ಇವು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಆದರೆ

$$(x^m)^n = \underbrace{x^m \times x^m \times \ldots \times x^m}_{n \text{ ಸಲ}}$$
$$= x^{\overbrace{m+m+\ldots+m}^{n \text{ ಸಲ}}}$$
$$= x^{nm}$$
$$= x^{mn}$$



ಪ್ರೋಜೆಕ್ಟ್

ಕೆಲವು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ

$$3 = 1+2$$
$$7 = 3+4$$
$$15 = 1+2+3+4+5 = 7+8$$

ಆದರೆ ಕೆಲವು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 4 ನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಏನಾದರೂ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆ ಇದೆಯೋ?

20 ರ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಪರಿಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

6 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು 1, 2, 3, 6.

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ 6 ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದವುಗಳ ಮೊತ್ತ

$$1+2+3=6$$

ಇನ್ನು 28 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

$$28=2^2\times 7$$

ಆಗ 28 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು

1	2	2^2
7	2×7	$2^2\times7$

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ 28 ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದವುಗಳ ಮೊತ್ತ

$$1+2+2^2+7+(2\times7)=7+7+14=28$$

ಇನ್ನು,

$$2^4\times31=16\times31=496$$

ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

31 ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದುದರಿಂದ ಅಪವರ್ತನಗಳು

1	2	2^2	2^3	2^4
31	2×31	$2^2\times31$	$2^3\times31$	$2^4\times31$

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಸಾಲಿನ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಮೊತ್ತ

$$1+2+2^2+2^3+2^4=2^5-1=31$$

(**ಬೇರೊಂದು ಮೊತ್ತ** ಎಂಬ ಭಾಗವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.)

ಎರಡನೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ $2^4\times31$ ಬಿಟ್ಟುಳಿದ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಮೊತ್ತ

$$(1+2+2^2+2^3)\times31=(2^4-1)\times31$$

$$=(2^4\times31)-31$$

ಆಗ $2^4\times31$ ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದ ಎಲ್ಲಾ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಮೊತ್ತ

$$31+(2^4\times31)-31=2^4\times31$$

ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಂದು (perfect numbers) ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

ಅಂದರೆ,

> x ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ, m, n ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೂ
>
> $$(x^m)^n=x^{mn}$$

ಇನ್ನು ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಘಾತರೂಪವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ?

- $(4^2)^3$
- $(3^3)^2\times9^4$
- $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^4$
- $(2^3)^4\times2^6$

ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವಿವಿಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತರೂಪಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

- 3^8
- 4^6
- 2^{15}
- 5^{12}

ಅಪವರ್ತನಗಳು

32 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಯಾವುವು?

$$1, 2, 4, 8, 16, 32$$

1 ನ್ನು ಬಿಟ್ಟುಳಿದ ಅಪವರ್ತನಗಳೆಲ್ಲವೂ 2ರ ಘಾತಗಳಲ್ಲವೇ? ಹಾಗಾದರೆ 32 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು.

$$1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$$

81 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳೋ?

$$81=3^4$$

ಆಗ ಅಪವರ್ತನಗಳು

$$1, 3, 3^2, 3^3, 3^4$$

ಇನ್ನು 72 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಯಾವುವೆಲ್ಲಾ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ

$$72=2^3\times3^2$$

ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕ್ರಮಪ್ರಕಾರ ಬರೆದು ನೋಡೋಣ.

ಮೊದಲು 1 ಹಾಗೂ ನಂತರ 2 ರ ಘಾತಗಳಾಗಿರುವ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಬರೆಯೋಣ.

$$1, 2, 2^2, 2^3$$

ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಉಳಿದ ನಾಲ್ಕು ಅಪವರ್ತನಗಳು ಲಭಿಸುತ್ತವೆ.

$$3, 2\times3, 2^2\times3, 2^3\times3$$

ಮೊದಲ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಪವರ್ತನಕ್ಕೂ 3 ರ ಬದಲು 3^2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಪುನಃ 4 ಅಪವರ್ತನಗಳು ಲಭಿಸುತ್ತವೆ.

$$3^2,\ 2 \times 3^2,\ 2^2 \times 3^2,\ 2^3 \times 3^2$$

ಇನ್ನು ಯಾವುದಾದರೂ ಅಪವರ್ತನ ಇದೆಯೋ?

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 200ರ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಬರೆದರೋ?

$$200 = 8 \times 25 = 2^3 \times 5^2$$

ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕ್ರಮಪ್ರಕಾರವಾಗಿ ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ?

1	2	2^2	2^3
5	2×5	$2^2 \times 5$	$2^3 \times 5$
5^2	2×5^2	$2^2 \times 5^2$	$2^3 \times 5^2$

240 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳಾದರೋ?

$$240 = 16 \times 15 = 2^4 \times 3 \times 5$$

ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

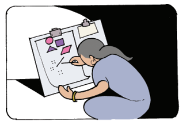
1	2	2^2	2^3	2^4
3	2×3	$2^2 \times 3$	$2^3 \times 3$	$2^4 \times 3$
5	2×5	$2^2 \times 5$	$2^3 \times 5$	$2^4 \times 5$
3×5	$2 \times 3 \times 5$	$2^2 \times 3 \times 5$	$2^3 \times 3 \times 5$	$2^4 \times 3 \times 5$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 64
- 125
- 48
- 45
- 105

ಮಾಡಿ ನೋಡುವ

- $2^x = 128$ ಆಗಿದೆ. 2^{x+1} ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- $3^x = 729$ ಆಗಿದೆ. 3^{x-1} ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
- $3^x, 3^{x+1}, 3^{x-1}, 3^x + 1$ ಇದರಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?
- 6^{10} ರ ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕೆ ಯಾವುದಾಗಿರಬಹುದು?
- $5^6 \times \frac{1}{5^x} = \frac{1}{5^{10}}$ ಎಂದು ಲಭಿಸಬೇಕಾದರೆ x ಎಷ್ಟು?
- ಲಘೂಕರಿಸುವ
  - $\frac{3^5 \times 3^6}{3^4 \times 3^4}$
  - $\frac{4^7 \times 4^8}{4^2 \times (4^3)^5}$
  - $\frac{(6^4)^2 \times (6^5)^3}{(6^2)^2 \times (6^4)^5}$



ಪ್ರೋಜೆಕ್ಟ್

32	=	2^5	ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	6
81	=	3^4	ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	5
72	=	$2^3 \times 3^2$	ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	12

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಘಾತಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಅವುಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೂ ಬರೆಯಿರಿ. ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹೇಗೆ?

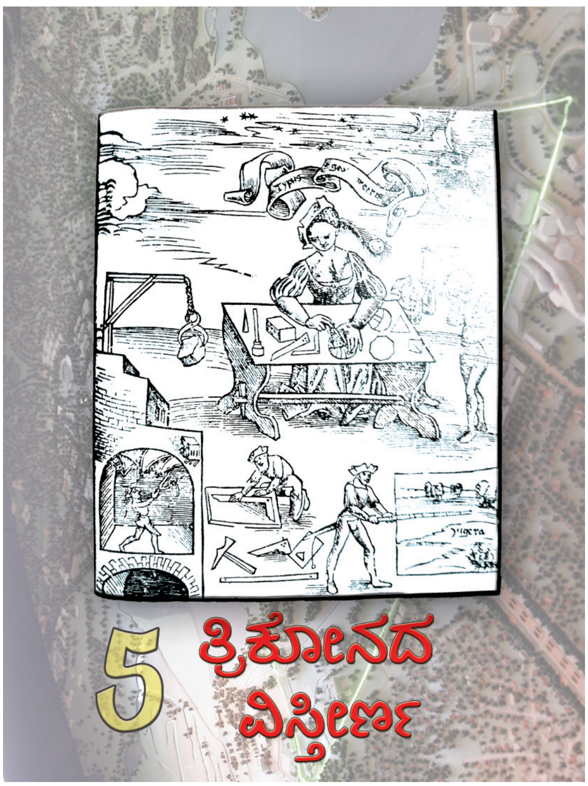
ಘಾತಗಳಾಗಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇವುಗಳೊಳಗೆ ಏನಾದರೂ ಸಂಬಂಧ ಇದೆಯೋ?

ಪುನರವಲೋಕನ

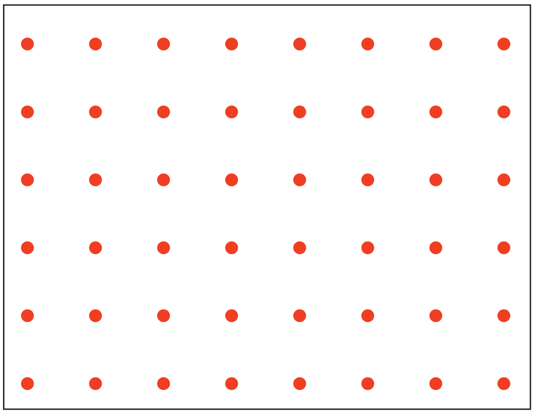
ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಟೀಚರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ
• ಆವರ್ತನ ಗುಣಾಕಾರದ ಕ್ರಿಯಾರೂಪವಾಗಿ ಘಾತ ರೂಪೀಕರಣವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲು ವಿವರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.			
• ಕ್ರಿಯಾರೂಪಗಳನ್ನಾಧರಿಸಿ ಘಾತಗಳ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.			
• ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲೂ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಸುಲಭದಲ್ಲಿ ಮಾಡಲೂ ಘಾತಗಳ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು.			
• ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲು ಘಾತಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗುವುದು. ಇಂತಹ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಮಂಡಿಸುವುದು.			
• ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು, ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 10 ರ ಘಾತಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದು.			
• ಘಾತಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಬಂಧವಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಯುಕ್ತಿಯೊಂದಿಗೆ ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.			

5

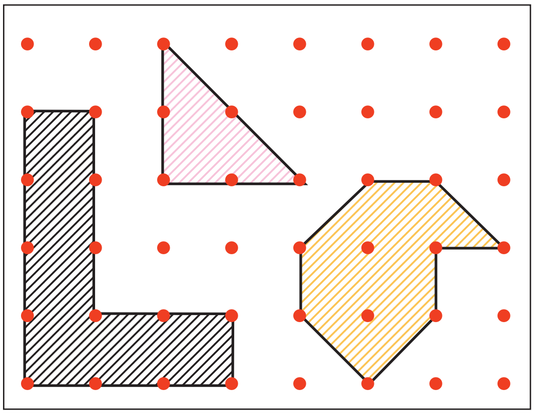
ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ



ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಎಡೆಬಿಟ್ಟು ಅಡ್ಡಕ್ಕೂ ನೀಟಕ್ಕೂ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹಾಕಲಾಗಿದೆ.



ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಬಣ್ಣಹಾಕಿರುವ ರೂಪಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?



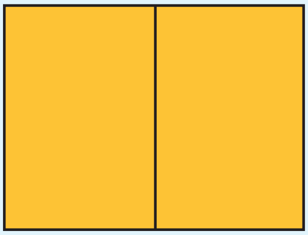
ಇನ್ನು ಮೇಲಿನ ಆಯತದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹಲವು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ ಗ್ರಿಡ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. Polygon ಟೂಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಗ್ರಿಡ್ಡಿನ ಗೆರೆಗಳು ಸೇರುವ ಸ್ಥಾನಗಳ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿ ವಿವಿಧ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

ಹೀಗೆ ರಚಿಸುವ ಆಕೃತಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರವು ಸರಿಯಾಗಿದೆಯೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಪರಿಶೋಧಿಸಬಹುದು. ಇದಕ್ಕಾಗಿ Area ಟೂಲನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಆಕೃತಿಗಳ ಒಳಗೆ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದರೆ ಸಾಕು.

4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಉದ್ದ, 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಅಗಲವಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ಕಾಗದದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿ ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಇದರಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ನಿಖರವಾಗಿ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ಈಗ ಎರಡು ಆಯತಗಳಾದುವು. ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಅರ್ಧವಾಗಿರುವುದೆಂದು ತಿಳಿಯಲು ಮಡಚಿ ನೋಡಿದರೆ ಸಾಲದೇ?

ಅಂದರೆ,

ಚಿಕ್ಕಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ದೊಡ್ಡ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅರ್ಧ

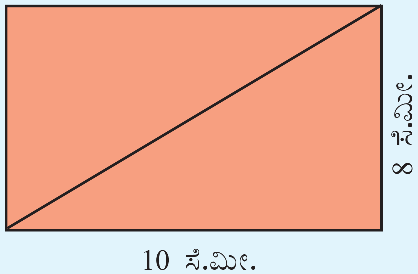
$$= \frac{1}{2} \times 12$$

= 6 ಚ.ಸೆ.ಮೀ.

ಇತರ ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಅರ್ಧವಾಗಿಸಬಹುದೇ?

ಮತ್ತೊಂದು ಅರ್ಧ

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 10 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 8.ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.



ಆಯತದ ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ ಒಂದು ಗೆರೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಆಯತವು ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾದುವು.

ಇವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದೇ?

ಮೊದಲು ಮಾಡಿದ ರೀತಿಯಂತೆ ಮಡಚಿ ನೋಡಿರಿ. ಸರಿಯಾಗುವುದೇ?

ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆದರೋ?

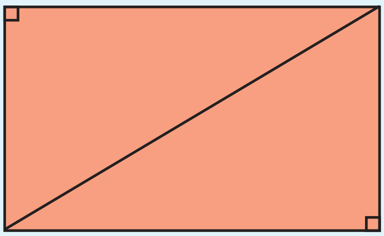
ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಇಟ್ಟು ನೋಡಿರಿ.

ಆಗ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?
ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅರ್ಧ

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 8$$

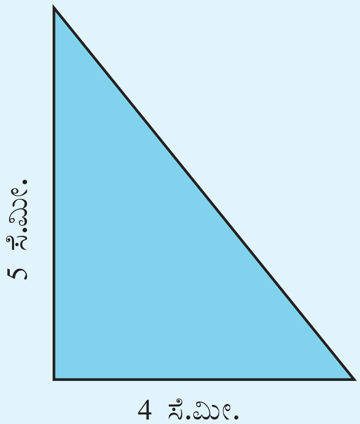
= 40 ಚ.ಸೆ.ಮೀಟರ್

ಹೀಗೆ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರೋ?



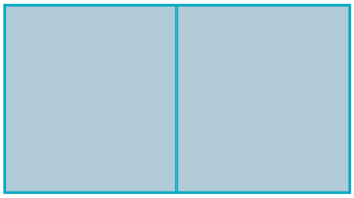
ಒಂದು ಕೋನವು ಲಂಬಕೋನವಾದ ತ್ರಿಕೋನಕ್ಕೆ ಲಂಬ ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ (right angled triangle) ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

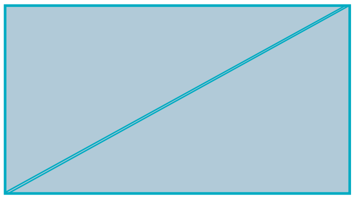


ಹಲವು ಅರ್ಧಗಳು

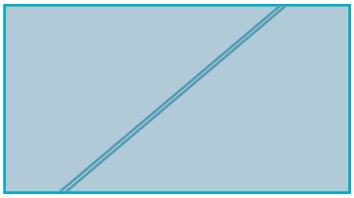
ಒಂದು ಆಯತದ ಮಧ್ಯದ ಮೂಲಕ ಅಡ್ಡಕ್ಕೂ ನೀಟಕ್ಕೂ ಕತ್ತರಿಸಿ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಆಯತಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು.



ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ ಕತ್ತರಿಸಿ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು.



ಇದರ ಒಳಗೆ ಓರೆಯಾಗಿ ಗೆರೆ ಎಳೆದರೋ?

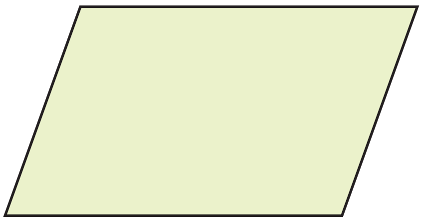


ಅರ್ಧ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಎರಡು ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಸಿಗುವುದಲ್ಲವೇ?

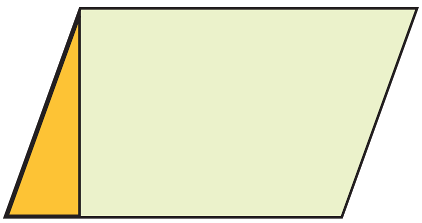
ಒಂದು ಜೊತೆ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಮಾತ್ರ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಇಂತಹ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಿಗೆ ಸಮಲಂಬ (trapezium) ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಮತ್ತು ಆಯತ

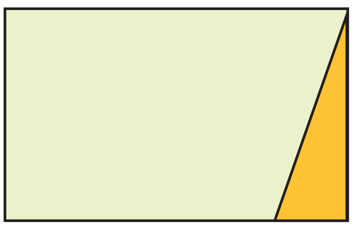
ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?



ಈ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಿಂದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

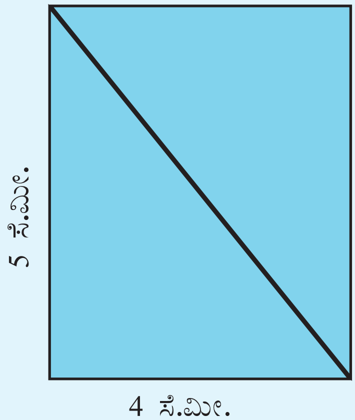


ಈ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಿದರೋ?



ಈಗ ಒಂದು ಆಯತವಾಯಿತಲ್ಲವೇ.

ಇದರಂತೆ ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಕಾಗದದಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆದು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಸೇರಿಸಿಟ್ಟು ನೋಡಿರಿ.



ಈ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಎಷ್ಟು? ಲಂಬ ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಇದರ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times 4 \times 5$

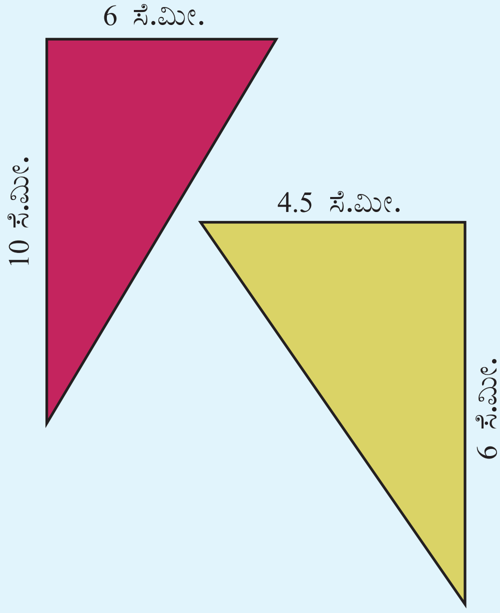
$= 10$ ಚ.ಸೆ.ಮೀಟರ್

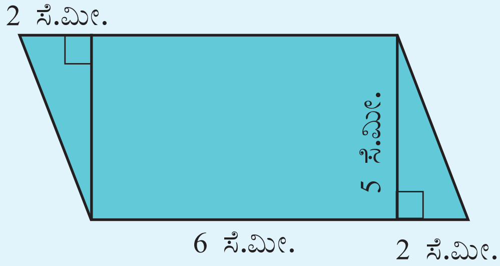
ಇದರಲ್ಲಿ 4, 5 ಇವುಗಳು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬ ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳಾಗಿವೆ.

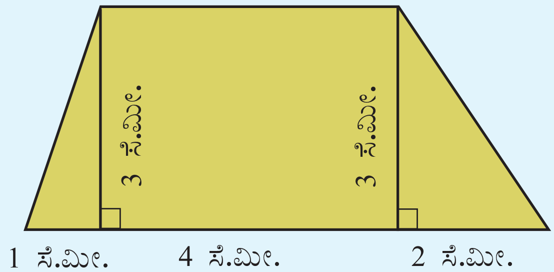
ಅಂದರೆ, ಯಾವುದೇ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ವಿಧಾನ:

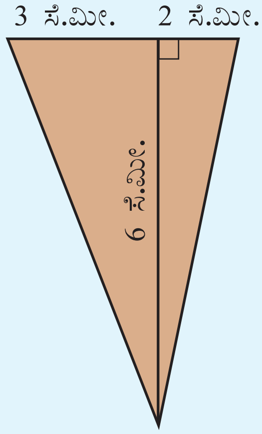
ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಲಂಬ ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ.

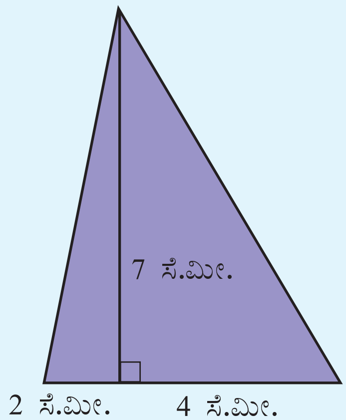
ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಆಕೃತಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.







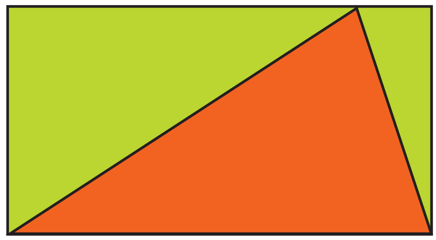




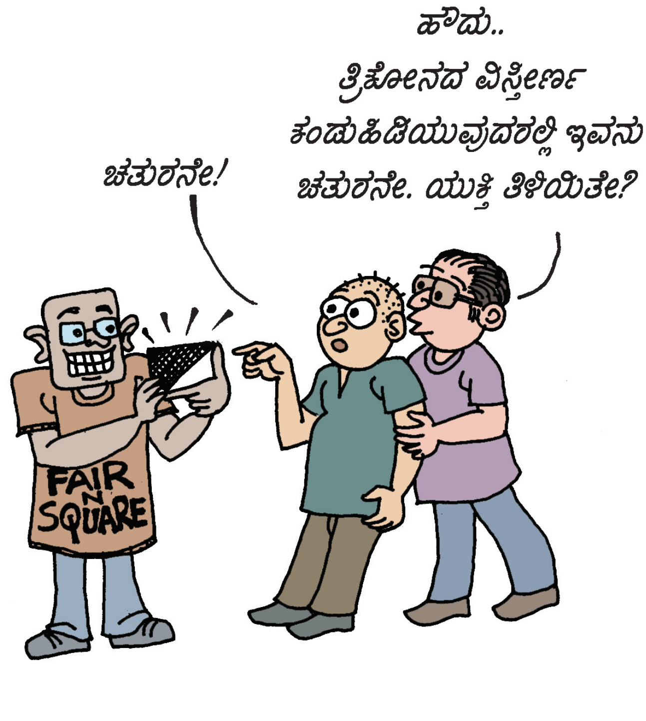
- ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 96 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಲಂಬ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಅಳತೆ 16 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೆ ಇನ್ನೊಂದರ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?
- ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬ ಭುಜಗಳ ಅಳತೆ 12 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 15 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿವೆ. ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಅಳತೆ 18 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್. ಹಾಗಾದರೆ ಇನ್ನೊಂದು ಲಂಬ ಭುಜದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

ಆಯತ ಮತ್ತು ತ್ರಿಕೋನ

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೆಂಪು ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆ?

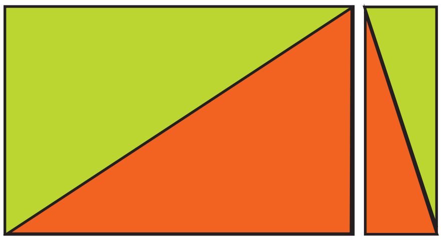


ಉತ್ತರವು ಮುಂದಿನ ಪುಟದಲ್ಲಿದೆ. ಪುಟ ತಿರುಗಿಸುವ ಮೊದಲು ಸ್ವಲ್ಪ ಆಲೋಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.



ಆಯತ ಮತ್ತು ತ್ರಿಕೋನ

ಆಯತವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಎರಡು ಚಿಕ್ಕ ಆಯತಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದರೋ?

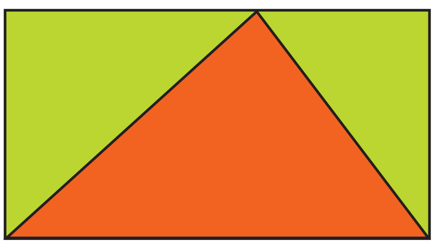


ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚಿಕ್ಕ ಆಯತದಲ್ಲಿರುವ ಕೆಂಪು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಆ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಮೊದಲ ದೊಡ್ಡ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅರ್ಧವಾಗಿರುವುದಲ್ಲವೇ?

ಈ ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳೂ ಸೇರಿರುವುದೇ ಮೊದಲ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನ.

ಅಂದರೆ ಮೊದಲ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೆಂಪು ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ.

ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿದರೋ?

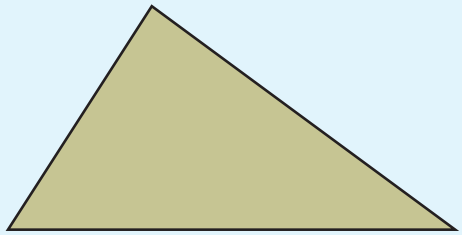


ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಇದರ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. Polygon ಟೂಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಇದಕ್ಕೆ ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣವನ್ನು ನೀಡಿರಿ. Area ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಯಾಗುವುದೇ?

ಇತರ ತ್ರಿಕೋನಗಳು

ಈ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

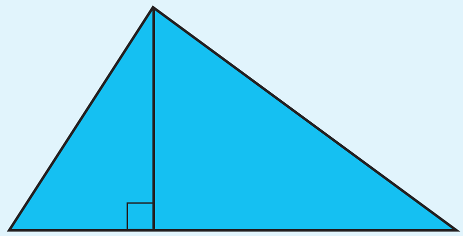


ಇದರ ಯಾವುದೇ ಕೋನಗಳು ಲಂಬವಾಗಿಲ್ಲ.

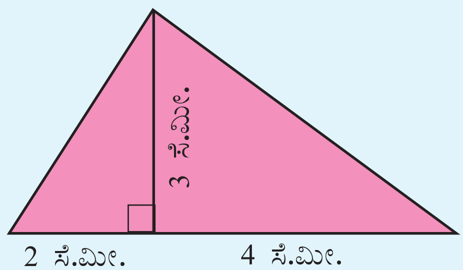
ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ?

ಇದನ್ನು ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಬಹುದೇ?

ಮೊದಲು ಮಾಡಿರುವ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ನೋಡಿರಿ.



ಹಾಗಾದರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಯಾವ ಯಾವ ಗೆರೆಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಬೇಕು?



$$\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \left(\frac{1}{2}\times 2\times 3\right) + \left(\frac{1}{2}\times 4\times 3\right)$$

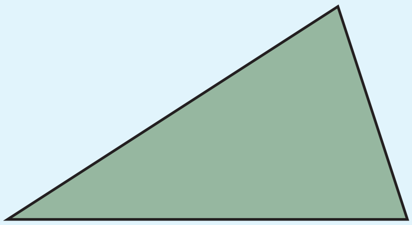
$$= 3 + 6$$

$$= 9 \text{ ಚ.ಸೆ.ಮೀ.}$$

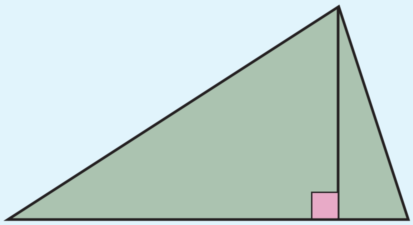
ಹೀಗೆ ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಧಾನ ಯಾವುದು?

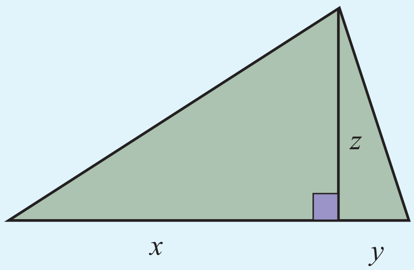
ಈ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಮೊದಲು ಮೇಲಿನಿಂದ ಒಂದು ಲಂಬವನ್ನು ಎಳೆದು ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬೇಕು.



ಇನ್ನು ಕೆಲವು ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಬೇಕು. ಅವುಗಳನ್ನು ಸೌಕರ್ಯಕ್ಕಾಗಿ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆಯುವ.



ಇನ್ನು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

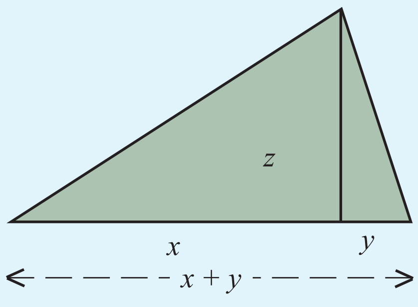
ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತ

$$= \left(\frac{1}{2} \times x \times z\right) + \left(\frac{1}{2} \times y \times z\right)$$

$$= \frac{1}{2}\ xz + \frac{1}{2}\ yz$$

$$= \frac{1}{2}\ (x+y)\ z$$

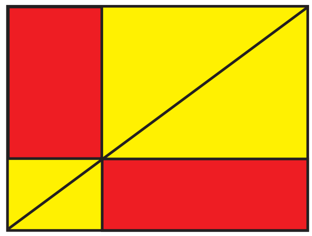
ಇದರಲ್ಲಿ $x+y$ ಎಂಬುದು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದ ಉದ್ದವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೆ.



ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಅಂತರ 3 ಯೂನಿಟ್ ಆಗಬೇಕು. ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ 4 ಯೂನಿಟ್ ಅಂತರದಲ್ಲಿ D, F ಎಂಬಂತೆ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. ಮೇಲಿನ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ G ಎಂಬ ಒಂದು ಬಿಂದು ಗುರುತಿಸಿರಿ. Polygon ಟೂಲನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನ DEF ರಚಿಸಿರಿ. ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರ ಸರಿಯಾಗಿರುವುದೇ ಎಂಬುದನ್ನು Area ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಪರಿಶೋಧಿಸ ಬಹುದು. ಇನ್ನು G ಯ ಸ್ಥಾನ ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆ ಆಗುತ್ತದೆಯೇ?

ಆಯತದಲ್ಲಿ ಆಯತಗಳು

ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಆಯತಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

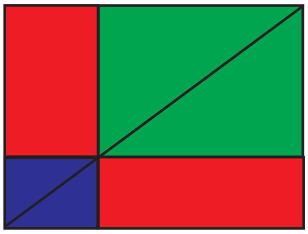


ಇದರಲ್ಲಿ ಕೆಂಪು ಆಯತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗೆ ಏನಾದರೂ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೇ?

ಪುಟ ತಿರುಗಿಸಿ ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಒಮ್ಮೆ ಆಲೋಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ:

ಆಯತದಲ್ಲಿ ಆಯತಗಳು

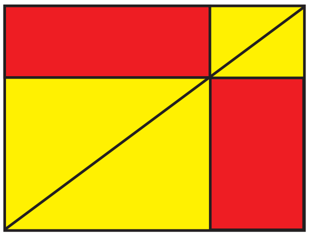
ದೊಡ್ಡ ಆಯತದ ಕರ್ಣವು ಅದನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳಿರುವ ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಈ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ಅದರ ಒಳಗಿನ ಕೆಂಪು ಆಯತ ಮತ್ತು ಎರಡು ಚಿಕ್ಕ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸೇರಿರುವುದಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಬಣ್ಣವಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆಯಲ್ಲವೇ.

ಆಗ ಎರಡು ಕೆಂಪು ಆಯತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ.

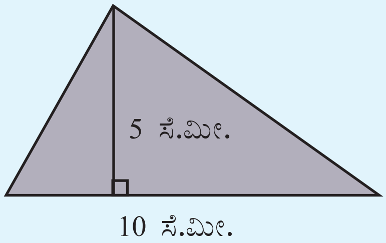
ಕರ್ಣದ ಇತರ ಯಾವುದೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೋ?

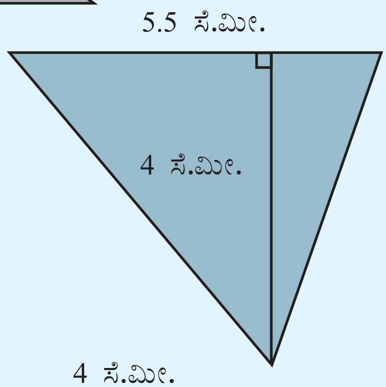


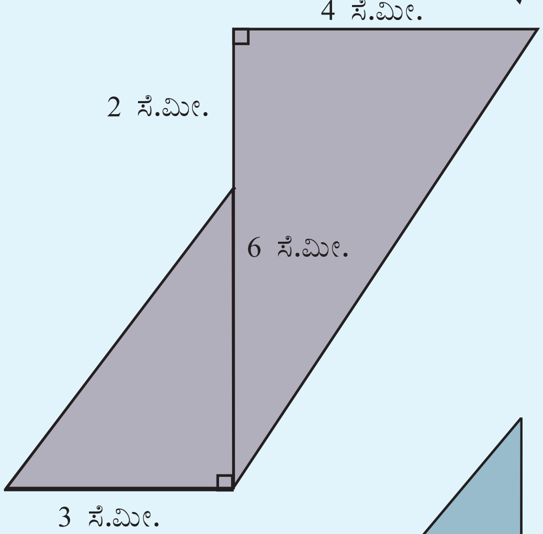
ಹಾಗಾದರೆ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಹೇಳಬಹುದು?

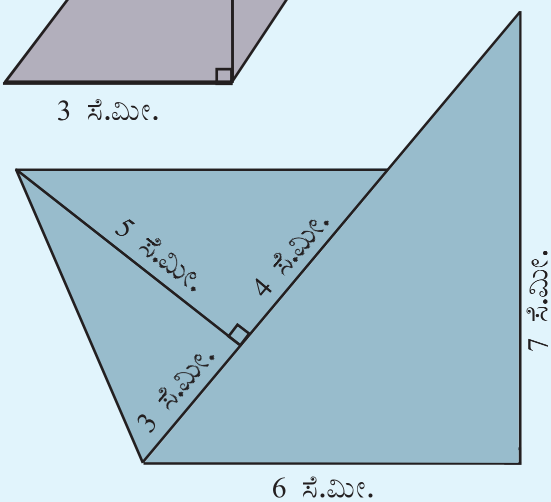
> ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಭುಜ ಮತ್ತು ಆ ಭುಜದ ವಿರುದ್ಧ ಶಿರದಿಂದಿರುವ ಲಂಬದ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿರುವುದು.

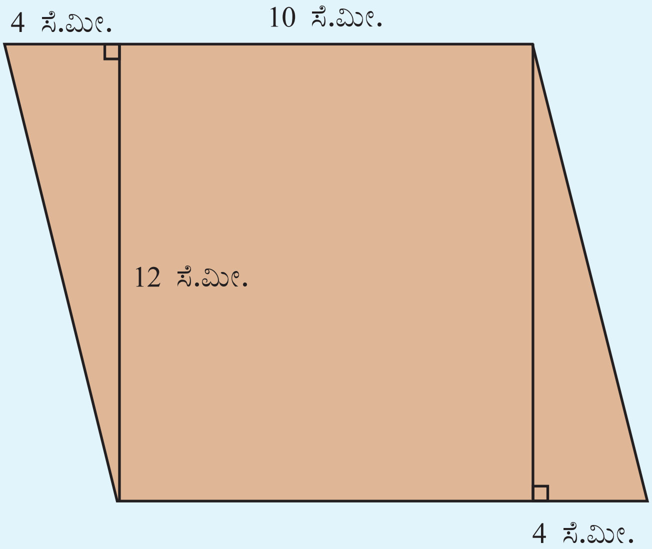
ಈ ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:





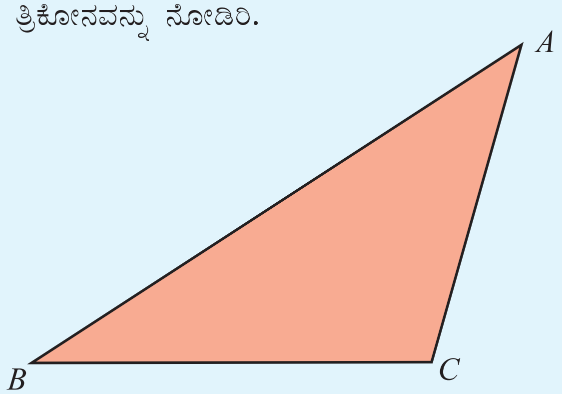






ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಕೋನ

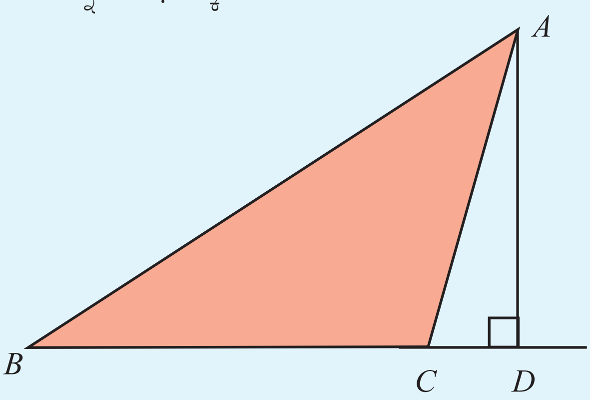
ಈ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಇದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ?

A ಯಿಂದ BC ಗೆ ಲಂಬವನ್ನು ಎಳೆಯುವುದು ಹೇಗೆ?

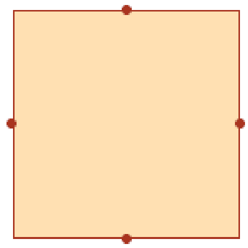
BC ಯನ್ನು ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ಮುಂದುವರಿಸಿದರೋ?



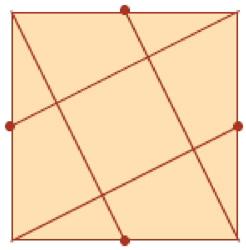
ಇನ್ನು ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ? ΔABD ಯಿಂದ ΔACD ಯನ್ನು ಬೇರ್ಪಡಿಸಿದರೆ ΔABC ಸಿಗುವುದಲ್ಲವೇ..

ಚೌಕದ ಭಾಗ

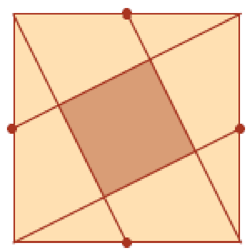
ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಭುಜಗಳ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಒಂದೊಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ.



ಇನ್ನು ಈ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಚೌಕದ ಶಿರಗಳಿಗೆ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಿರಿ.



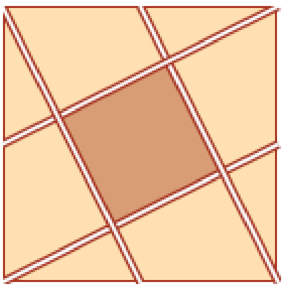
ಈಗ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚೌಕ ಲಭಿಸಿತಲ್ಲವೇ?



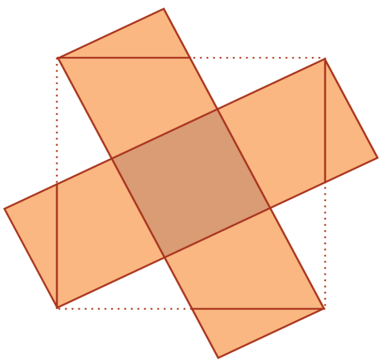
ಇದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಮೊದಲ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೇ?

ಚೌಕದ ಭಾಗ

ಇದರಂತೆ ಒಂದು ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕಾಗದದಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

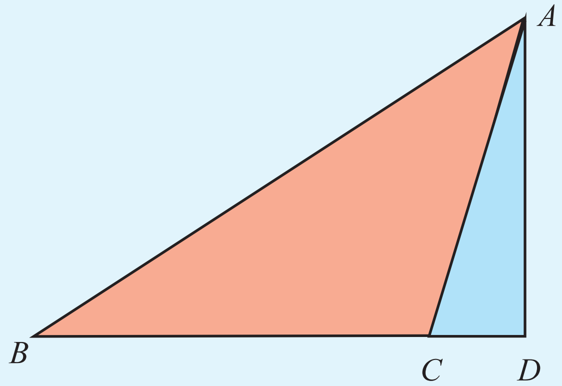


ಇನ್ನು ಇದರಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸ್ಥಾನ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಇರಿಸಿರಿ. ಈಗ ಸಮಾನ ಅಳತೆಯ ಐದು ಚೌಕಗಳು ಲಭಿಸಿತಲ್ಲವೇ?



ಇದರಿಂದ ಮಧ್ಯಭಾಗದ ಚೌಕವು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ $\frac{1}{5}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆಯೆಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ΔABD ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆ.



ΔABD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times BD \times AD$

ΔACD ಯು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೆ.

ΔACD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times CD \times AD$

ಇನ್ನು ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ.

ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \Delta ABD$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $- \Delta ACD$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= \frac{1}{2} \times BD \times AD - \frac{1}{2} \times CD \times AD$$

$$= \frac{1}{2} \times (BD - CD) \times AD$$

ಚಿತ್ರದಿಂದ

$$BD - CD = BC$$

ಆಗ

ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times (BD - CD) \times AD$

$$= \frac{1}{2} \times BC \times AD$$

BC, AD ಇವುಗಳನ್ನು ಅಳತೆಮಾಡಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಇದರಲ್ಲಿ AD ಎಂಬುದು A ಯಿಂದ BC ಗಿರುವ ಎತ್ತರವೇ ಆಗಿದೆ.

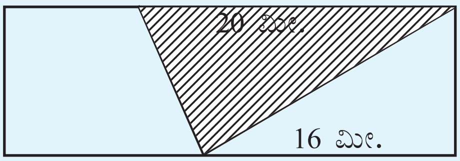
ಅಂದರೆ ಇಂತಹ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಒಂದು ಭುಜದ ಹಾಗೂ ಅದಕ್ಕಿರುವ ಲಂಬದ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ.

ಈ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಆಗತ್ಯವಿರುವ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳೆದು ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

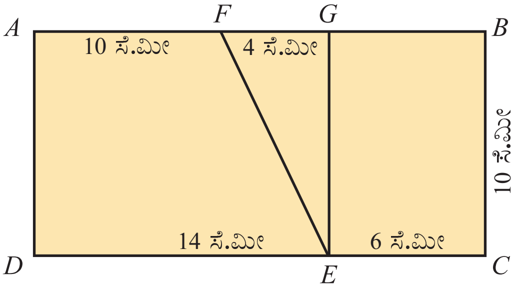
ಮಾಡಿ ನೋಡುವ

- ಆಯತಾಕೃತಿಯ ಒಂದು ಸ್ಥಳಕ್ಕೆ 30 ಮೀಟರು ಉದ್ದವೂ 10 ಮೀಟರು ಅಗಲವೂ ಇವೆ. ಇದರ ಒಳಗೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ತ್ರಿಕೋನಾಕೃತಿಯಾಗಿರುವ ಒಂದು ಸ್ಥಳವನ್ನು ಬಾಳೆಕೃಷಿಗಾಗಿ ಬೇರ್ಪಡಿಸಿದ್ದಾರೆ.



- ಬಾಳೆ ಕೃಷಿ ಮಾಡುವ ಸ್ಥಳದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?
- ಬಾಳೆ ಕೃಷಿ ಮಾಡುವ ಸ್ಥಳದೊಂದಿಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಾಕೃತಿಯಾದ ಸ್ಥಳದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಎಷ್ಟು?
- ಬಾಳೆ ಕೃಷಿ ಮಾಡುವ ಸ್ಥಳದ ಸಮೀಪದ ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?
- ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle B = 90°$, BC ಯ ಉದ್ದ 8 ಸೆಂಟಿ ಮೀಟರ್ ಹಾಗೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 48 ಚದರ ಸೆಂಟಿ ಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಈ ತ್ರಿಕೋನದ BC ಎಂಬ ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು 6 ಸೆಂಟಿ ಮೀಟರ್ ಮುಂದುವರಿಸಿ D ಎಂಬ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. AD ಯನ್ನು ಜೋಡಿಸುವಾಗ ಲಭಿಸುವ ΔADC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೆಷ್ಟು?

ಸಮಲಂಬವಾದರೆ



$ABCD$ ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿದೆ. EFG ಒಂದು ಲಂಬ ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆ. $AFED$, $ECBF$ ಎಂಬೀ ಸಮಲಂಬಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಎಷ್ಟು?

ಪುನರವಲೋಕನ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಟೀಚರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ
• ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲಿರುವ ರೀತಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು ಎಂದು ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.			
• ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದು.			

6

ವರ್ಗವೂ ವರ್ಗಮೂಲವೂ

ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಕಿರುವವುಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ :

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಚುಕ್ಕೆಗಳಿವೆ?

$1, 3, 6, 10, 15, ...$

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (triangular Numbers) ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

ಮೊದಲ ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆ $= 1$.

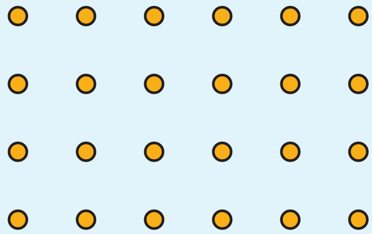
ಅನಂತರದ ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆ $1 + 2 = 3$.

ಅದರ ಸಮೀಪದ್ದು $1 + 2 + 3 = 6$.

ಹತ್ತನೇ ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

ಅಡ್ಡಕ್ಕೂ ನೀಟಕ್ಕೂ

ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಅಡ್ಡಕ್ಕೂ ನೀಟಕ್ಕೂ ಆಯತಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಹಲವು ಚುಕ್ಕೆಗಳು ಇವೆ.

ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಚುಕ್ಕೆಗಳಿವೆ?

ಚುಕ್ಕೆಗಳೆಲ್ಲವನ್ನು ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಎಣಿಸಿಯೇ ಅವುಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಿರುವುದು?

24 ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿ ಆಯತ ಮಾಡಬಹುದೇ?

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಚೌಕಾಕಾರ ಆಗಿದೆಯೇ?

ಚೌಕಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಕ್ರಮೀಕರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಶೇಷತೆಗಳೇನು?

ಹೀಗೆ ಚೌಕಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಕ್ರಮೀಕರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಚೌಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎನ್ನುವರು.

ವರ್ಗಗಳು

36 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಯಾವೆಲ್ಲಾ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು?

$2 \times 18, 3 \times 12, 4 \times 9,$ ಎಂಬಂತೆ ವಿಂಗಡಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

$36 = 6 \times 6$ ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇದನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ

$36 = 6^2$ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂದು ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ.

6 ನ್ನು 6 ರಿಂದಲೇ ಗುಣಿಸುವುದು, ಅಥವಾ 6 ರ 2ನೇ ಘಾತವು 36 ಆಗಿದೆ.

ಇನ್ನೊಂದು ಹೆಸರು ಕೂಡಾ ಇದೆ.

36 ಎಂಬುದು 6 ರ ವರ್ಗವಾಗಿದೆ.

ಆಗ 5 ರ ವರ್ಗವೋ?

ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳು

1, 4, 9, 16, ... ಎಂಬಿವುಗಳು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳಾಗಿವೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳು (perfect squares) ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

16ರ ಅನಂತರದ ಸಮೀಪದ ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಯಾವುದು?

20 ಯಾಕೆ ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ?

ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳಾಗುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಿರಿ.

1 ರಿಂದ 4 ಕ್ಕೆ ತಲುಪಲು 3 ಸೇರಿಸಬೇಕು.

4 ರಿಂದ 9 ಕ್ಕೆ ತಲುಪಲೋ?

ಇದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಬಹುದು.

$$4 - 1 = 3$$

$$9 - 4 = 5$$

$$16 - 9 = 7$$

ಇವುಗಳೆಲ್ಲಾ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲವೇ?

ಆಗ ಸಮೀಪದ ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ಹೇಳಬಹುದು.

$$4 = 1 + 3$$

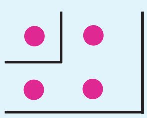
$$9 = 4 + 5 = 1 + 3 + 5$$

$$16 = 9 + 7 = 1 + 3 + 5 + 7$$

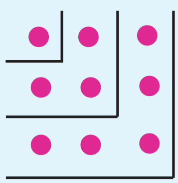
ಇವುಗಳಿಂದ ತಿಳಿಯುವುದು ಏನನ್ನು?

ಒಂದರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಅನುಕ್ರಮವಾದ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳು ಲಭಿಸುವುದು.

ಇದನ್ನು ಚಿತ್ರ ರೂಪದಲ್ಲೂ ನೋಡಬಹುದು.



$1 + 3 = 4$



$1 + 3 + 5 = 9$

ಹೀಗೆ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, 20 ರ ವರೆಗಿರುವ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದೇ?

$$1^2 = 1$$

$$2^2 = 1 + 3 = 4$$

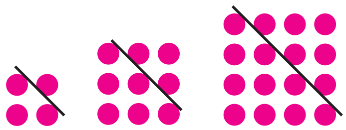
$$3^2 = 4 + 5 = 9$$

$$4^2 = 9 + 7 = 16$$

ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರಿದರೆ ಸಾಕು.

ಆಯತವೂ ತ್ರಿಕೋನವೂ

ಈ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ :



ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೌಕಗಳನ್ನೂ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಇಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ್ದನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಬರೆದು ನೋಡುವ.

$$4 = 1 + 3$$

$$9 = 3 + 6$$

$$16 = 6 + 10$$

ಇದನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ ಸರಿಯೋ ಎಂದು ನೋಡಿರಿ.

ಏನು ಲಭಿಸಿತು?

1ರ ಅನಂತರವಿರುವ ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳೆಲ್ಲವೂ (ಚೌಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು) ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ.

ಏಳನೇ ಮತ್ತು ಎಂಟನೇ ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟು?

1 ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸುವ ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಹಲವು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಇವುಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು? 1 ರಿಂದ 30 ರ ವರೆಗಿನ ಅನುಕ್ರಮವಾದ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟು?

ಹತ್ತರ ಆಟ

10 ರ ವರ್ಗ 100 ಆಗಿದೆ. 100 ರ ವರ್ಗವೋ?

1000 ದ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ 1 ರ ಅನಂತರ ಎಷ್ಟು ಸೊನ್ನೆಗಳಿರಬಹುದು?

10000 ದ ವರ್ಗದಲ್ಲಿಯೋ?

ವರ್ಗವಾಗುವಾಗ ಸೊನ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಏನು ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ?

ಆಗ 10, 100, 1000, 10000, ... ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುರುತಿಸಬಹುದು?

ಒಂದು ಲಕ್ಷ ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವೋ?

ಹತ್ತು ಲಕ್ಷವೋ?

ಇನ್ನು 20, 200, 2000 ಇವುಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

400000000 ಪೂರ್ಣವರ್ಗವೋ?

ಇನ್ನೊಂದು ಸೊನ್ನೆಯನ್ನೂ ಸೇರಿಸಿದರೋ?

ಇನ್ನು ಹಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸುವ. ಎಲ್ಲವನ್ನೂ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲೇ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದಲ್ಲವೇ?

- ಈ ಕೆಳಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :
  - 30
  - 400
  - 7000
  - 6×10^{25}
- ಈ ಕೆಳಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
  - 2500
  - 36000
  - 1500
  - 9×10^7
  - 16×10^{24}

ಅನಂತರದ ವರ್ಗ

21 ರ ವರ್ಗ ಎಷ್ಟು?

ಗುಣಿಸದೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ.

20 ರ ವರ್ಗ 400 ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ? ಆಗ 21 ರ ವರ್ಗ ಲಭಿಸಲು 400 ರೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.

ಯಾವ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆ?

ಆರಂಭದಿಂದಲೇ ನೋಡುವ.

$$2^2 = 1^2 + 3 = 1^2 + (1 + 2)$$

$$3^2 = 2^2 + 5 = 2^2 + (2 + 3)$$

$$4^2 = 3^2 + 7 = 3^2 + (3 + 4)$$

ಏರಿಕೆ ಮತ್ತು ಇಳಿಕೆ

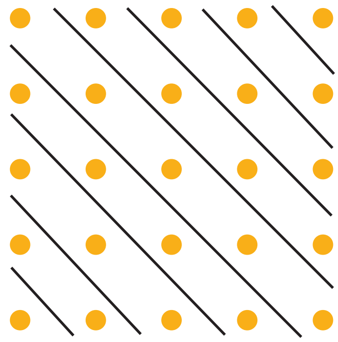
$$1 = 1$$

$$4 = 1+2+1$$

$$9 = 1+2+3+2+1$$

$$16 = 1+2+3+4+3+2+1$$

ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇತರ ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳನ್ನೂ ಬರೆದು ನೋಡಿರಿ.



$$5^2 = 4^2 + 9 = 4^2 + (4 + 5)$$

ಈ ರೀತಿಗಳಲ್ಲೂ ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ? ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರಿದರೆ, 21^2 ನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು?

$$21^2 = 20^2 + (20 + 21)$$

ಅಂದರೆ,

$$21^2 = 400 + 41 = 441$$

ಇನ್ನು ಮೊದಲ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ

$$22^2 = 441 + 43 = 484$$

ಎಂಬಂತೆ ಮುಂದುವರಿಸುವ.

101 ರ ವರ್ಗವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು?

$$100^2 = 10000$$

ಇನ್ನು ಯಾವುದನ್ನು ಕೂಡಿಸಬೇಕು?

$$100 + 101 = 201$$

ಆಗ

$$101^2 = 10000 + 201 = 10201$$

- ಇದರಂತೆ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
  - 51
  - 61
  - 121
  - 1001
- 90 ರಿಂದ 100 ರ ವರೆಗಿರುವ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೂ ವರ್ಗವೂ

ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಅದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ವರ್ಗ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

$\frac{3}{4}$ ರ ವರ್ಗ ಎಷ್ಟು?

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3\times 3}{4\times 4} = \frac{9}{16}$$

ಅಂದರೆ

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} = \frac{3^2}{4^2}$$

ಆಗ ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅಂಶದ ಮತ್ತು ಛೇದದ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು.

ವರ್ಗ ವ್ಯತ್ಯಾಸ

$$2^2 = 1^2 + (1+2)$$

$$3^2 = 2^2 + (2+3)$$

$$4^2 = 3^2 + (3+4)$$

ಇವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಗಮನಿಸಿದಿರಲ್ಲವೇ.

ಇದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೂ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$2^2 - 1^2 = 1+2$$

$$3^2 - 2^2 = 2+3$$

$$4^2 - 3^2 = 3+4$$

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ.

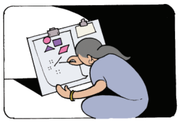
ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ನೋಡುವ :

$$3^2 - 1^2 = 9 - 1 = 8 = 2\times 4$$

$$4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12 = 2\times 6$$

$$5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 = 2\times 8$$

ಒಂದು ಎಡೆಬಿಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಇವುಗಳೊಳಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವೇನು?



ಪ್ರೋಜೆಕ್ಟ್

ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕೆ

1 ರಿಂದ 10 ರ ವರೆಗಿರುವ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ನೋಡಿರಿ.

1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1, 0

ಇನ್ನು 11 ರಿಂದ 20 ರ ವರೆಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಮೇಲಿನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿದೆಯೇ?

ಯಾವುದಾದರೂ ಪೂರ್ಣವರ್ಗದ ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕೆ 2 ಆಗಬಹುದೇ?

ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕೆಯಾಗಿ ಬರದೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವೆಲ್ಲಾ?

ಆಗ 2637 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಪೂರ್ಣವರ್ಗವೊ?

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಪೂರ್ಣವರ್ಗವಲ್ಲ ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಲು ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ನೋಡಿದರೆ ಸಾಕು.

ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ನೋಡಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಎಂದು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಇನ್ನು ಮುಂದೆ ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕವಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದಲ್ಲವೇ?

- ಈ ಕೆಳಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
  - $\frac{2}{3}$
  - $\frac{1}{5}$
  - $\frac{7}{3}$
  - $1\frac{1}{2}$
- ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ವರ್ಗಗಳು ಯಾವುವು?
  - $\frac{4}{15}$
  - $\frac{8}{9}$
  - $\frac{16}{25}$
  - $2\frac{1}{4}$
  - $4\frac{1}{9}$
  - $\frac{8}{18}$

ದಶಮಾಂಶ ವರ್ಗಗಳು

0.5 ರ ವರ್ಗ ಯಾವುದು?

$5^2 = 25$ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ. 0.5×0.5 ರ ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿರುವ ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳು ಎಷ್ಟು?

ಯಾಕೆ?

$0.5 = \frac{5}{10}$ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೆ?

ಇದರಂತೆ 0.05 ರ ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಹಲವು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿರಲ್ಲವೇ? ಅದನ್ನು ಪಯೋಗಿಸಿ 1.5 ರ ವರ್ಗ ಎಷ್ಟೆಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ?

0.15 ರದ್ದೋ?

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕವಾಗಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

- ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
  - 1.2
  - 0.12
  - 0.013
- ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳಾವುವು?
  - 2.5
  - 0.25
  - 0.0016
  - 14.4
  - 1.44

ವರ್ಗದ ಗುಣಕ

$5^2 \times 4^2$ ಎಷ್ಟು?

$5^2 \times 4^2 = 25 \times 16 = ...$

ಇದನ್ನು ಇನ್ನೂ ಸುಲಭದಲ್ಲಿ ಮಾಡಬಹುದು:

$$\begin{aligned} 5^2 \times 4^2 &= 5 \times 5 \times 4 \times 4 \\ &= (5 \times 4) \times (5 \times 4) \\ &= 20 \times 20 \\ &= 400 \end{aligned}$$

ಇದರಂತೆ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾದ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕವಾಗಿ ಮಾಡಿ ಉತ್ತರ ಹೇಳಬಹುದೇ?

- $5^2 \times 8^2$ ▪ $2.5^2 \times 4^2$ ▪ $(1.5)^2 \times (0.2)^2$

ಈ ಎಲ್ಲಾ ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ತತ್ವ ಯಾವುದು?

> ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವೂ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ವರ್ಗವೂ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ.

ಇದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೋ?

> x, y ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ
>
> $x^2y^2 = (xy)^2$

ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎರಡರ ಬದಲು ಮೂರು ಆದರೋ?

ವರ್ಗದ ಅಪವರ್ತನ

30ನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು?

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

ಆಗ 900 ನ್ನು ಹೇಗೆ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು?

$$900 = 30^2 = (2 \times 3 \times 5)^2 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$$

ಇದರಂತೆ $24 = 2^3 \times 3$ ಎಂದೂ $24^2 = 576$ ಎಂಬುದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ.

$$576 = 24^2 = (2^3 \times 3)^2 = (2^3)^2 \times 3^2 = 2^6 \times 3^2$$

ಈ ರೀತಿ ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೂ ಅದರ ವರ್ಗವನ್ನೂ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ?

- 35
- 45
- 72
- 36
- 49

ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಘಾತಸೂಚಿಗಳಿಗೆ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿಶೇಷತೆ ಇದೆಯೇ?

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ

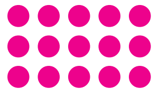
ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು. ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 9 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರಬೇಕು.

ಹೇಗೆ ರಚಿಸುವುದು?

ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಭುಜಗಳ ವರ್ಗ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

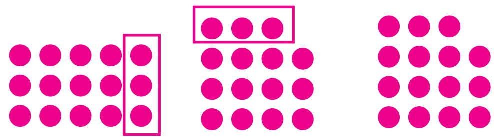
ಆಯತ ಮತ್ತು ಚೌಕ

ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ :

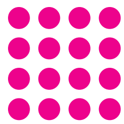


ಆಯತದಲ್ಲಿ ತುಂಬಾ ಚುಕ್ಕಿಗಳು ಇವೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಮೀಕರಿಸಿ ಇರಿಸಬಹುದೇ? ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನುಂಟು ಮಾಡಬಹುದೇ?

ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.



ಚೌಕಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿರಿಸಲು ಇನ್ನು ಎಷ್ಟು ಚುಕ್ಕಿಗಳು ಬೇಕು?



ಮೊದಲ ಆಯತದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಚುಕ್ಕಿಗಳು ಇದ್ದುವು?

ಈಗಿನ ಚೌಕದಲ್ಲೋ?

ಇಲ್ಲಿ ಕಂಡುಕೊಂಡದ್ದೇನು?

$$4^2 = (3 \times 5) + 1$$

ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಎಲ್ಲಾ ಆಯತಗಳಿಗೂ ಉಪಯೋಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಇಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 3, 4, 5 ಎಂಬಿವುಗಳಲ್ಲವೇ.

ಆಗ ಇದು ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕಾದರೆ ಮೊದಲ ಆಯತದ ಅಡ್ಡಕ್ಕೂ ನೀಟಕ್ಕೂ ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಚುಕ್ಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೇಗಿರಬೇಕು?

ಇದನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆದರೋ?

$$2^2 = (1 \times 3) + 1$$
$$3^2 = (2 \times 4) + 1$$
$$4^2 = (3 \times 5) + 1$$

ಇದನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಪೂರ್ಣವರ್ಗದ ವರ್ಗಮೂಲ

784 ಒಂದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

ಇದರ ವರ್ಗಮೂಲ ಎಷ್ಟು?

784 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯು 400, 900 ಎಂಬೀ ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ ಇದೆ. 400 ರ ವರ್ಗಮೂಲ 20 ಮತ್ತು 900 ರ ವರ್ಗಮೂಲ 30 ಆಗಿದೆ.

ಆದುದರಿಂದ 784 ರ ವರ್ಗಮೂಲ 20 ಮತ್ತು 30 ರ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ ಇದೆ. 784 ರ ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 4 ಇರುವುದರಿಂದ ಅದರ ವರ್ಗಮೂಲದ ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 2 ಅಥವಾ 8 ಇರಬೇಕು. ಅದು $\sqrt{784}$ ಎಂಬುದು 22 ಅಥವಾ 28 ಆಗಬಹುದು.

784 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯು 400 ಕ್ಕಿಂತಲೂ 900 ಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚು ಹತ್ತಿರ ಇರುವುದು. ಆದುದರಿಂದ $\sqrt{784} = 28$ ಆಗಿದೆ. ಇನ್ನು 28 ರ ವರ್ಗ ಕಂಡುಹಿಡಿದು ನೋಡಿರಿ.

ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ $\sqrt{1936}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1600 ಹಾಗೂ 2500ರ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ 1936 ಇದೆ. ಇದರ ವರ್ಗಮೂಲ 40 ಹಾಗೂ 50ರ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ ಇದೆ. ಅದರ ಒಂದರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 4 ಅಥವಾ 6 ಇರಬೇಕು. ಅದು 44 ಅಥವಾ 46 ಆಗಿದೆ. 1936 ಎಂಬುದು 1600ಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚು ಹತ್ತಿರವಾದುದರಿಂದ $\sqrt{1936} = 44$ ಆಗಿದೆ ಎಂದು ಊಹಿಸಬಹುದು.

ಇದರಂತೆ 1369, 2116, 2209 ಎಂಬಿವುಗಳ ವರ್ಗಮೂಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಆಗ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 9 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಲು ಭುಜದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟಾಗಿರಬೇಕು?

ಇದರಂತೆ 169 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಬದಿಯ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟಾಗಿರಬೇಕು?

ಅದಕ್ಕಾಗಿ 169 ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಮೊದಲು ಮಾಡಿದ ವರ್ಗ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ನೋಡಿದರೆ $13^2 = 169$ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಆಗ 13 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬದಿಗಳ ಉದ್ದವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.

ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಕ್ರಿಯೆಗೆ ವರ್ಗಮೂಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

ಅಂದರೆ 13 ರ ವರ್ಗವಾಗಿದೆ 169 ಎಂಬುದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೆ, 169 ರ ವರ್ಗಮೂಲವು 13 ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. (169 is the square of 13 and 13 is the square root of 169)

13 ರ ವರ್ಗವಾಗಿದೆ 169 ಎಂಬುದನ್ನು

$$13^2 = 169$$

ಎಂದು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯುವ ಹಾಗೆ, 169 ರ ವರ್ಗಮೂಲ 13 ಎಂಬುದನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ

$$\sqrt{169} = 13$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

(ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಚಿಹ್ನೆ $\sqrt{}$ ಆಗಿದೆ.)

ಇದರಂತೆ 5 ರ ವರ್ಗವಾಗಿದೆ 25 ಎಂಬಂತೆ 25 ರ ವರ್ಗಮೂಲ 5 ಎಂದೂ ಹೇಳಬಹುದು. ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆದರೆ,

$$5^2 = 25$$

$$\sqrt{25} = 5$$

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ.

x, y ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ $x^2 = y$ ಆದರೆ $\sqrt{y} = x$

ಇನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು)

- 100
- 256
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{16}{25}$
- 1.44
- 0.01

ವರ್ಗಮೂಲದ ಅಪವರ್ತನಗಳು

1225 ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

ವರ್ಗಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವೂ ವರ್ಗವಾದುದರಿಂದ 1225ನ್ನು ವರ್ಗಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆದರೆ ಸಾಕು.

$$1225 = 5^2 \times 7^2$$

ವರ್ಗಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು, ಗುಣಲಬ್ಧದ ವರ್ಗವಾದುದರಿಂದ

$$5^2 \times 7^2 = (5 \times 7)^2 = 35^2$$

ಆಗ

$$1225 = 35^2$$

ಇದರಿಂದ

$$\sqrt{1225} = 35$$

ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೋಡುವ: $\sqrt{3969}$ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬೇಕು.

ಮೊದಲು ಮಾಡಿದಂತೆ 3969 ನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯುವ.

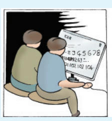
$$3969 = 3^2 \times 3^2 \times 7^2$$
$$= (3 \times 3 \times 7)^2$$

ಇದರಿಂದ $\sqrt{3969} = 3 \times 3 \times 7 = 63$

ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.

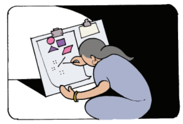
ಇನ್ನು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 256
- 2025
- 441
- 9216
- 1089
- 15625
- 1936
- 3025
- 12544



ಮಾಡಿ ನೋಡುವ

- ಚೌಕಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಸ್ಥಳಕ್ಕೆ 1024 ಚದರ ಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿದೆ. ಇದರ ಒಂದು ಬದಿಯ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?
- ಒಂದು ಚಪ್ಪರದಲ್ಲಿ 625 ಕುರ್ಚಿಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡ ಸಾಲಾಗಿಯೂ ನೀಟ ಸಾಲಾಗಿಯೂ ಇರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅಡ್ಡ ಸಾಲು ಮತ್ತು ನೀಟ ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಡ್ಡ ಸಾಲು ಮತ್ತು ಒಂದು ನೀಟ ಸಾಲಿನಿಂದ ಎಲ್ಲಾ ಕುರ್ಚಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದರು. ತೆಗೆದ ಕುರ್ಚಿಗಳು ಎಷ್ಟು? ಉಳಿದ ಕುರ್ಚಿಗಳೆಷ್ಟು?
- 1 ರಿಂದ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಹಲವು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ 5184 ಎಂದು ಲಭಿಸಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಎಷ್ಟರವರೆಗಿರುವ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಲಾಗಿದೆ?
- ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗದೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ 5329 ಲಭಿಸುವುದು. ಹಾಗಾದರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪ್ರೋಜೆಕ್ಟ್

ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ

16 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲವೇ. ಇದರಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕೆಗಳು 1 ಮತ್ತು 6 ಆಗಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ 7 ಸಿಗುವುದು.

ಮುಂದಿನ ಪೂರ್ಣವರ್ಗವಾದ 25 ರ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 7 ಆಗಿದೆ.

36 ರ ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ 9 ಸಿಗುವುದು.

7 ರ ವರ್ಗವಾದ 49 ರ ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ 13; ಇದರ ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಪುನಃ ಕೂಡಿಸಿದರೆ 4 ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.

ಹೀಗೆ 1 ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಮುಂದಿನ ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಬರೆದು ನೋಡಿರಿ. (ಮೊತ್ತ ಒಂದಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗುವವರೆಗೆ ಕೂಡಿಸಬೇಕು)

ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳಲ್ಲಿ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಏನಾದರೂ ವಿಶೇಷತೆ ಇದೆಯೇ?

3324 ಪೂರ್ಣವರ್ಗವಾಗಿದೆಯೇ?

ಪುನರವಲೋಕನ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಟೀಚರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ
• ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಶೇಷತೆಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ವರ್ಗ, ಪೂರ್ಣವರ್ಗ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಉದಾಹರಣೆ ಸಹಿತ ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.			
• ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಶೇಷತೆಗಳನ್ನು ಯುಕ್ತಿಸಹಿತ ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.			
• ವಾಚಕ ಸಂಬಂಧವಾದ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆಗಳನ್ನು '$\sqrt{\ }$' ಎಂಬ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತಿರುಗಿಸಿಯೂ ಹೇಳುವುದು.			
• ಒಂದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗದ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ರೀತಿಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ಪೂರ್ಣವರ್ಗಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳನ್ನು ಉದಾಹರಣೆಯೊಂದಿಗೆ ವಿವರಿಸುವುದು.			
• ವರ್ಗಮೂಲ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯಾ ಸಂಬಂಧಗಳು ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದು.			

7

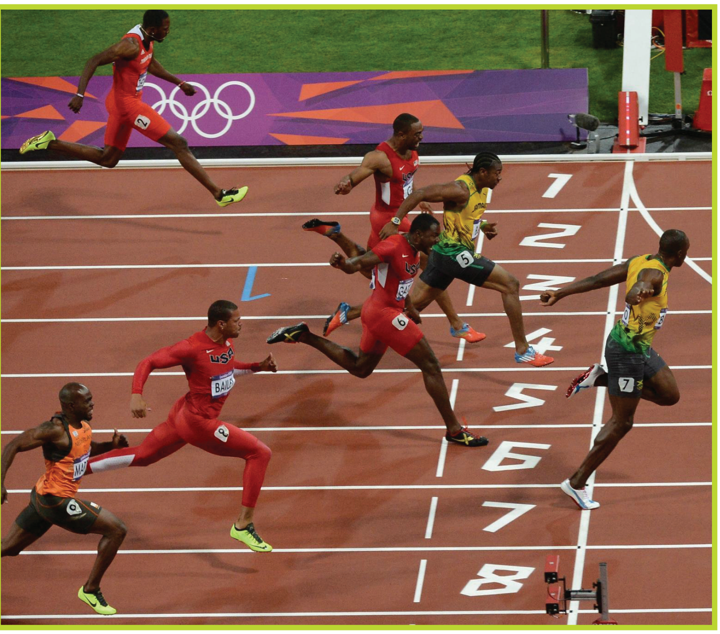
ವೇಗದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ

ಒಲಿಂಪಿಕ್ಸ್

2012 ಲಂಡನ್ ಒಲಿಂಪಿಕ್ಸ್‌ನಲ್ಲಿ 100 ಮೀ. ಓಟ ಸ್ಪರ್ಧೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲ 5 ಸ್ಥಾನ ಲಭಿಸಿದವರ ಸಮಯವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

	ಹೆಸರು	ಸಮಯ (ಸೆಕುಂಡು)
1.	ಉಸೈನ್ ಬೋಲ್ಟ್	9.63
2.	ಯೋಹಾನ್ ಬ್ಲೇಕ್	9.75
3.	ಜಸ್ಟಿನ್ ಗಾಟ್ಲೀನ್	9.79
4.	ಟೈಸನ್ ಗೇ	9.80
5.	ರಿಯಾನ್ ಬೈಲಿ	9.88

100 ಮೀ. ಓಡಲು ನೀವೆಷ್ಟು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವಿರಿ?



ಯಾರು ಶ್ರೇಷ್ಠ?

“ಶಾಲೆಯ ಅತ್ಯುತ್ತಮ ಓಟಗಾರರನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?” ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಕೇಳಿದರು.

“ಎಲ್ಲರೂ 100 ಮೀಟರ್ ಓಡೋಣವೇ?

ರಾಜೀವಿ ಕೇಳಿದಳು.

ರಘು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಹೇಳಿದ.

“ಎಲ್ಲರೂ 1 ನಿಮಿಷ ಓಡಿದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೇ.”

ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ಎಲ್ಲರೂ ಆಟದ ಮೈದಾನಕ್ಕೆ ಹೋದರು.

ಮೊದಲು ಎಲ್ಲರೂ 100 ಮೀಟರ್ ಓಡಿದರು.

ಉತ್ತಮ ಓಟಗಾರರು ಇವರಾಗಿರುವರು.

ಸ್ಪರ್ಧೆಯಲ್ಲಿ ಗೆದ್ದವರು ಯಾರು?

ಕ್ರ.ಸಂ.	ಹೆಸರು	ಸಮಯ
1.	ಶ್ಯಾಮ	16 ಸೆಕುಂಡು
2.	ಜೋಯ್	18 ಸೆಕುಂಡು
3.	ರಘು	18 ಸೆಕುಂಡು
4.	ಮುಸ್ತಫ	17 ಸೆಕುಂಡು

ರಘು ಹೇಳಿದಂತೆ ಸ್ಪರ್ಧೆ ನಡೆಸಲು ಸುಲಭವಿದೆಯೇ?

ಕ್ರೀಡೋತ್ಸವ

ಕೋಝಿಕ್ಕೋಡಿನಲ್ಲಿ ಜರಗುವ ಕ್ರೀಡೋತ್ಸವದಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಲು ರಘು ಹಾಗೂ ಅವನ ಗೆಳೆಯರು ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಿದರು. ಬೆಳಿಗ್ಗೆ 7 ಗಂಟೆಗೆ ಹೊರಟು, 150 ಕಿ.ಮೀ. ದೂರ ಸಂಚರಿಸಿ 10 ಗಂಟೆಗೆ ಅಲ್ಲಿಗೆ ತಲುಪಿದರು. ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡುವಾಗ ವಾಹನ ಒಂದೇ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸಬೇಕೆಂದಿದೆಯೇ?

ಮೊದಲ ಒಂದು ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ 40 ಕಿ.ಮೀ., ಅನಂತರದ ಒಂದು ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ 60 ಕಿ.ಮೀ. ಕೊನೆಯ ಒಂದು ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ 50 ಕಿ.ಮೀ. ಎಂಬೀ

ಕೋಝಿಕ್ಕೋಡು

40 ಕಿ.ಮೀ.	60 ಕಿ.ಮೀ.	50 ಕಿ.ಮೀ.
1 ಗಂಟೆ	1 ಗಂಟೆ	1 ಗಂಟೆ

ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸಬಹುದು.

ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿರುವುದು ನೆನಪಿದೆಯೋ?

ಇಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ 150 ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಸಂಚರಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯವೋ?

ಆಗ ಒಂದು ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ ದೂರವು

$\frac{150}{3}$ = 50 ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ಸಂಚರಿಸಿದರು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ಹೇಳಬಹುದು. ಬಸ್ಸಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ ಗಂಟೆಗೆ 50 ಕಿಲೋ ಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಇದನ್ನು 50 ಕಿಲೋಮೀಟರ್/ಗಂಟೆ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಸರಾಸರಿ ವೇಗ

ರಾಜ್ಯಮಟ್ಟದ ಕಲಾಮೇಳದಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಲು ಸಲೀನ ಹಾಗೂ ಬೀನ ಕೋಝಿಕ್ಕೋಡಿಗೆ ಹೋದರು. ಸಲೀನ ಜೀಪಿನಲ್ಲಿ 90 ಕಿ.ಮೀ. ದೂರ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಲು 2 ಗಂಟೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಳು. ಬೀನ ಕಾರಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಿದಳು. 150 ಕಿ.ಮೀ. ದೂರ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಲು 3 ಗಂಟೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಳು. ಯಾವ ವಾಹನ ಹೆಚ್ಚು ವೇಗವಾಗಿ ಸಂಚರಿಸಿತು?

ಜೀಪಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಿದ ದೂರ ಎಷ್ಟು? 90 ಕಿ.ಮೀ.

ಅದಕ್ಕೆ ತಗಲಿದ ಸಮಯ ಎಷ್ಟು? 2 ಗಂಟೆ

ಜೀಪಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ ಎಷ್ಟು?

$$\frac{90}{2} = 45$$ ಕಿ.ಮೀ./ಗಂಟೆ

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕಾರಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ? ಕಾರು ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ 150 ಕಿ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ.

ತಗಲಿದ ಸಮಯವೋ?

ಕಾರಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ = ...

ಯಾವ ವಾಹನದ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ ಹೆಚ್ಚು?

ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

- ಸುಧೀರ್ ಸಂಚರಿಸಿದ ಉಗಿಬಂಡಿ 3 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ 240 ಕಿಲೋ ಮೀಟರ್ ದೂರವಿರುವ ತಿರುವನಂತಪುರವನ್ನು ತಲುಪಿತು. ರಮೇಶ್ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಿದ ಉಗಿಬಂಡಿ 120 ಕಿ.ಮೀ. ಸಂಚರಿಸಲು 2 ಗಂಟೆಗಳ ಕಾಲಾವಕಾಶ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿತು. ಯಾವ ಉಗಿಬಂಡಿಯ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ ಹೆಚ್ಚು? ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು?
- ರೈಲಿನಲ್ಲಿ 360 ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ಸಂಚರಿಸಲು 4 ಗಂಟೆ 30 ಮಿನಿಟು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ ಎಷ್ಟು?

ಸರಾಸರಿ ವೇಗ

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡೋಣ.

52 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಸರಾಸರಿ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸುವ ಒಂದು ಬಸ್ಸಿಗೆ 6 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ದೂರ ಸಂಚರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ?

ಸರಾಸರಿ ವೇಗ 52 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಆದುದರಿಂದ

6 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸುವ ದೂರ

$= 52 \times 6 = 312$ ಕಿ.ಮೀ.

ಇದೇ ವೇಗದಲ್ಲಿ 520 ಕಿ.ಮೀ. ಸಂಚರಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಬೇಕು?

- ಜೋಯಿಯ ಪ್ರಯಾಣದ ವಿವರಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಬಿಟ್ಟು ಹೋದ ಕೋಣೆಗಳನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಿರಿ.

ಸಂಚರಿಸಿದ ವಾಹನ	ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ	ಸಮಯ	ಸರಾಸರಿ ವೇಗ
ರೈಲು	....	4 ಗಂಟೆ	60 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ.
ಕಾರು	120 ಕಿ.ಮೀ.	2 ಗಂಟೆ	....
ವಿಮಾನ	5040 ಕಿ.ಮೀ.	....	840 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ.

- ಶ್ಯಾಮನಿಗೆ 2 ಗಂಟೆಗೆ ಪರೀಕ್ಷೆ ಆರಂಭವಾಗುತ್ತದೆ. 50 ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲೂ 175 ಕಿ.ಮೀ. ರೈಲಿನಲ್ಲೂ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಿ ಪರೀಕ್ಷಾ ಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ತಲುಪಬೇಕಾಗಿದೆ. ಬಸ್ಸಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗವು 20 ಕಿ.ಮಿ./ಗಂ. ಹಾಗೂ ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗವು 50 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಆಗಿದೆ. 1 ಗಂಟೆ ಮೊದಲೇ ಪರೀಕ್ಷಾ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ತಲುಪಬೇಕಾದರೆ ಶ್ಯಾಮನು ಮನೆಯಿಂದ ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆಗೆ ಹೊರಡಬೇಕು?

ಸಮಯವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಲು

ಬೆಳಿಗ್ಗೆ 6 ಗಂಟೆಗೆ ಎರ್ನಾಕುಳಂನಿಂದ ಹೊರಟ ಬಸ್ಸು ಮಧ್ಯಾಹ್ನ 12 ಗಂಟೆಗೆ ತಿರುವನಂತಪುರಕ್ಕೆ ತಲುಪುತ್ತದೆ. ಬಸ್ಸಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗವು 40 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಆಗಿದೆ. ಬಸ್ಸು ಅದೇ ಸಮಯಕ್ಕೆ ಹೊರಟು 1 ಗಂಟೆ ಮುಂಚಿತವಾಗಿ ತಲುಪಬೇಕಾದರೆ ಸರಾಸರಿ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಮಾಡಬೇಕಾದ ಹೆಚ್ಚಳವೆಷ್ಟು?

ಒಟ್ಟು ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ ಎಷ್ಟು?

1 ಗಂಟೆ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದರೆ ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ಬೇಕಾಗುವ ಸಮಯ ಎಷ್ಟು?

1 ಗಂಟೆ ಮೊದಲೇ ತಲುಪಲು ಸರಾಸರಿ ವೇಗ ಎಷ್ಟಾಗಿರಬೇಕು?

ಭೂಮಿಯ ವೇಗ

ನಾವು ಎಂದಾದರೂ ಅಲುಗಾಡದೇ ಕುಳಿತಿದ್ದೇವೆಯೋ? ನಮ್ಮನ್ನೆಲ್ಲಾ ಹೊತ್ತಿರುವ ಭೂಮಿ ನಿರಂತರವಾಗಿ ತಿರುಗುತ್ತಿದೆಯಲ್ಲವೇ; ಸ್ವಯಂ ತಿರುಗುತ್ತಾ ಸೂರ್ಯನಿಗೂ ಸುತ್ತು ಬರುತ್ತದೆ. ಸುಮಾರು 1700 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ವೇಗದಲ್ಲಿ ಭೂಮಿಯು ಅಕ್ಷದಲ್ಲಿ ತಿರುಗುತ್ತದೆ. ಸೂರ್ಯನನ್ನು ಸುಮಾರು 100000 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂಟೆ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸುತ್ತು ಬರುತ್ತದೆ.

ರೈಲ್ವೇ ಸ್ಟೇಶನಿಗೆ

ಅಬು ಬೆಳಿಗ್ಗೆ 7 ಗಂಟೆಗೆ ಬಸ್ ಹತ್ತಿದನು. ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಬಸ್ಸು ಸರಾಸರಿ 30 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸಿ 11 ಗಂಟೆಗೆ ರೈಲು ನಿಲ್ದಾಣಕ್ಕೆ ತಲುಪುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಮಳೆಯಿಂದಾಗಿ ಬಸ್ಸು 20 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸಿತು. ಅಬು 9 ಗಂಟೆಗೆ ಬಸ್ಸಿನಿಂದ ಇಳಿದು ಒಂದು ಕಾರಿನಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸಿ 11 ಗಂಟೆಗೆ ರೈಲು ನಿಲ್ದಾಣಕ್ಕೆ ತಲುಪಿದನು. ಕಾರಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ ಎಷ್ಟು?

ರೈಲು ನಿಲ್ದಾಣಕ್ಕೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ದೂರ ಇದೆ?

ಮೊದಲ 2 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಿದ ದೂರ ಎಷ್ಟು?

ಹಾಗಾದರೆ ಕಾರಿನಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ ಎಷ್ಟು?

ಅದಕ್ಕೆ ತಗಲಿದ ಸಮಯ ಎಷ್ಟು?

ಇನ್ನು ಕಾರಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ?

ವೇಗದ ಸರಾಸರಿಯೂ ಸರಾಸರಿ ವೇಗವೂ

ಒಂದು ವಾಹನ ಮೊದಲ 120 ಕಿ.ಮೀ. ದೂರವನ್ನು ಸರಾಸರಿ 30 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ವೇಗದಲ್ಲೂ ನಂತರದ 120 ಕಿ.ಮೀ. ದೂರವನ್ನು 20 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಸರಾಸರಿ ವೇಗದಲ್ಲೂ ಸಂಚರಿಸುತ್ತದೆ. ಒಟ್ಟು ಪ್ರಯಾಣದ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ ಎಷ್ಟು?

ವೇಗಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$$\frac{30+20}{2} = 25 \text{ ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ.}$$

ಇದು ಸರಿಯೇ?

ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರ ಎಷ್ಟು?

ಸರಾಸರಿ ವೇಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಒಟ್ಟು ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ತಗಲಿದ ಸಮಯದಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕಲ್ಲವೇ?

30 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ ಎಂಬ ಸರಾಸರಿ ವೇಗದಲ್ಲಿ 120 ಕಿ.ಮೀ. ಸಂಚರಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಸಮಯ $\frac{120}{30} = 4$ ಗಂ.

20 ಕಿ.ಮೀ. ವೇಗದಲ್ಲಿ 120 ಕಿ.ಮೀ. ದೂರ ಸಂಚರಿಸಲು ತಗಲುವ ಸಮಯ

ಸಮಯದ ಬೆಲೆ

ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಸಮಯವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಲು ನಾವು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಅತಿ ಸಣ್ಣ ಏಕಕವು ಸೆಕೆಂಡು ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ? ಕೆಲವೊಂದು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಸೆಕುಂಡಿಗಿಂತಲೂ ಸಣ್ಣ ಏಕಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾರೆ. ಮೈಕ್ರೋ ಸೆಕೆಂಡೂ, ನ್ಯಾನೋ ಸೆಕೆಂಡೂ ಇದಕ್ಕೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳಾಗಿವೆ. ಒಂದು ಮೈಕ್ರೋ ಸೆಕೆಂಡ್ ಎಂಬುದು ಒಂದು ಸೆಕುಂಡಿನ ಹತ್ತು ಲಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿದೆ. ಮೈಕ್ರೋ ಸೆಕುಂಡಿನ $\frac{1}{1000}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ ನ್ಯಾನೋ ಸೆಕುಂಡು.

ಪಿ.ಟಿ. ಉಷಳಿಗೆ ಒಲಿಂಪಿಕ್ಸ್‌ನಲ್ಲಿ ಮೆಡಲ್ ಲಭಿಸದೇ ಇರಲು ಕಾರಣವಾದುದು ಸೆಕುಂಡಿನ ಎಷ್ಟು ಭಾಗ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆಯೋ?

$$= \frac{120}{20} = 6 \text{ ಗಂ.}$$

ಒಟ್ಟು ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ತಗಲಿದ ಸಮಯ 4 + 6 = 10 ಗಂ.

ಒಟ್ಟು ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ = 240 ಕಿ.ಮೀ.

ಒಟ್ಟು ತಗಲಿದ ಸಮಯ = 10 ಗಂ.

ಸರಾಸರಿ ವೇಗ = 24 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ

ರೈಲು ಮತ್ತು ಬಸ್ಸು

ರಹೀಂ 350 ಕಿ.ಮೀ. ದೂರವನ್ನು ರೈಲಿನಲ್ಲೂ 150 ಕಿ.ಮೀ. ದೂರವನ್ನು ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲೂ ಸಂಚರಿಸಿದನು. ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗವು 70 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಆಗಿತ್ತು. ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸಿದ ಸಮಯ 5 ಗಂಟೆಯಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಇಡೀ ಪ್ರಯಾಣದ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ ಎಷ್ಟು?

ರತ್ನಗಿರಿಗೆ

ಹವಳಗಿರಿಯಿಂದ 360 ಕಿ.ಮೀ. ದೂರದಲ್ಲಿ ರತ್ನಗಿರಿ ಇದೆ. ಗೋಪಿಕಳೂ ಅವಳ ಕುಟುಂಬದವರೂ ಹವಳಗಿರಿಯಿಂದ ರತ್ನಗಿರಿಗೆ ಒಂದು ಕಾರಿನಲ್ಲಿ ಹೊರಟರು. ಕಾರಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗವು 60 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಆಗಿತ್ತು. ಆದರೆ ಹಿಂತಿರುಗಿ ಬರುವಾಗ ಕಾರಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ 40 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಆಗಿತ್ತು. ಒಟ್ಟು ಪ್ರಯಾಣದ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ ಎಷ್ಟು?

ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ದೂರ 360 ಕಿ.ಮೀ. ಎಂಬುದರ ಬದಲು 180 ಕಿ.ಮೀ. ಆದರೋ?

ಒಟ್ಟು ಪ್ರಯಾಣದ ಸರಾಸರಿ ವೇಗವು ಬದಲಾಗುವುದೇ?

ದೂರವನ್ನು ಹೇಳದೆ

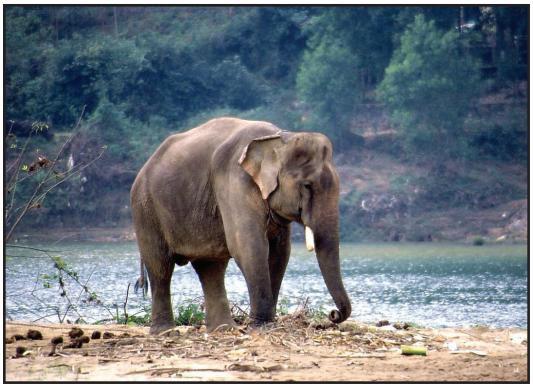
ಬಾಬು ಸ್ನೇಹಿತನನ್ನು ಭೇಟಿಯಾಗಲು ಮಾನಂದವಾಡಿಗೆ ಹೋದನು. ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಿದನು. ಬಸ್ಸಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗವು 40 ಕಿ.ಮೀ/ಗಂ. ಆಗಿದೆ. ಹಿಂತಿರುಗಿ ಬರುವಾಗ ಕಾರಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಿದನು. ಕಾರಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗವು 60 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಒಟ್ಟು ಪ್ರಯಾಣದ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ ಎಷ್ಟು?

ಒಟ್ಟು ಪ್ರಯಾಣದ ಸರಾಸರಿ ವೇಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಒಟ್ಟು ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ತಗಲಿದ ಸಮಯದಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕು. ದೂರ ಎಷ್ಟೆಂದು ಗೊತ್ತಿಲ್ಲ

ದೂರ ಎಷ್ಟಾಗಿದ್ದರೂ ಸರಾಸರಿ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಯಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದೇವೆ.

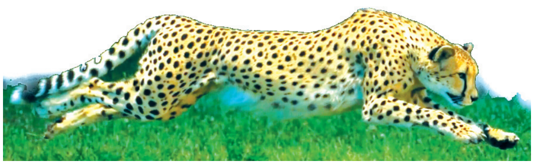
ದೂರ 120 ಕಿ.ಮೀ. ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೋ?

ಒಟ್ಟು ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ 240 ಕಿ.ಮೀ.



ವಿವಿಧ ಪ್ರಾಣಿಗಳು ಸಂಚರಿಸುವ ವೇಗವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಕ್ರ.ಸಂ.	ಹೆಸರು	ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ
1	ಚಿರತೆ	112
2	ಕುದುರೆ	70
3	ನರಿ	65
4	ಸಿಂಹ	80
5	ಆನೆ	40
6	ಜೀಬ್ರಾ	64



ಮೊದಲ ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ತಗಲಿದ ಸಮಯ ಎಷ್ಟು? $\frac{120}{40} = 3$ ಗಂ.

ಹಿಂತಿರುಗಿದ ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ತಗಲಿದ ಸಮಯ $\frac{120}{60} = 2$ ಗಂ.

ಹಾಗಾದರೆ ಒಟ್ಟು ಪ್ರಯಾಣದ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ

$$= \frac{240}{5} = 48 \text{ ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ}$$

ಇನ್ನು ದೂರವು 240 ಕಿ.ಮೀ. ಆದರೋ?

ಒಟ್ಟು ಪ್ರಯಾಣದ ಸರಾಸರಿ ವೇಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ?

ಸೈಕಲ್ ಪ್ರಯಾಣ

- ಜೋನಿ ಮಾವನ ಮನೆಗೆ 15 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಸರಾಸರಿ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸೈಕಲಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಿದನು. 10 ಕಿ.ಮೀ. ಸರಾಸರಿ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಹಿಂತಿರುಗಿದನು. ಒಟ್ಟು ಪ್ರಯಾಣದ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ ಎಷ್ಟು?

ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಾದರೋ?

ಒಂದು ವಾಹನ 72 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಸರಾಸರಿ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸುತ್ತದೆ. 1 ಸೆಕುಂಡಿನಲ್ಲಿ ಈ ವಾಹನ ಸರಾಸರಿ ಸಂಚರಿಸುವ ದೂರ ಎಷ್ಟು?

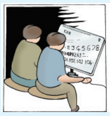
1 ಗಂಟೆ = 60 ನಿಮಿಷ. 1 ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ಅಂದರೆ 1000 ಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ.

ಆಗ 60 ನಿಮಿಷದಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ 72000 ಮೀ. ಸಂಚರಿಸುತ್ತದೆ.

1 ನಿಮಿಷದಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸುವ ದೂರ $= \frac{72000}{60} = 1200$ ಮೀಟರ್.

1 ಸೆಂಕುಂಡಿನಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ $= \frac{1200}{60} = 20$ ಮೀ.

ವಾಹನದ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ 20 ಮೀ/ಸೆ. ಎಂದೂ ಹೇಳಬಹುದು. 15 ಮೀ./ಸೆ. ವೇಗದಲ್ಲಿ ಓಡುತ್ತಿರುವ ಒಂದು ವಾಹನದ ಸರಾಸರಿ ವೇಗವು 1 ಗಂಟೆಗೆ ಎಷ್ಟಾಗಿರಬಹುದೆಂದು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ ನೋಡಿರಿ.



ಮಾಡಿ ನೋಡುವ.

- ಒಂದು ರೈಲು 36 ಕಿ.ಮೀ/ಗಂ. ಸರಾಸರಿ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸುತ್ತದೆ. 3 ನಿಮಿಷದಲ್ಲಿ ಈ ರೈಲು ಸಂಚರಿಸುವ ದೂರ ಎಷ್ಟು?
- 180 ಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ರೈಲು ಒಂದು ಕರೆಂಟ್ ಕಂಬವನ್ನು

ಅಮಿತ ವೇಗ

90 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಸರಾಸರಿ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸುವ ಒಂದು ವಾಹನವು ಒಂದು ಮಿನಿಟಿನಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸುವ ದೂರ ಎಷ್ಟು?

$\frac{90}{60} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ ಕಿ.ಮೀ.

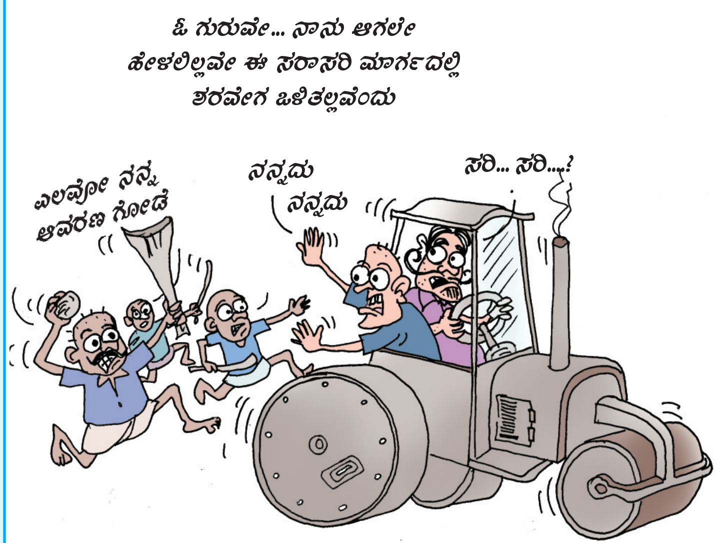
ಒಂದು ಸೆಕುಂಡಿನಲ್ಲೋ?

$1\frac{1}{2}$ ಕಿ.ಮೀ. ಎಂದರೆ 1500 ಮೀಟರ್ ಅಲ್ಲವೇ?

$\frac{1500}{60} = \frac{75}{3} = 25$ ಮೀ.

ಹಾಗಾದರೆ ವಾಹನ ಓಡಿಸುವವನು ಬ್ರೇಕ್ ಹಾಕಲು 1 ಸೆಕುಂಡು ತಡವಾದರೋ

ವಾಹನವು 25 ಮೀ. ದೂರ ಸಂಚರಿಸಬಹುದು.



9 ಸೆಕುಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗವನ್ನು ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರಿ.

- ಒಂದು ಕಾರು 15 ನಿಮಿಷ ಸಮಯ 36 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ ಸರಾಸರಿ ವೇಗದಲ್ಲೂ ಉಳಿದ 15 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ 60 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಸರಾಸರಿ ವೇಗದಲ್ಲೂ ಸಂಚರಿಸುತ್ತದೆ. ಕಾರು ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- ರಾಮನೂ ಸಲೀಮನೂ ನೆರೆಹೊರೆಯವರಾಗಿರುವರು. ಇಬ್ಬರೂ ಸ್ವಂತ ವಾಹನದಲ್ಲಿ ತಿರುವನಂತಪುರಕ್ಕೆ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಿದರು. ರಾಮನ ಕಾರು ತಿರುವನಂತಪುರಕ್ಕೆ ಹೋಗುವಾಗ 20 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಸರಾಸರಿ ವೇಗದಲ್ಲೂ ಹಿಂತಿರುಗಿ ಬರುವಾಗ 60 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಸರಾಸರಿ ವೇಗದಲ್ಲೂ ಸಂಚರಿಸಿತು. ಸಲೀಂ ಹೋಗುವಾಗಲೂ ಬರುವಾಗಲೂ 40 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಸರಾಸರಿ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಿದನು. ಇಬ್ಬರೂ ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ ಸಮಾನವಾದರೆ ಯಾರು ಕಡಿಮೆ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಿದರು?
- ಮಲಬಾರ್ ಎಕ್ಸ್‌ಪ್ರೆಸ್ 50 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಸರಾಸರಿ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸುತ್ತದೆ. ಮಲಬಾರ್ ಎಕ್ಸ್‌ಪ್ರೆಸ್ ಹೊರಟಲ್ಲಿಂದಲೇ ಅದೇ ದಿಕ್ಕಿಗೆ 2 ಗಂಟೆಗಳ ಬಳಿಕ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಇನ್ನೊಂದು ಟ್ರ್ಯಾಕಿನ ಮೂಲಕ ಸರಾಸರಿ 100 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ವೇಗದಲ್ಲಿ ರಾಜಧಾನಿ ಎಕ್ಸ್‌ಪ್ರೆಸ್ ಹೊರಡುತ್ತದೆ. ರಾಜಧಾನಿ ಎಕ್ಸ್‌ಪ್ರೆಸ್ ಮಲಬಾರ್ ಎಕ್ಸ್‌ಪ್ರೆಸ್‌ನೊಂದಿಗೆ ತಲುಪಲು ಎಷ್ಟು ದೂರ ಸಂಚರಿಸ ಬೇಕಾಗಬಹುದು?
- 125 ಮೀ. ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗವು 90 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ. ಆಗಿದೆ. 175 ಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ಸಂಕವನ್ನು ದಾಟಲು ಇದಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಬೇಕು.

ವಾಹನ ಅಪಘಾತಗಳು

ಪ್ರತಿದಿನವೂ ಅನೇಕ ರಸ್ತೆ ಅಪಘಾತಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಇದರ ಪ್ರಧಾನ ಕಾರಣ ಮಿತಿಮೀರಿದ ವೇಗವೂ ಅಸಡ್ಡೆಯಿಂದ ವಾಹನವನ್ನು ಓಡಿಸುವುದೂ ಆಗಿದೆ. ಎಷ್ಟೋ ಮಂದಿ ಅಪಘಾತದಲ್ಲಿ ಸಾವನ್ನಪ್ಪುತ್ತಾರೆ. ಮಿತಿಮೀರಿದ ವೇಗವನ್ನು ನಿಯಂತ್ರಿಸಲು ಘನ ವಾಹನಗಳಲ್ಲಿ ವೇಗ ನಿಯಂತ್ರಕಗಳನ್ನು ಅಳವಡಿಸಬೇಕೆಂಬ ನಿಯಮವಿದೆ. ಇದನ್ನು ಅಳವಡಿಸಿದ ವಾಹನಕ್ಕೆ ನಿಶ್ಚಿತ ವೇಗಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸಲು ಅಸಾಧ್ಯ.

ನಾವೆಲ್ಲರೂ ರಸ್ತೆ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪಾಲಿಸಲು ತಯಾರಾದರೆ ರಸ್ತೆ ಅಫಘಾತಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.

ಪುನರವಲೋಕನ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು	ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಿದೆ	ಟೀಚರ ಸಹಾಯದೊಂದಿಗೆ ಸಾಧ್ಯ	ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮಪಡಿಸ ಬೇಕಾಗಿದೆ.
• ನಿತ್ಯಜೀವನದಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ ಎಂಬ ಆಶಯ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹರಿಸುವುದು.			
• ದೂರ, ಸಮಯ, ವೇಗ ಇವುಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.			
• ಸಂದರ್ಭೋಚಿತವಾಗಿ ಏಕಕಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಗೆಹರಿಸುವುದು.			